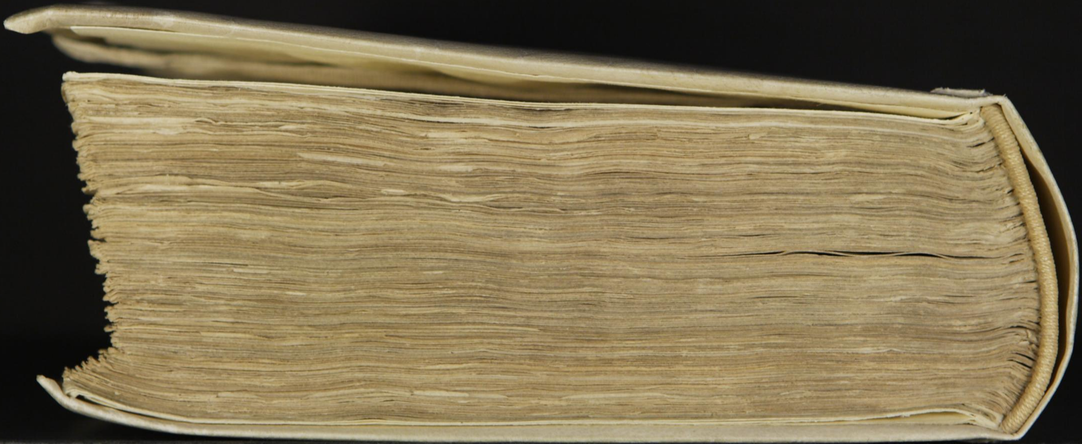
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

1. 6. 281

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Del Conte di Warwick

Duca di Northumbria

A

1.6.281

CHRISTOPHORI

ASTROLABIVM

XI

CLAV

7

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

1.6.281

# CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV.

# ASTROLABIVM

CVM PRIVILEGIO.

ROMAE,

*Impensis Bartholomæi Graßi.*

Ex Typographia Gabiana. M. D. XCIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

SE

D.

CH

tanda p
tera ide
xibus c
patio ,
certe te
regend
dignissi

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# SERENISS. PRINCIPI
## AC DOMINO
## D. FRANC. MARIAE II.
## VRBINI DVCI.

## *CHRISTOPHORVS CLAVIVS è Societate Iesu S. P. D.*

MATHEMATICARVM disciplinarum, quod te non fugit, PRINCEPS SERENISSIME, tam immensa copia, atque vbertas est, vt cum quis omnia ferè ipsarum arcana se animo, & cogitatione comprehendisse existimat, tunc quasi nouum, ac rudem intelligat ad ea scrutanda penitus accedere, cum ex vnius perceptione rei altera identitem emergat: vt è multis tanquam nodis ac nexibus catena sese implicante, noua quædam incipiat occupatio, vbi desitura esset. Atq; ego huius rei si non iudex, certe testis esse possum. Cum enim eorum iussu, quibus me regendum permisi, in præstantissimis hisce studijs, scituq; dignissimis vel publicè profitendis, vel, quantum res mea tulit,



lit,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

ſit, illuſtrandis vario commentariorum genere, iamdiu verſer, videor mihi pœne adhuc hærere in veſtibulo, & eius ſcientiæ, quam ſuſpicaretur aliquis perductam eſſe ad faſtigium, vix iacta fuiſſe fundamenta: ita alia atq; alia ſubinde inquirenda occurrunt, vt, quod ait alicubi Sophocles, labor labori laborem tuliſſe videatur. Id cum ſæpe alias, tum in egregio illo, & quod maius videtur, quàm vt ab homine extiterit, Claudij Ptolemæi inuento, quod Planiſphærium ab ipſo, Aſtrolabium vulgo, dicitur, ſum proxime expertus. ad cuius explicationem etſi non ſolum Federicus Commandinus tuæ olim Amplitudinis ditioni ſubiectus, & Mathematicus excellenti doctrina Commentarios ſcripſit perelegantes, ſed & Franciſcus Maurolycus Siculus Abbas noſtrę ætatis inter Mathematicos facile princeps breuiſſimas demonſtrationes edidit eiuſdem argumenti; videntur tamen supereſſe non pauca in hac globoſæ ſphęrę proiectione in planum ſpeculantibus proponenda. Nam ex ijs, quæ demonſtrarunt ipſi, nihil ferè efficitur, niſi vt conficiendi Aſtrolabii ratio diſcatur; cuiùs vſus perexiguus eſt, & incertus: quando nec deſcribere in eo omnes circulos licet, quos in primo mobili complectimur mente, nec qui deſcribuntur, tot eſſe poſſunt, vt per omnes gradus, & minuta traijciantur: quod ſane erat neceſſe, vt perfectus huius inſtrumenti vſus perciperetur. Quæ cum viderem, taleq; inſtrumentum, quòd certiſſimis demonſtrationibus nitatur, præponendum eſſe omnibus intelligerem, eius rationem augere, & quoad ſciui, potuiq;, perpolire, & perficere conatus ſum: vtinam euenta conatui reſponderint. Et quidem (liceat liberè, ac ſine arrogantia loqui) Dei ope, qui adiuuat laborantes, quædam commentatus videor, quæ antea mihi non dico ſperare, ſed cupere furor fuiſſet. Primum enim Geometricè oſtendo, qua ratione in plano, in quo datus ſit circulus quantælibet magnitudinis, referens Aequatorem, aut maximum quemlibet alium ſphæræ circulum, deſcribatur quiuis cæleſtis circulus,

quem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

quem in cælo cognitum esse contigerit. Trado deinde, in eodem plano quot & quilibet circuli, lineæùe ponantur, quos in cælo circulos, aut lineas referant, qua Geometrica arte perspicuum fiat. Tum (quod meo iudicio plurimi faciendum est, cum fons sit omnium, & caput) doceo multipliciter, quo modo quemlibet circulum in Astrolabio effictum diuidere oporteat in gradus suos, quaque demonstratione inuestigare punctum, vt cuilibet puncto eiusdem circuli, quem in cælo posueris, respondeat: etiamsi omnes in cælo gradus æquales sint in eodem circulo, & in Astrolabio propter inæqualem ab oculo distantiam inæquales appareant. Postremo explico sine adminiculo Astrolabij, modo duorum triumùe circulorum species in pagellam conijciatur, qui habeatur qualiscunque Astrolabij vsus, etsi per instrumentum talem vsum parare non possis: atque hoc ipsum (quod auget pretium) multo exploratius, quàm ipsius instrumenti ope; (quanquam sit etiam vtile ipsum:) dum regula diligenter, & circino vtaris. His addo triangulorum sphæricorum scientiam omnem: vt triangulum quodcunq; sphæricum efformare liceat in plano, singulaq; eius latera, & angulos inspicere ea prorsus ratione, qua inspicerentur, si globum haberemus tornatum omni ex parte, vt nihil eo rotundius, in quem omnia triangula potestas esset imprimere nostro arbitratu. Et vero hæc pars tam longè, lateque patet, vt nulla sit quæstio (sunt autem quæstiones infinitæ) ex triangulis sphæricis per sinus, ac numeros explicabilis, quam non commode perangusto spatio per tres arcus explicemus sine auxilio numerorum. Quæ cum ita se habeant, (timide dico, sed veritas me audaciorem facit) apertè profiteor, hoc nostro commentario omnem doctrinam primi mobilis contineri: cum in eo nihil possimus informare cogitatione, siue sint circuli, rectæ lineæ, anguli, vnius ad alium circulum inclinationes, triangula, quod non hic in plano facillimè deprehendatur. quod ipsum tentare ad hoc vs-

que

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

que tempus, quod ego sciam, nemini Mathematicorum venit in mentem: vt nec suum ipse partum agnosceret Claudius, si reuiuisceret. Hunc ego laborem, cuicuimodi sit, (etsi multa esse non ignoro non satis explicata, nec suis posita locis, vt quæ se, dum ipsum opus typis mandaretur, offerrent) Serenissime Princeps, Amplissimo tuo nomini do, dono, dicoque. atque id optimo consilio. Cum enim (vt non modo testatur Illustrissimus D. Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis, Mathematicarum peritissimus artium, quod eius indicant pulcherrima volumina edita in lucem, sed clamat celeberrima fama, quæ totum occupauit orbem terrarum) instructus sis scientia rerum omnium, ac Mathematicarum præcipuè, quæ vt sunt nobilissimæ, sic nobilissimum quemque Heroa maxime decent, cui destinare iustius poteram hæc rerum fermè nouarum omnium inuenta, quàm tibi, qui earum cognitione præter cæteros excellis? Quod si mos Archimedi fuit, Apollonio, illis Geometrarum luminibus, & priscis item alijs viris summis, res à se excogitatas proferre sub aliorum Mathematicorum nomine, qui eadem conditione vitæ iisdem studijs delectarentur, vt de ijs intelligerent, ac iudicarent: quanto æquius, meliusque offerri debuit à me hoc Amplitudini tuæ? Nihil enim est hodie magis cognitum, aut illustre, quàm esse te, vt modo attigi, (quod in Principe viro hoc præclarius, quo rarius exemplum) in omni parte disciplinarum Mathematicarum egregiè peritum, eumque rerum gerendarum consilio maximum, itaque belli gloria, ac virtute præstantem, vt nulla sit laus, quæ non tibi meritissimo debeatur. quas etiam ob causas ardebam cupiditate incredibili, vt per leui aliquo indicio ostenderem, me iam diu esse addictissimum Celsitudini tuæ. At tu accipe meum hoc commentationum volumen ea, quam parem habes benignitate summis virtutibus tuis, & meum hoc munusculum, quo accedat etiam ei dignitas à loco, esse patere in illustrissima tua illa,

opti-

IV

optimisque libris instructissima bibliotheca: vt & præsens seculum, &, si modo hic labor te auctore transibit in secula, etiam postera cognoscant, me, ac res meas omnes fuisse in ære tuo. quam meam mentem, non mortalibus tantum, sed, vt ita dixerim, immortalibus, cælestibus nempe orbibus, quorum metiendorum, inspiciendorum, cognoscendorum hic modus quidam traditur, hoc veluti signo testatam esse voluimus. Vale. ROMAE III. NON. SEPTEMB. M D XCIII.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# QVAE IN ALIORVM ASTROLABIIS non traduntur, ſed in hoc nunc primum inuenta ſunt, ac demonſtrata.

I. *CViuſuis circuli ſiue maximi, ſiue non maximi, proiectio in planum, ſi modo eius ſitus in ſphæra cognitus ſit.*

II. *Cuiuſuis circuli ſiue maximi, ſiue non maximi, in planum proiecti diuiſio in 360. partes inæquales, quæ gradibus 360. æqualibus eiuſdem circuli in ſphæra reſpondeant.*

III. *Cuilibet puncto, vel arcui in cælo, vel ſphæra dato, reſpondens punctum, vel arcum in plano Aſtrolabij aſſignare: Et contra, dato quolibet puncto, vel arcu in plano Aſtrolabij, quod punctum, vel arcum in cælo, ſeu ſphæra referat, inuenire.*

IIII. *Circulo vtcunque deſcripto in Aſtrolabij plano, vel recta vtcunque ducta, quem circulum, aut rectam in cælo, ſeu ſphæra repræſentet, explorare.*

V. *Vſus Aſtrolabij, isq; ampliſſimus, ſolius circini, ac regulæ beneficio, ſine auxilio Aſtrolabij materialis.*

VI. *Omnium triangulorum ſphæricorum deſcriptio in plano, & angulorum, laterumq; eorundem inuentio ſine ope numerorum.*

VII. *Omnium quæſtionum, quæ per triangula ſphærica adiumento numerorum enodantur, ſolius beneficio circini, ac regulæ, explicatio.*

VIII. *Vſus Sinuum, Tangentium, atque Secantium per ſolam proſthaphæreſim, hoc eſt, per additionem, ſubtractionemq; ſolam, ſine multiplicatione, ac diuiſione numerorum: Acceſſit compendium mirificum omnium triangulorum; & tabula Sinuum emendata, cum modo partis proportionalis eruendæ.*

IX. *Demonſtratio, non dari circulos maximos horarum inæqualium, contra omnes fere horologiorum ſcriptores.*

X. *Variæ determinationes magnitudinis angulorum in triangulis ſphæricis, à nemine hactenus animaduerſæ.*

*PRAETER hac, innumerabilia alia varijs in locis diſperſa occurrent, quæ non paſſim in aliorum ſcriptis reperias.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# IN ASTROLABIVM

## PRAEFATIO.

INTER omnia instrumenta, quibus ea, quæ primi mobilis motum ab ortu in occasum consequũtur, vel ad eum aliquo modo pertinent, explicari, atque inuestigari solent, ab Astronomis magna solertia excogitata, nullum mihi vnquam visum est præstantius eo, quod Claudius Ptolemæus Planisphærium inscripsit: vulgo Astrolabium dixere. in quo nimirum omnes circuli cælestes primi mobilis rationibus Geometricis ita in planum proijciuntur, vt singula eorũ puncta, & arcus dimetiri non minus accurate, & exquisitè liceat, quam in globo aliquo perfecte rotundo, qui primum mobile referat. Quamuis enim sphæra solida, siue globus, de quo proximè diximus, omnibus instrumentis, quæ extrui, aut informari cogitatione possunt, iure antecellat, quod sit perfectissima totius cæli imago & effigies: quia tamen ob exquisitissimam rotunditatem, quam habere debet, & difficillima eius constructio redditur, vt vix quisquam perfectum se globum aliquando consecuturum speret, & conseruari diu sine damno vetustatis difficile potest: idcirco Astronomi industria sane admirabili conati sunt globum, seu sphæram in planam superficiem traducere, vt commodius, faciliusque ea omnia obtinerent, quæ per globum, siue sphæram adipisci poterant. Est enim instrumentum planum, iter facientibus commodissimum, quippe quod & sine labore ex vno in alium locum transferri, & facile illæsum custodiri queat. Adde, fieri non posse, vt in globo vel diligentissime elaborato, omnes necessarij circuli, omniaque puncta distincte ponantur; quæ res non parum negotij studioso facessere posit. Quæ difficultas in plano locum non habet, cum in quauis plana superficie, etiam in charta perexigua, tres quatuorue circuli facile describantur, qui nobis maxime sunt vsui tunc futuri, omissis aliis, quibus in præsenti non indigemus: Deinde, vt omnis confusio vitetur, reiecta hac charta, alia assumi potest, in qua alii circuli alium in vsum efformentur.

Globi imperfectiones.

Astrolabii præstãtia.

a Neque

Neque enim necesse est, vt is, qui rationem tenet describendorum in plano omnium circulorum, semper Astrolabii instrumentum in manibus habeat, sed satis est, paucos quosdam circulos in modico aliquo spatio, vel certe in charta aliqua non admodum magna describere, eosque in gradus distribuere, vt ex ijs ea eliciat, atque eruat, quæ inquirit.

Scopus præcipuus huius operis.

ATQVE hic mihi præcipue est scopus propositus, vt doceam, qua ratione in sola vna chartula, aut in exiguo spatio plano, inuestigentur ea omnia, immo multo plura, quã alij per instrumentum Astrolabij venantur, ita vt vsum Astrolabii adipisci perfectissime quis possit, etiamsi factum instrumentum nunquam viderit: quod Astronomiæ studiosis gratissimum fore cõfido, cum multi eo careant, & vix vllum reperiatur tanto studio, ac diligentia constructum, vt omnis in eo perficiendo error artificem effugerit.

Astrolabii materialis imperfectio.

Immo etiamsi Astrolabium quis habeat (quod vel raro, vel nunquam accidet) summa arte, diligentiaque fabrefactum; tamen quia in eo non solum non omnes circuli maximi, sed neque paralleli omnes vnius solius circuli maximi, neque maximi omnes circuli in eisdem duobus punctis se intersecantes, cuiusmodi sunt omnes circuli Verticales, vel circuli positionum, per singulos nimirum gradus, ac minuta describi possunt, quod tamen requiritur, si exquisite omnia reperienda sint; necesse est, vsum ipsius plerumque esse incertum, atque impeditum: ita vt sæpenumero coniectura potius assequi, quod quæritur, quam certa aliqua demonstratione, cogamur. Quin etiam, quoniam in instrumento illorum tantum circulorum vsus percipi potest, qui in eo pauci descripti cernuntur, fit vt Astrolabij materialis vsus paucarnm rerum terminis circumscriptus sit.

Astrolabii vsus amplissimus sine instrumento.

Nos autem sine auxilio instrumenti vsum trademus omnium circulorum, qui innumerabiles propemodum in primo mobili concipi possunt, vniuersamque doctrinam primi mobilis, quæ est amplissima complectemur; vt ne doctrina quidem triangulorum sphæricorum ab eius regulis excludatur, sed tota mira facilitate explicari posit. Nam inter cætera, quæ vulgaribus Astrolabij vsibus hoc nostro adiecimus, qua ratione in ipsis triangulis sphæricis (quod mirum cuipiã videatur) ex lateribus anguli, & latera vicissim ex angulis exquisitissime explorentur, sine vllo numerorũ, siue sinuum adiumento clarissime docebimus: quo item pacto inclinationes circulorum variorum sphæræ inter se, atque intersectiones, & alia id genus sexcenta nullo fere negotio peruestigentur: quo etiam loco omnia illa problemata complectemur, quæ per sinuum

nuum

nuum numeros in nostra Gnomonica olim, præsertim libro primo, & alibi absoluimus,& ab alijs auctoribus varijs in locis proponi,& inquiri solent.

Partitio huius operis in tres libros.

TOTVM autem opus Astrolabii in tres libros tribuimus. In primo varia theoremata, ac problemata demonstrabimus, quæ omnia Lēmatū nomine complexi sumus, quippe quæ ad demonstrationes eorum, quæ ad circulorum proiectiones in planum, & ad nouum Astrolabij vsum pertinent, suis locis assumantur. In secundo libro non tantum omnes circulos, qui in primo mobili concipi possunt, verum etiam omnes lineas rectas, ac puncta in Astrolabii plano describemus, circulumque quemlibet descriptum in suos partiemur gradus, hoc est, in certas quasdam partes inter se inæquales, (omnium enim circulorum cælestium partes æquales in partes inæquales proiiciuntur in Astrolabij planum, Aequatore, eiusque parallelis exceptis, quorum partes æquales in partes æquales proijciuntur, vt suo loco perspicuum fiet) quæ gradibus eorum æqualibus in cælo respondent: quod ad hanc vsque diem neminem absolute perfecisse comperio. Quicunque enim de Astrolabij constructione scripserunt, præter Aequatorem, Eclipticam, Horizontem, eorumque parallelos, nullum circulum in Astrolabio in gradus distribuunt; & Horizontem quidem cum suis parallelis, atque parallelos Eclipticæ, solum per circulos maximos, qui per eorum polos ducuntur in sphæra: quæ res difficilis admodum est, & immensi pene laboris. Solus Andreas Schonerus in libro de compositione Astrolabij Horizontem, Eclipticamque cum eorum parallelis, alia quadam ratione in gradus partitur, sed illius nullam nobis demonstrationem affert, vt merito quis de eius veritate possit dubitare. At nos quemcunque maximum circulum in Astrolabio descriptum, eiusque parallelos, non vna, sed pluribus viis, ijsque facillimis, quæ omnes suas habent demonstrationes, in gradus diuidemus; vbi etiam modum Schoneri Geometricè comprobabimus, & ad omnes circulos maximos, eorumque parallelos accommodabimus: quod ipse non docuit. In tertio denique libro Canones proponemus, quibus multiplex Astrolabij vsus explicetur per solum circinum & regulam in qualibet proposita charta, vel plano, vt paulo ante diximus; extendentes hac ratione Astrolabij vsum ad longe plura problemata, quam per vllum materiale instrumentum fieri posit: quod Lectoris iudicio relinquo. Illa porro problemata, quæ in communibus & peruulgatis Astrolabijs explicari solent, soluemus nos etiam per ipsum in-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

strumentum, vt & vsum Astrolabij peruulgatũ non omnino neglige re videamur, & ijs hac in parte consulamus, qui Astrolabium materiale habent, & mediocritate quadam contenti sunt, aut in ducendis lineis non valde exercitati: Sed antequam ad primum librum me conferam, operæpretium me facturum puto, si quasi prolegomenorum loco pauca quædam de variis circulis sphæræ tam maximis, quam non maximis, de ijs pręsertim, qui in Astrolabio describendi sunt, in medium afferam, vel potius in memoriam reducam; vt eorum positionem ac situm in cælo, cum ijs vtendum erit, plane perspectum, ac veluti in promptu habeamus.

## DE CIRCVLIS primi Mobilis.

Aequator, eiusq; paralleli, quid, & quod sit eorũ officium.

*AEQVATOR, siue circulus æquinoctialis, est circulus maximus, cuius poli ijdem sunt, qui totius mundi, siue primi mobilis. Huic cõcipiendi sunt circuli non maximi æquidistantes ex vtraque parte per singula cæli puncta descripti: quorum officium est indicare, quænam stellæ, vel puncta cælestia eandem ab Aequatore declinationem habeant, & quæ maiorem minoremue. Item quæ in eodem Horizontis puncto oriantur, aut occidant, & quorum ortus, occasusue magis in Boream, vel Austrum vergat. Omnia enim astra, atque cæli puncta in eodem parallelo Aequatoris existentia, eandem habent declinationem, idemque punctum ortus & occasus; illud vero, quod parallelum obtinet minorem, qui videlicet magis ab Aequatore distat, declinationem habet maiorem, punctumque ortus & occasus ab æquinoctiali ortu, occasuque remotius. Præcipui autem paralleli Aequatoris, qui in sphæra considerantur, quatuor sunt, Tropicus ♋, tropicus ♑, circulus arcticus, & circulus antarcticus, quorum situs ac positio in sphæra, ab Ecliptica, eiusque polorum situ petenda est, vt mox dicemus.*

Tropicus Cancri, & Capricorni, & circulus arcticus, antarcticusque, qui.

Ecliptica, eiusq; paralleli, quid, & quod eorum officium sit.

*ZODIACVS, Eclipticaue, circulus maximus est, cuius poli à polis mundi, siue Aequatoris recedunt grad. 23. & semis ferme hoc tempore: ex quo fit, Eclipticam intersecare Aequatorem obliquè, ita vt ad eum sit inclinata, vnaque eius medietas vergat ad septentrionem, & ad austrum altera: Punctum medium autem vtriusque medietatis tanto interuallo ab Aequatore absit, quanto poli Zodiaci à mundi polis recedunt. Duo quoque puncta, quibus se mutuo intersecant Ecliptica & Aequator, dicuntur æquinoctialia, quod in illis existens Sol æquinoctium vbique efficiat; quorum illud, quod principium dat semicirculo Eclipticæ boreali, ab occasu in ortum progrediendo, Vernum dicitur, alterum vero Autumnale. Duo vero*

puncta

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*puncta Ecliptica maxime ab Aequatore distantia, appellantur solstitialia, quia solstitium vbiuis locorum fit, cum primum ad vtrumuis eorum Sol peruenerit. Boreale quidem, dicitur solstitium æstiuum, siue primum punctum Cancri, per quod videlicet parallelus Aequatoris, quē* Tropicum ♋ *dicunt, describitur; Australe verò punctum, solstitium hybernum, seu primum punctum Capricorni vocatur, per quod nimirū Aequatoris parallelus, quem tropicū* ♑, *nominant, transit. Polus denique Eclipticæ boreus parallelum Aequatoris, quem arcticum circulum appellauimus, ad motum primi mobilis describit; australis vero polus eiusdem Eclipticæ alterum Aequatoris parallelum designat, qui antarcticus circulus dicitur. Huic etiam Eclipticæ sunt intelligendi circuli non maximi æquidistantes, qui per singula cæli puncta describantur: quorum officium est indicare, quænam stellæ eandem latitudinem, id est, eandem distantiam ab Ecliptica habeant, & quæ maiorem, minoremue. Nam stellæ in eodem parallelo Eclipticæ existentes eandem latitudinem obtinent; quæ vero in minori parallelo reperiuntur, scilicet qui longius ab Ecliptica distat, maiorem habent latitudinem.*

*COLVRI sunt duo circuli maximi sese in polis mundi ad angulos rectos intersecantes, quorum alter per duo puncta Eclipticæ æquinoctialia ducitur, atque Colurus æquinoctiorum appellatur; alter vero per duo puncta olstitiorum transit, diciturque Colurus solstitiorum. Atque omnes hi cirsculi, quos hactenus descripsimus, mobiles sunt, quippe qui perpetuo ad motum primi mobilis circumferantur. Alij omnes circuli, qui sequuntur, immobiles sunt concipiendi in cælo, ita vt nunquam situm mutent, aut positionem.* Coluri qui.

*MERIDIANVS est circulus maximus per polos mundi, & verticem loci, id est, per illud punctum in cælo ducitur, quod directè illi loco suprapositum est, quale est illud, ad quod pertingeret cacumen alicuius turris, si ad cælum vsque extenderetur. Quod quidem punctum Arabes Zenith appellant, oppositum vero punctum per diametrum, Nadir, ad quod videlicet eadem turris pertingeret, si per terræ centrum ad alteram partem cæli excurreret. Habet etiam Meridianus infinitos circulos non maximos parallelos ex vtraque parte per singula cæli puncta descriptos: qui indicant, quænam stellæ æqualem distantiam à Meridiano habeant, & quæ maiorem, vel minorem.* Meridianus, eiusque paralleli, quid, & quodnā sit illorum officium.

*HORIZON maximus circulus est, cuius poli sunt vertex capitis, punctumque oppositum, Zenith nimirum, & Nadir: qui videlicet hemisphærium visum, seu apparens, ab occulto, seu non viso separat. Huic describuntur innumerabiles paralleli circuli non maximi ex eisdem polis per omnia cæli puncta, vt monstrent, quænam stellæ eandem distantiam ab Horizonte habeant, & quæ maiorem, aut minorem: quæ quidem distantia in supero hemisphærio, altitudo Solis, stellarumque supra Horizontem, in infero, depres-* Horizon, & eius paralleli quid, eorumdemque officium quod sit.

*sio sub eodem appellatur. Ipsi vero paralleli Horizontis apud Arabes, Almucantarath vocantur.*

Verticales circuli, qui.

*VERTICALES circuli, quos Arabes Azimuth nominant, sunt maximi, qui per polos Horizontis, hoc est, per Zenith, atque Nadir, ducuntur per singula Horizontis puncta: quorum is, qui per intersectiones Aequatoris cum Horizonte transit, Verticalis primarius, siue proprie dictus, aut Verticalis regionis, appellari consueuit. Inter hos autem annumeratur quoque Meridianus, cum & ipse per verticem loci ducatur. Officium horum, quod non vulgare est, multis in locis ex vsu Astrolabij cognoscetur.*

Verticalis primarius quid.

Horarii circuli tam à mer. & med. noc. quam ab or. vel occ. qui.

*HORARII circuli, si quidem horas aequales à meridie & media nocte, quae Astronomicae dicuntur, indicent, sunt maximi per polos mundi transeuntes, Aequatoremque & omnes eius parallelos in 24. horas aequales distribuentes; quorum vnus est ipse Meridianus, a quo initium huiusmodi horarum sumitur: Si vero horas ab ortu vel occasu significent, sunt maximi tangentes duos parallelos Aequatoris, quorum vnus est semper apparentium maximus, & alter maximus semper latentium, in illis punctis, in quibus à circulis horarum Astronomicarum secantur; inter quos connumerandus quoque est Horizon, à quo eiusmodi horae incipiunt: Si denique ad horas inaequales pertineant, definiuntur maximi diuidentes omnes arcus parallelorum Aequatoris tam diurnos, quam nocturnos, in 12. partes aequales. De his omnibus circulis horarijs plura scripsimus libro 1. Gnomonices, propos. 9. & 10. quamuis, vt verum fatear, circuli horarum inaequalium nulli sint, vt infra lib. 1. Lemmate 39. demonstrabimus: quod multis incredibile videri possit.*

Circuli horarum inaequalium nulli sunt.

Declinationum circuli qui, & eorũ officiũ quod.

*DECLINATIONVM circuli sunt maximi per mundi polos, (quemadmodum & circuli horarum à meridie ac media nocte distinctores) & singula puncta Aequatoris ducti; ità dicti, quia declinationem cuiuslibet puncti, vel stellae ab Aequatore metiuntur. Est enim declinatio stellae, vel pũcti caeli, arcus circuli maximi per mundi polos, & stellam, vel punctum caeli transeuntis, inter stellam, punctumue caeli, & Aequatorẽ interceptus. Inter hos circulos ponendi quoque sunt circuli horarum à meridie & media nocte.*

Declinatio stellae quid.

Latitudinum circuli qui, eorumque officiũ quod.

*LATITVDINVM circuli sunt maximi per Eclipticae polos, & singula eius puncta descripti, sic nominati, quod latitudinem, hoc est, distantiam cuiusuis stellae, vel puncti caeli ab Ecliptica metiantur. Nam latitudo stellae, vel puncti caeli, est arcus circuli maximi per polos Eclipticae, & stellam, seu punctum caeli transeuntis, inter stellam, punctumue caeli, & Eclipticam inclusus.*

Latitudo stellae quid.

Domorum caelestium circuli qui.

*DOMORVM caelestium circuli sunt maximi, numero sex, diuidentes totum caelum in duodecim domicilia, ducunturque omnes per intersectiones Meridiani cum Horizonte, & ex sententia quidem Ioannis Regiomontani,*

per duo-

# PRAEFATIO.

per duodecimas partes Aequatoris, vt autem Campano placet, per partes duodecimas Verticalis primarij cuiuſque loci.

POSITIONVM circuli ſunt maximi per interſectiones Meridiani cum Horizonte, (quemadmodum & circuli domiciliorum cæleſtium) & ſingula puncta cæli tranſeuntes; ita appellati, quod poſitionem cuiuſuis ſtellæ reſpectu domorum cæleſtium indicent, vtrum nimirum propoſita ſtella ſit in principio, fine, medio, aut alia parte huius, vel illius domus cæleſtis. Atque ex horum numero ſunt quoque illi ſex domorum cæleſtium. Poſitionum circuli qui.

PRAETER hos omnes circulos maximos, quos enumerauimus, cum ſuis parallelis, (Omnem enim maximum circulum habere infinitos æquidiſtantes, ſeu parallelos non maximos, intelligendum eſt, vt de Aequatore, Ecliptica, Meridiano, atque Horizonte dictum eſt.) conſiderari poſſunt in cælo innumerabiles propemodum alij ab omnibus illis differentes. Per quælibet namque duo puncta in ſuperficie conuexa ſphæræ cæleſtis aſsignata deſcribi poteſt circulus maximus, vt Theodoſius lib. 1. Elementorum ſphæricorum propoſ. 20. demonſtrauit, qui quidem infinitos non maximos ſibi æquidiſtantes ac parallelos habere poteſt circa eoſdem cum illis polos deſcriptos. Infinitos alios circulos maximos cũ propriis parallelis in cælo eſſe concipiendos.

Atque omnes hos circulos tam maximos, quam non maximos, qui à nobis declarati ſunt, in plano Aſtrolabij Geometricis, hoc eſt, firmis atque euidentibus rationibus deſcribemus ſecundo libro, eoſdemque in ſuos gradus partiemur, ſeu potius in quolibet eorum propoſitum gradum aſsignabimus, cum vſus id exiget, atque neceſsitas. Sequitur iam index locupletiſsimus omnium problematum, atque theorematum, quæ toto hoc Aſtrolabio demonſtrantur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*Ego Claudius Aquauiua Societatis Iesu Præpositus Generalis opus Astrolabij Patris Christophori Clauij in tres Libros distinctum, à tribus Societatis nostræ Theologis, ac Mathematicarum peritis recognosci, atque approbari curaui. Quod propterea etiam approbo, vt imprimi possit, si ita placuerit Reuerendiss. D. Vicegerenti, ac Reuerendiss. Patri Magistro Sacri Palatij. Dat. Romæ. Die 26. Augusti 1593.*

Claudius Aquauiua.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# INDEX
# LEMMATVM PRIMI LIBRI.

QVAE alio charactere ſunt impreſſa, ad Scholia, & Corollaria pertinent.


1 *DATAM lineam rectam, vel circularem, in quotuis partes æquales, etiam minutiſſimas, diuidere beneficio circini, cuius pedes diſtantiam inter ſe habeant data linea maiorem.* pag. 2

2. *QVADRANTEM, vel circulum datum in gradus diſtribuere beneficio circini, cuius pedum interuallum plures gradus, quàm duos, treſue complectatur.* 4

3. *EX data circumferentia arcum quotlibet gradus integros, vel quotlibet gradus, ac minuta complectentem abſcindere: Et contra, quot gradus ac minuta in quouis arcu datæ circũferentiæ contineantur, cognoſcere, etiamſi data circumferentia in gradus ac minuta diuiſa non ſit.* 5

4. *PER datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam lineam ducere.* 11

5. *QVAM proportionẽ habẽt ſinus toti, hoc eſt, ſemidiametri quorumlibet circulorum, eandem habent ſinus tam recti, q̃ verſi arcuũ ſimilium. Et contra, arcus quorum ſinus tam recti, quàm verſi, eandem proportionem habent, quam ſinus toti, ſimiles ſunt.* 12

6. *Si ſegmentis ſimilibus circulorum inæqualium ſimilia ſegmenta adijciãtur, vel à ſimilibus ſimilia demantur; tota quoque, vel reliqua ſegmenta ſimilia erunt.* 13

7. *SI duo quadrantes inæquales ſimiliter ſecẽtur, vel in partes æquales, & per diuiſionum puncta vni ſemidiametro parallelæ agantur, ſiue ad alteram ſemidiametrum perpendiculares; erunt ſegmenta ſemidiametri in vno quadrante à parallelis, vel perpendicularibus facta, ſegmentis ſemidiametri à parallelis, ſiue perpendicularibus in altero quadrante factis proportionalia: Et contra, ſi ſegmenta ſemidiametrorum ſint proportionalia, quadrãtes ſimiliter ſecti erunt.* 15

8. *DATAM rectam lineam ita ſecare, vt ſemidiameter alicuius quadrãtis ſecta eſt à perpendicularibus, quæ à quibuſuis punctis quadrãtis ad ipſam demittuntur.* 18

9. *SI duo, pluresùe circuli intus, vel duo extra ſe mutuo contingant, rectæ lineæ per contactum ductæ, ſimiles circumferentias abſcindunt: Et rectæ coniungentes bina puncta, in quibus duæ rectæ circulos ſecant, parallelæ ſunt.*

IDEM contingit in duobus circulis ſe mutuo non tangentibus, ſi pro contactu ſumatur punctum in recta eorũ centra coniungente, per quod tranſit recta cõnectens puncta alterna extrema diametrorum ad priorem rectã perpendicularium Sed quando circuli intus non ſe contingunt, ſimiles arcus ſunt alterni, non autem eodem ordine ſumpti, vt in illis. 20

10. *SI duo, pluresùe circuli ſe mutuo ſecent; rectæ lineæ per ſectionis punctum ductæ, quæ vel ipſos ſecent, vel vtraq; ſit tãgens, vel earum altera; intercipiunt circumferẽtias ſimiles inchoatos ab vna earum rectarum, & verſus eandem partem, atque ad punctnm ſectionis, vel contactus alterius rectæ progredientes. Si autem ex eodem ſectionis puncto circulus quicunq; deſcribatur, erit eius circumferentia inter duas eaſdem rectas comprehenſa, ſemiſſis illius arcus in eodẽ circulo ex ſectionis puncto deſcripto, qui arcui cuiuis priorum circulorum inter eaſdem rectas intercepto ſimilis eſt.* 24

# INDEX


11. *RECTAM lineam breuissimã in continnum extendere, vel (quod idem est) per duo puncta parum inter se distantia lineam rectam quantumlibet producere.* 30

12. *DATIS duabus rectis tertiã, & tribus quartam proportionalem inuenire.* 34

13. *DATIS duabus rectis ad inuicem inclinatis, inuenire punctum, in quo cõueniant, etiamsi neutra producatur.* 40

14. *INSTRVMENTVM cõstruere, quo per data tria puncta, etiamsi secundũ lineam fermè rectam constituta sint, arcus circuli possit describi, sine auxilio circini.* 43

15. *CVRVA linea, cui subtensa sit recta linea, & quadrata omnium perpendicularium ex punctis lineæ curuæ ad subtensam rectam demissarum æqualia sint rectangulis contentis sub segmentis eiusdẽ subtensæ factis à perpendicularibus, hoc est, omnes perpendiculares sint mediæ proportionales inter segmenta subtensæ ab ipsis facta, semicirculus est, eiusq; diameter recta illa subtensa, hoc est, semicirculus circa illam rectam subtensam descriptus curuæ datæ lineę congruet, siue (quod idem est) per extrema puncta omnium perpendicularium transibit.* 45

16. *SI conus secetur plano, quod basi coni æquidistet, sectio in conica superficie facta, circumferentia circuli est, centrum in axe coni habens.* 46

17. *SI conus scalenus secetur plano per axem, quod ad basem rectum sit, seceturque altero plano ad triangulum per axem à priore plano factum recto, quod triangulum ex triangulo per axem abscindat simile quidem ipsi triãgulo per axem, subcontrarie vero positum: Sectio circulus est, cuius diameter est cõmunis sectio triãguli per axem, & plani, quod ipsam sectionem in conica superficie effecit. Huiusmodi autem sectio vocetur subcontraria.* 48

DIAMETRVM subcontrariæ sectionis diametro basis coni ęqualem posse esse, & inæqualem. 50

DIAMETRVM subcontrariæ sectionis, & diametrum basis coni nunquam se mutuo bifariam secare. 51

DIAMETRVM subcontrarię sectionis, & diametrum basis coni, quãdo æquales sunt, neutram diuidi bifariam. ibidem

QVANDO diameter sectionis subcõtrarię inæqualis est diametro basis coni, & altera earum secatur bifariam, alteram maiorem esse. ibidem.

QVANDO diameter subcontrariæ sectionis inęqualis est diametro basis coni, & minor diuiditur bifariam, maiorẽ partem maioris vergere ad minorem angulum trianguli per axem, quem illa diameter cum latere eiusdẽ trianguli facit. 53

18. *QVAM proportionem habet sinus totus ad sinum maximę declinationis Eclipticæ ab Aequatore, eandem habet sinus rectus arcus Eclipticæ inter quoduis eius punctũ, & proximum punctum æquinoctiale interiectus ad sinum rectum declinationis eiusdem illius puncti Eclipticæ ab Aequatore.* Ibid.

19. *ANALEMMA ad datam poli altitudinẽ quamcunq; describere.* 54

DECLINATIONES omniũ punctorum Eclipticæ, & cuiusuis dati pũcti, quo pacto Geometricè reperiantur. 57. 58 & 59

20. *SI duo plana se mutuò secent, & in vno eorum ad duo puncta communis sectionis duæ rectæ cum ea internos duos angulos qualescunque constituant æquales; & in altero ad eadem duo pũcta duæ aliæ rectæ cum eadem sectione communi efficiant quoque internos duos angulos æquales qualescunque: constituent duæ hæ posteriores rectæ cum duabus prioribus duos angulos æquales.* 60

21. *SI in diametris circulorũ æqualium puncta sumantur æqualiter à cẽtris remota, ab eisque rectæ egrediantur vsq; ad circumferentias constituentes cum diametris ad easdem partes æquales angulos; rectæ illæ & æquales erunt, & arcus abscindent æquales. Et si lineæ sint æquales, cõstituent rectæ illæ cum diametris æquales*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*les angulos ad easdem partes, abscindentque rursus æquales arcus. Si deniq; arcus æquales abscindantur ad easdem partes, erunt quoq; rectæ illæ æquales, constituētque cum diametris ad partes easdem angulos æquales.* 62

SI in diametris circulorum inæqualium puncta sumantur similiter à centris remota, ita vt eorum distantiæ à centris eandem proportionē habeant, quam semidiametri, & ab eis punctis rectæ egrediantur constituentes cum diametris ad easdem partes angulos æquales; abscindētur ab eis arcus similes. Et si arcus abscissi sint similes ad easdem partes, cōstituent rectę abscindentes cum diametris ad partes easdē angulos æquales. 66

SI ex duobus centris in eadem recta existentibus describantur duo circuli ea conditione, vt extra vtrumque accipi possit punctum similiter à centris distans: Recta linea tangens vnum circulorum, tāget & alterum; Et recta vtrumque secans abscindet arcus similes. 67

*22. SI in plano subiecto inter duas rectas cadat transuersa recta linea faciēs cum illis angulos internos ex vtraq; parte inter se æquales, siue omnes recti sint, siue duo obtusi, & duo acuti; in rectis autem illis duabus plano subiecto insistant duo plana ad angulos rectos: Planum per transuersam lineam ductum vtcunq; faciet cum planis rectis communes sectiones, lineas rectas, quæ cum datis duabus rectis in plano subiecto angulos continebunt æquales.* 68

*23. PLANVM in sphæra per alterutrum polorum mundi, & alterutrum polorum circuli cuiusuis obliqui maximi, vel ad Aequatorem recti, vtcunque ductum, abscindit tam ex Aequatore et circulo illo maximo obliquo, vel recto, quàm ex quolibet parallelo Aequatoris, & parallelo circuli illius maximi obliqui, vel recti, (qui tamen æqualis sit parallelo Aequatoris, & qui tāto interuallo ab assumpto suo polo absit, quanto parallelus Aequatoris ab assumpto mundi polo distat) duos arcus æquales, inter planum secans, & circulum maximum per assumptos duos polos descriptum interceptos.* 70

*24. SI in sphæra sit circulus obliquus siue maximus, siue non maximus, & per quoduis punctum diametri ipsius, quam circulus maximus per eius polos, & polos mundi ductus facit, ad ipsam diametrum perpendicularis linea ducatur: Planum per vtrumuis polorum mundi, & illā perpēdicularem ductum faciet in plano Aequatoris cōmunem sectionem, rectam lineam perpēdicularem ad Aequatoris diametrum, quam idē ille circulus maximus per dictos polos ductus facit.* 88

*25. SI in sphæra per polos mundi, & polos cuiusuis circuli obliqui maximi, eiusque parallelorum, maximus circulus ducatur, in quo ex alterutro mūdi polo agatur diametro circuli obliqui parallela, & per hanc, planum vtcunque extendatur: Erunt duo arcus tam circuli maximi obliqui, quam cuiuslibet parallelorum ipsius, inter circulum maximum per polos mundi, & circuli obliqui ductum, & planum secans intercepti æquales inter se.* 89

*26. SI circulus in sphæra per alterutrum polorum mundi transeat, erit eius diameter ex illo polo ducta, perpendicularis ad communem sectionem plani eius circuli, & plani Aequatoris.* 90

*27. IN cono recto omnes rectę à vertice ad circumferentiam basis ductæ sunt inter se æquales: In scaleno vero cono inæquales, minima quidem, quæ ad extremum basis trianguli per axem, quod ad basem coni rectum est, ducitur ex parte anguli inclinationis axis, maxima autem, quæ ad alterum extremum basis eiusdem trianguli per axem ducitur: Et quæ propinquior est minimæ, remotiore semper minor est. Duæ vero tantum æquales erunt ad vtramque partem minimæ, vel maximæ.* 91

*28. SI in cono sit circulus basi æquidistans, rectæ lineæ ex vertice in superficie conica ductæ auferent ex base, & circulo æquidistante arcus similes.* 93

29. SI duæ rectæ lineæ ſe mutuo contingant in vno puncto, & à quouis puncto extra ipſas in eodem plano plures rectæ ducantur, quæ eas ſecent; habebunt ſegmenta remotioris lineæ ab aſſumpto puncto, verſus punctum ſectionis linearum propoſitarum progrediendo, maiorem proportionem, quàm ſegmenta lineæ propioris. 94

30 SI duo triangula Iſoſcelia baſes habeant æquales, latera verò vnius maiora ſint lateribus alterius: minora latera maiorem angulum cõtinebunt. Et ſi vnius latera lateribus alterius maiora ſint, angulumque contineant maiorem: illius baſis baſe huius maior erit. 95

31. SI in cono ſcaleno circulus ſit baſi ſubcontrariè poſitus, rectæ lineæ ex vertice in ſuperficie conica ductæ, quarum vna ſit latus trianguli per axem ad baſem recti, auferent ex baſe, & circulo illo arcus diſſimiles. Et ſi in uno auferãtur duo arcus oppoſiti æquales, auferentur in altero duo arcus inæquales, maior quidem verſus angulum minorem trianguli per axem, minor vero verſus angulum maiorem. 96

32, SI in diametro circuli, præter centrum, punctum quodpiam ſumatur, & ex eo rectæ educantur, quæ in circumferentia circuli duos arcus æquales intercipiant: Erunt anguli ab ipſis comprehenſi inæquales, maiorque erit ille, cuius lineæ à centro longius abſunt. Et ſi rectæ ductæ contineãt angulos æquales, erunt arcus intercepti inæquales, maiorque erit ille, cuius lineæ cẽtro propinquiores ſunt. 101

33. SI in circulis ſe mutuo ſecãtibus, vel non ſecantibus, diuerſa tamen centra habentibus, punctum quodpiam in communi eorum diametro per vtrumque centrũ ducta, præter centra, ſumatur, quod & inter vtrumque centrum, & intra vtrumq; circulum exiſtat: Rectæ lineæ ab eo puncto eductæ ſecantes vtriuslibet circulorum circumferentiam in arcus æquales, ſecabunt alterius circumferentiam in arcus inæquales, maiorque ſemper erit ille, cuius lineæ centro propinquiores ſunt: Arcus itẽ quilibet illius circuli, cuius centrũ eſt inter aſſumptum punctum, eiuſque circumferentiam, interceptus inter communem diametrum, & quamlibet rectam ex eodem puncto eductam, ſi minor eſt ſemicirculo, maior eſt, quàm vt ſimilis ſit arcui alterius circuli inter eaſdem rectas intercepto. 104

34. SI circulus circulum bifariã ſecet, vel nõ bifariam, aut nullo modo ſecet, & per centra ad rectam per eadem centra eiectam ducantur duæ diametri perpendiculares: Rectæ duæ lineæ egredientes ex puncto rectæ per centra eiectæ, per quod tranſit recta, quæ extrema duarum diametrorum ductarum coniungit, & quod in vtroque circulo exiſtit, facientesq; cum recta vtrique diametro æquidiſtante ex vtraq; parte, uel cum recta per centra trãſeunte, angulos æquales, intercipient in vtroque circulo arcus ſimiles: Ipſa quoque recta vtriq; diametro æquidiſtãs ex vtroque circulo alternos arcus ſimiles abſcindet. Et contra ſi duæ rectæ arcus ſimiles intercipiant, conſtituent cum eadem recta æquidiſtante ad vtraſque partes angulos æquales. 106

35. SI in circulo duæ diametri ſeſe ad angulos rectos ſecent, & in eodem recta ducatur ad vtramque diametrum inclinata, vel vni earum parallela; ab uno autem extremo alterutrius diametrorum per extrema rectæ lineæ inclinatæ, vel ab extremo diametri illius, cui recta æquidiſtãs eſt, extendantur duæ rectæ triangulũ conſtituentes, cuius baſis eſt recta inclinata, vel illa parallela: Altera diameter abſcindet ex huius trianguli lateribus triangulum ſimile, ſed ſubcontrariè poſitum. Et ſi recta inclinata per centrum tranſeat, recta ex eodẽ diametri extremo ad eam ducta perpendicularis baſem trianguli ab altera illa diametro abſciſſi bifariam ſecabit, ipſaque perpendicularis ſemiſſi eiuſdẽ baſis æqualis erit. Si verò recta per centrũ nõ tranſeat, ſiue inclinata ſit, ſiue vni diametrorum parallela, & ad eam ducatur diameter perpendicularis, atque per punctum, vbi rectam illam ſecat, ex eodem illo extremo diametri recta ducatur vſq; ad circumferentiam, ac tandem arcui inter



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*ter hoc punctum circumferentiæ, & diametrum perpendicularē postremo loco ductam, arcus ex altera parte æqualis abscindatur: Recta ex dicto illo extremo diametri ad terminum huius arcus ducta, secabit quoque basem trianguli ab altera illa diametro abscissi bifariam.* 111

SI in circulo duæ diametri sese ad rectos angulos secantes ducātur; recta linea, quæ ad aliquam aliam diametrū obliquam perpendicularis ducitur ab extremo vtriusuis diametrorum sese ad angulos rectos secantium, diuidit bifariam segmentū cuiusuis lineæ rectę alteri diametro æquidistātis interceptum inter rectas ex eodem illo puncto extremo per terminos diametri obliquæ eductos. 113

*36. SI in circulo duæ diametri sese ad rectos angulos secent, & in eodem alię duæ diametri ad illas inclinatæ ducantur, ab vno autem extremo alterutrius diametrorum priorum per extrema posteriorum binæ rectæ extendantur. Erunt rectæ ex altera priorum diametrorum à binis rectis abscissæ maiores diametro circuli, ipsæque inter se erunt quoque inæquales, maior videlicet illa, cuius diameter inclinata maiorem angulum cum altera illa diametrorum priorum constituit.* 114

*37. CIRCVLI positionum in sphæra obliqua boreali secantes arcum semidiurnum Aequatoris in partes æquales, secant arcus semidiurnos parallelorum in partes inæquales: Et in parallelis quidem australibus quælibet pars inter Meridianum, & quemlibet circulum positionis minor est respectu proprij arcus semidiurni, quam eadem pars in Aequatore respectu arcus semidiurni Aequatoris; in borealibus verò maior. Iidem tamen circuli positionum parallelos Horizontem tangentes secant quoque in partes æquales.* 117

*38. IN sphæra obliqua boreali circuli per horas inæquales Aequatoris, & cuiusuis paralleli transeuntes, secant Meridianum ex parte australi infra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum australem; ex parte uerò boreali supra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum Septentrionalem.* 120

*39. CIRCVLI maximi transeuntes per horas inæquales Aequatoris, et duorum parallelorum oppositorum, non necessario per horas inæquales parallelorum intermediorum transeunt in sphæra obliqua.* 121

NON dari circulos maximos, qui per horas inæquales omnium parallelorum transeant: contra plerosque horologiorum scriptores. 122

LINAE horarum inæqualium in horologijs quid referant. ibidem.

*40. SI in triangulo parallela vni lateri agatur, vel si productis duobus lateribus versus angulum ab eis comprehēsum, tertio lateri ducatur parallela, vt duo fiāt triangula: Circuli circum ea descripti se mutuo in angulo, vel puncto communi tangunt.* 123

DVO circuli, qui ex duobus centris in eadem recta existentibus per idē punctum describūtur, sē mutuo in eo puncto tangunt exterius. 124

*41. PER data duo puncta circulum describere, qui datum circulum tangat.* 125

*42. DATIS duobus circulis, per pūctum in vnius circumferentia datum describere circulum, qui vtrumque datum tangat.* 135

*43. SI in sphæra circulus duos maximos circulos ad easdem partes inter punctum sectionis, & circulum maximum per eorū polos ductum tangat; arcus duorum illorum circulorum maximorum inter puncta contactuum, & intersectionem circulorum, vel circulum maximum per eorum polos ductum intercepti, æquales sunt.* 137

*44. SI in sphæra circulus duos circulos non maximos æquales tangat, arcus duorum illorum circulorum non maximorum inter puncta contactuum, & circulū maximum per eorum polos ductum, vel punctum sectionis (quando se intersecant) interiecti, sunt æquales.* 138

*45. SI in sphæra circulus duos circulos parallelos ad easdem partes circuli maximi*



IX

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*ximi per eorum polos ducti tangat; arcus eorum inter puncta contactuum, & circulum quemlibet maximum per eorum polos ductum intercepti, similes sunt.* 141

46. *SI in sphæra duo circuli se mutuò secent; maximus circulus secans bifariam vnius segmentum, incedensque per eius circuli polos, transit quoque per alterius circuli polos.* 142

47. *SI in sphæra per polum cuiusuis circuli maximi ducantur tres maximi circuli constituẽtes duos angulos in polo æquales; circulus quicunque ex quolibet puncto medij circuli, vt polo, descriptus abscindit tam ex alijs duobus circulis maximis, quàm ex duobus circulis siue maximis, siue non maximis æqualibus, qui polos habent in primo circulo maximo à medio illo circulo maximo æqualibus interuallis distantes, arcus æquales ad easdem partes ab eodem primo circulo maximo inchoatos, in circulis tamen maximis, vel non maximis æqualibus polos in primo illo circulo maximo habentibus, à punctis, quæ citra, vel vltra polos eorum existunt.* 143

48. *SI ex eodẽ centro duo circuli descripti sint, & ex quotlibet punctis circumferentiæ interioris ad exterioris circumferentiam rectæ æquales ducantur; vna autem earum interiorem circulum tangere ponatur, tangent eundem & reliquæ. Et si plures lineæ interiorem circulum tangentes versus eandem partem ducantur, versus sinistram videlicet, aut dextram, ipsæ inter se æquales, & arcus inter binas comprehensi, similes erunt.* 147

49. *PAVCA quædam de declinationibus, latitudinibus ortiuis, ascensionibusq; rectis, & obliquis demonstrare.* 149

PARALLELVS quilibet per duo puncta ab alterutro puncto tropico æqualiter distantia transit. ibid.

DVO paralleli per duo pũcta Eclipticæ ęqualiter ab alterutro puncto æquinoctiali, vel à duobus, aut etiam à duobus punctis tropicis distãtia ducti, declinationes habent æquales. 150

DVO ijdem paralleli habent latitudines ortiuas æquales. ibid.

IIDEM duo paralleli ęquales sũt. 151

QVATERNA puncta Eclipticæ æquales habent declinationes, & latitudines ortiuas. ibid.

SATIS esse, vt declinationes, latitudinesq; ortiuę omnium punctorum vnius quadrantis Eclipticæ inueniantur. ibid.

QVI arcus Eclipticæ dicantur oppositi, & qui ęqualiter distantes ab aliquo puncto Eclipticæ. ibid.

QVATERNOS arcus Eclipticæ ęquales habent rectas ascensiones, & descensiones. 152

SATIS esse, vt ascensiones rectæ omnium arcuum primi quadrãtis Eclipticæ reperiantur. 153

QVI arcus Eclipticæ maiores sint suis ascensionibus rectis, & qui minores. Ibid.

ASCENSIO recta cuiusuis arcus, vel puncti, æqualis est descensioni rectę eiusdem arcus, vel puncti. Ibid.

CIRCVLVS maximus ex polo mundi per intersectionem paralleli cuiuslibet puncti Eclipticę cum Horizonte obliquo ductus, intercipit cum Horizonte in Aequatore arcum differentiæ ascensionalis illius puncti Eclipticæ: cum circulo vero alio maximo per illud punctum Eclipticę ducto, ascensionem obliquam arcus Eclipticę inter illud punctũ & Horizontẽ positi. 154

DVO Eclipticę arcus ęquales ab alterutro puncto ęquinoctiali inchoati, vel ęqualiter distantes, descensiones obliquas habent ęquales. 155

DVO arcus Eclipticæ æquales ab eodem tropico puncto ęqualiter remoti, item duo oppositi, habent suas ascẽsiones obliquas simul sumptas ascẽsionib. suis rectis simul sũptis æquales. 156

ARCVS Eclipticę ab Ariete inchoati, & semicirculo minores, maiores sunt suis ascensionibus in obliqua sphęra; inchoati verò à Libra, minores. 157

ARCVS Eclipticę ab Ariete inchoati habẽt ascẽsiones obliquas tãto

rectis ascẽsionibus minores, quanto maiores rectis sunt ascẽsiones obliquę arcuũ æqualiũ à Libra inchoatorũ. 158

PVNCTA Eclipticę opposita differentias ascensionales habent inter se ęquales. Ibid.

DVORVM arcuũ Eclipticæ ęqualium ab eodem puncto tropico ęqualiter distantium, vel oppositorum, vnius ascensio obliqua tãto minor est, quàm recta, quanto alterius maior est. Ibid.

DVO arcus Eclipticę æquales ab eodem pũcto tropico, vel ęquinoctiali equaliter distantes, aut oppositi, eandẽ habent differentiã ascẽsionalẽ. 159

ARCVS Eclipticę quicunque ab eodẽ puncto tropico bifariam diuisus, habet vbiuis locorũ ascẽsionẽ obliquã æqualẽ ascensioni eiusdem rectę. Ibid.

DESCENSIO cuiusuis arcus Eclipticæ ęqualis est ascensioni arcus oppositi. Ibid.

SATIS esse, si supputentur ascensiones obliquę arcuum quadrantis primi Eclipticę, vt tota tabula obliquarũ ascensionum condatur. 160

DIFFERENTIA ascensionalis cuiuslibet puncti Eclipticę, est etiã differentia inter arcum semidiurnum eiusdem puncti, & arcum semidiurnum Aequatoris, qui sẽper quadrãs est. ibid.

ARCVS semidiurnus cuiusuis pũcti Eclipticę, quo modo ex differentia ascensionali eiusdẽ puncti eliciat. 161

DIFFERENTIA ascensionalis quando addenda, vel auferenda, vt habeatur arcus semidiurnus, vel ascensio obliqua dati puncti, vel stellę. Ibid.

QVATERNA puncta Eclipticę habere eandem differentiam ascensionalem. Ibid.

SINVS totus ad sinũ complementi declinationis cuiusuis puncti Eclipticę eandẽ proportionem habet, quã secans arcus inter illud punctũ, & punctum equinoctiale proximum ad secantẽ ascensionis rectę eiusdẽ arcus. Ibid.

SINVS totus ad tangentem altitudinis poli eandem proportionem habet, quam tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. 162

DIFFERENTIA inter longissimum, vel breuissimũ arcum semidiurnũ, & arcũ semidiurnum Aequatoris, quo pacto in quauis eleuatione poli supputetur. 164

SINVS totus ita se habet ad sinũ ascensionis rectæ cuiusuis puncti Eclipticę, vt sinus differentiæ ascensionalis initij Cancri, vel Capricorni ad sinum differẽtię ascẽsionalis eiusdẽ pũcti. 165

SINVS complementi declinationis cuiuslibet puncti Eclipticæ ad sinũ declinationis eiusdẽ puncti est, vt sinus totus ad sinũ differentiæ ascensionalis eiusdẽ pũcti, ĩ latitudine grad. 45. ibid.

ARCVS tangenti declinationis cuiuslibet puncti, tanquam sinui, congruẽs, est differentia ascensionalis eiusdem puncti in latitudine grad. 45. 166

SINVS complementi altitudinis poli datę ad sinũ altitndinis poli ita se habet, vt sinus differẽtię ascensionalis cuiusuis puncti Eclipticę in latitudine grad. 45. ad sinum differentię ascensionalis eiusdem puncti in priori altitudine poli data. Ibid.

SINVS totus ad tangentẽ altitudinis poli datæ ita se habet, vt sinus differentiæ ascensionalis cuiuslibet pũcti Eclipticę in latitudine grad. 45. ad sinũ differentię ascẽsionalis eiusdem puncti in data altitudine poli. Ibid.

50. *DATIS duobus axibus Ellipsis sese ad angulos rectos secãtibus, si ex quolibet pũcto minoris axis, etiam producti, si opus est, recta dimidio maioris axis æqualis educatur secans ipsum axem maiorẽ, ita vt segmentũ eius vltra eundẽ axẽ maiorem dimidio minoris axis æquale sit, cadet eius extremũ in Ellipsim. Et si ex quolibet puncto Ellipsis recta dimidio maioris axis æqualis ducatur, vsq; ad minorem axem, etiã productũ, si opus est, secãs tamẽ ipsum maiorem axem, erit eius segmentũ inter datum punctum, & axem maiorem, dimidio minoris axis æquale.* 167

DA-

DATIS axibus, Ellipsim describere. 168

DATO alterutro axium, & puncto in Ellipsi circa eum axem describenda, alterum axem reperire. 169

DATIS duobus axibus Ellipsis, & quolibet puncto, an datum hoc punctum in Ellipsi existat, an extra, vel intra, cognoscere. ibid.

DATIS duabus rectis inæqualibus, & puncto quolibet, describere Ellipsim per datum hoc punctum, cuius centrum sit quoque datum, & axes datis rectis æquales. 170

*51. SI circa axes Ellipsis circuli describantur, & ad eosdem ordinatim rectæ applicentur vsque ad Ellipsis, & circulorum peripherias; erunt applicatæ vsque ad Ellipsim, applicatis vsque ad circulũ proprium, ad cuius videlicet diametrum applicatæ sunt, proportionales.* 171

ORDINATIM applicatę proportionaliter secãtur ab Ellipsi, & circulis circa axes descriptis. 172

*52. DATIS axibus alicuius Ellipsis sese ad angulos rectos secantibus; in data recta qualibet puncta reperire, per quæ Ellipsis, si describatur, transire debet.* 173

*53. QVAESTIONES omnes, quæ per sinus, tangentes, atq; secantes absolui solent, per solam prosthaphæresim, id est, per solam additionem, subtractionemq; sine laboriosa numerorum multiplicatione, diuisioneq; expedire.* 178

TABVLA sinuum cum numeris ad partem proportionalem eliciẽdam insertis. 196

PARS proportionalis Sinuum, & arcuum, quo pacto inueniatur. 228

TRIANGVLORVM sphæricorum, ac rectilineorum multiplex calculus. 231

# INDEX
## PROBLEMATVM AC THEOREMATVM,
### Quæ in propositionibus secundi Libri, earumque Scholijs demonstrantur.

*Qui præponuntur numeri, significant eos, qui propositionibus, earumq; Scholijs, varijs in locis inserti sunt.*

## IN PROOEMIO.

*1 SPhæram varijs modis posse in plano describi. Pag.* 269

*2 Astrolabiũ Catholicũ Gemmæ Frisij, vt describatur, vbi oculus collocandus sit in sphæra. ibid.*

*3. Planisphærium Vniuersale Ioan. de Roias quo fundamento describatur.* 270

*4. Astrolabium, siue Planisphæriũ Ptolemæi, vt ad datam poli altitudinem describatur, vbi oculus in sphæra constituendus sit. ibid.*

*4. Iordanus in eodem Astrolabio, siue Planisphærio Ptolemæi construendo, quale planum assumat. ibid.*

*5. In Astrolabio quæ potissimum describantur. ibid.*

*5. Partes inter puncta, lineas, & circulos sphæræ comprehensas non egere peculiari descriptione in Astrolabio. ibid.*

*5. Astrolabij partes singulæ quibus cæli partibus respondeant. ibid.*

*6. Sphæræ pũctum quodlibet vbi appareat in Astrolabio.* 271

*7. Recta linea in sphæra quando appareat punctum in Astrolabio, & quando linea recta. ibid.*

8 Cir-

9. *Astrolabiũ describere quid sit.* Ibid.
9. *Astrolabium, siue Planisphærium quid sit.* 273

## IN PROPOS. 1.

1 *Circulum quemlibet sphæræ per polum australem ductum, proijci in Astrolabium per lineam rectam infinitã, quæ communis sectio est ipsius circuli, & plani Astrolabij, Aequatorisue: Partes autẽ illius rectæ arcubus æqualibus respondẽtes inæquales esse, eoque maiores, quò à radio visuali per circuli centrum ducto sunt remotiores: binas tamen partes hinc inde ab eodem radio æqualiter distantes, æqualibusq; arcubus respondentes æquales esse.* 273
4. *Polum borealem, axem mundi, & centrum sphæræ, siue mundi, in Astrolabio idem esse, quod centrum Astrolabij.* 275
4. *Circulos omnes maximos per polos mundi ductos proijci in rectas lineas sese in centro Astrolabij intersecantes.* Ibid.
5. *Circuli per mundi polos ducti, quo pacto in Astrolabio, vbi rectæ lineæ sunt, in gradus distribuantur.* Ibid.
6. *Arcus, vel gradus quilibet circuli per mundi polos ducti, quo pacto reperiatur in recta circulum illum referente in Astrolabio: Et quot gradus in dato segmento eiusdem rectæ continentur, quo pacto cognoscatur.* 276

## IN PROPOS. 2.

1. *Aequatorem, omnesque eius parallelos, in Astrolabium proijci in formas circulares.* 277
3. *Arcus eorundem circulorum proijci in arcus similes, atq; adeo æquales in æquales.* 278
4. *Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio diuidendos esse in partes æquales, vt eorum gradus habeantur, ad instar aliorum circulorum in sphæra.* Ibid.
5. *Parallelos Aequatoris australes in Astrolabio esse maiores Aequatore, & boreales, minores.* Ibid.
6. *Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio idem cum Astrolabio centrum habere.* Ibid.

## IN PROPOS. 3.

1. *Circulum quemlibet sphæræ ad Aequatorem obliquum, vel etiam rectũ non maximum, in Astrolabium proijci in circularem figuram.* 279
2. *Arcus eiusdem circuli, a certo quodam puncto incipiẽtes proijci in arcus dissimiles, atque adeo æquales in inæquales.* 281
4. *Circulum quẽuis obliquum ad Aequatorem, vel etiam rectum non maximũ, in Astrolabio habere centrũ à cẽtro Astrolabij diuersum.* Ibid.

## IN SCHOLIO PROPOS. 3.

1. Circulum quemuis obliquum maximum, eiusq; parallelos, vel etiam circulum non maximum ad Aequatorem rectum, ex polo australi inspici debere in communi sectione Aequatoris, vel plani Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui, vel recti, ducti, tum vt in formam circularem proijciãtur, tum vt maximæ eorum diametri visę habeantur. 282
1. Diametros circulorum obliquorum quorumlibet, vel etiam rectorum non maximorum in Astrolabio, visas in communi sectione Aequatoris, vel plani Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos obliquorum circulorum, vel etiam rectorum, ducti, esse omnium maximas. 282. & 283
4. Centra obliquorum circulorum quorumlibet, vel etiam rectorum non maximorum in Astrolabio, sumenda esse in communi sectione plani Astrolabij, Aequatorisue, & circuli maximi per polos mundi, & polos circulorum

obliquorum, vel rectorum, ducti. 284

4. Rectam lineam per centrũ Astrolabij, & cẽtrũ cuiusuis circuli in Astrolabio descripti ductam, esse communẽ sectionem plani Astrolabij, Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi, & polos descripti circuli ducitur. Ibid.

6. Iordani demonstratio, circulos obliquos, vel etiã rectos non maximos, proijci in figuras circulares. 284. & 285

## IN PROPOS. 4.

1. *Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio ex Analemmate describere, si magnitudo Aequatoris data sit.* 287

1. *Meridianus, atque Horizon rectus, per quas lineas rectas repræsententur in Astrolabio.* 289

2. *Aequatorem, eiusque parallelos diuidendos esse in partes æquales, vt eorum gradus habeantur.* Ibid.

2. *Rectas lineas per centrum Astrolabij traiectas, diuidentesque quemlibet circulum ex eodem centro descriptum in 360. partes æquales, repræsentare circulos maximos sphæræ per polos mũdi, & singulos gradus Aequatoris ductos.* Ibid.

3. *Parallelum quemlibet Aequatoris, cuius declinatio data sit, in Astrolabio ex Analemmate describere.* Ibid.

4. *Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationẽ ex Analemmate cognoscere, & vtrum ea borealis sit, an australis.* Ibid.

5. *Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere, si data sit Aequatoris magnitudo.* 290

6 *Parallelum quemlibet Aequatoris, cuius declinatio data sit, in Astrolabio sine constructione Analẽmatis describere.* 291

6. *Ex vno arcu declinationis in Aequatore, describere tam australem, quàm borealem parallelum illius declinationis.* Ibid.

7. *Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationem sine constructione Analemmatis cognoscere, & vtrum ea borealis sit, an australis.* Ibid.

8. *Semidiametros parallelorũ Aequatoris, præsertim australium, accuratius, atque exquisitus inuenire.* Ibid.

11. *Semidiametrum Aequatoris inter semidiametros duorũ parallelorum Aequatoris oppositorum in Astrolabio descriptorum esse medio loco proportionalem, et quã proportionem habeant.* 293

12. *Semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis ex semidiametro paralleli borealis oppositi eruere in Astrolabio.* 294

13. *Polum mundi australem solum ex omnibus punctis sphæræ in Astrolabiũ non posse proijci.* 295

13. *Non omnia puncta sphæræ australia (etiam polo australi excluso) commodè poss e proijci in Astrolabium.* Ibid.

## IN SCHOLIO PROPOS. 4.

1. Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, si tropici ♑, magnitudo data sit. 295

2. Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, si tropici ♋, magnitudo data sit. 296

3. Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, ex data cuiusuis paralleli Aequatoris magnitudine. 297

4. Nullum parallelum Aequatoris in Astrolabio describi posse ex data paralleli oppositi magnitudine, nisi prius Aequator describatur. Ibid.

## IN PROPOS. 5.

1. *Horizontem quemlibet obliquum, Verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcunque alium circulum maximũ obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, inclinationemque ad Aequatorem habeat notam, in Astrolabio ex constructione*

ctione Analemmatis describere. 299

1. Quos parallelos Ecliptica, Horizon, atque Verticalis tangant. Ibid.

2. Horizontem quēuis obliquum, Verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcumque alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, inclinationemque ad Aequatorem habeat notam, in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere. 301

3. Centrum Horizontis in Astrolabio inuenire, etiamsi diameter eius visa inuenta non sit. 303

3. Rectam ex polo australi ad diametrum maximi circuli obliqui in Aequatore descriptam, ad angulos rectos ductam, cadere in centrum eiusdem circuli obliqui in Astrolabio. Ibid.

4. Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio inuenire, etiamsi diameter eius visa inuenta non sit. Ibid.

5. Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse. Ibid.

7. Eclipticam semper apparere circulū in Astrolabio, eiusdemque magnitudinis, etiamsi ad motum diurnum in sphæra continuò circumferatur. 304

9. Diameter uera dati circuli maximi obliqui, & ad Meridianum recti, qua ratione in Aequatore Astrolabij ducenda sit, vt per eam circulus ipse obliquus in Astrolabio describatur. 305

10. Extremum punctum diametri visæ circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabij remotius est, accuratius inuenire. Ibid.

10. Circulum maximum obliquum in Astrolabio describere, etiamsi eius diameter visa inuenta non sit. Ibid.

11. Semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis alio modo, quàm supra, & valde exquisitè inuenire. 307

12. Poli cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio, per quas lineas rectas indicentur in linea meridiana. Ibid.

12. Radius ex polo australi per polum circuli obliqui maximi remotiorem ductus quos angulos secet bifariam. Ibid.

13. Polum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse. Ibid.

14. Centrum circuli maximi obliqui aliter reperire in Astrolabio. Ibid.

14. Radius ex polo australi ad polum circuli obliqui ductus abscindit ex meridiana linea, & vera diametro circuli obliqui, rectas æquales. 309

15. Polum circuli maximi obliqui ab eius centro differre in Astrolabio. Ibid.

17. Horizontem obliquum in Astrolabio ex eius polo superiore in gradus distribuere. 310

17. Obliquus circulus maximus, quando eius polus superior parum abest à circūferentia Aequatoris, quo pacto exquisitius in gradus distribuatur. 311

18. Gradum quemlibet propositum in Horizonte Astrolabij ex eius polo superiore inuenire. Ibid.

18. Pars orientalis, occidentalis, borealis, & australis in Horizonte Astrolabij quæ. Ibid.

18. Datum arcum maximi obliqui in Astrolabio diuidere bifariam. 312

19. Quot gradus in dato arcu Horizontis Astrolabij contineantur, ex eius polo superiore cognoscere. Ibid.

20. Horizontem obliquum in Astrolabio ex eius polo inferiore in gradus distribuere. Ibid.

21. Eclipticam, Verticalem primariū, et quemuis alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus sit, in Astrolabio ex vtrouis eius polo in gradus partiri. 314

23. Circulum quemlibet maximū obliquum, qui ad Meridianum rectus non est, ex vtrouis eius polo in gradus distribuere in Astrolabio. Ibid.

23. Regula facilis pro initijs arcuum abscissorum determinandis in diuisionibus circulorum maximorum in gradus, per rectas ex alterutro polorum cuiusuis circuli obliqui emissas. 316

23. Regula facilis ad cognoscendum, vtrum punctorum Aequatoris in cælo sit superius, vel inferius: Et vtrum punctorum

c 2 circuli

circuli maximi obliqui sit boreale, vel australe. Ibid.

23. Regula facilior pro initijs arcuum præfiniendis. 317

24. Circulum quemuis maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus est, in Astrolabio diuidere in gradus ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij. Ibid.

25. Gradum quemlibet propositum in circulo obliquo maximo ad Meridianum recto in Astrolabio reperire ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij. 319

26. Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui ad Meridianum recti contineantur, ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij, cognoscere. Ibid.

27. Circulum quemuis obliquum maximum, qui ad Meridianum rectus nõ sit, diuidere in gradus ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij. Ibid.

28. Quæ lineæ circulum maximũ obliquum tangant in Astrolabio. 320

29. Lineas quasdam in Astrolabio cõcurrentes, repræsentare in cælo lineas parallelas, & non concurrentes. 321

30. Circulum quẽlibet maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus sit, in gradus distribuere ex polo australi Analemmatis. 323

31. Gradum quemlibet propositum in circulo maximo obliquo ad Meridianum recto inuenire ex polo australi Analemmatis. Ibid.

32. Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui ad Meridianum recti contineantur, ex polo australi Analemmatis cognoscere. 324

33. Circulum quemuis maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianũ rectus non sit, partiri in gradus ex polo australi Analemmatis. Ibid.

34. Circulum quemuis maximum obliquum in Astrolabio distribuere in gradus ex proprio centro, & centro Astrolabij, siue Aequatoris. 326

34. Circulum quẽuis maximũ Astrolabij partiri in gradus per alium circulum maximum diuisum. 327

35. Dato arcui in circulo quouis maximo abscindere arcum æqualem, quod ad numerum graduum attinet, ex quouis alio circulo maximo. Ibid.

36. Circulum maximum obliquum secare multipliciter in gradus, per circulos varios per terna puncta descriptos, vt propos. 6. Num. 36. docebitur. Ibid.

36. Circulum maximum obliquũ multipliciter in gradus partiri per varias rectas lineas. 328

36. Ex quolibet puncto meridianæ lineæ circuli obliqui rectas educere secantes circulum ipsum obliquum in gradus. 329

36. Dato puncto in circulo maximo obliquo, punctum respondens in Aequatore reperire. Ibid.

36. Dato quouis puncto in plano alicuius circuli maximi in sphæra, etiam extra circulum, inuenire eius situm in Astrolabio. Ibid.

36. Quæ puncta vera in plano dati circuli obliqui in sphæra non habeant respondentia puncta in Astrolabio. 332

36. Dato quouis puncto in Astrolabio, inuenire eius situm in plano cuiusuis circuli maximi in sphæra. Ibid.

36. Quæ puncta visa Astrolabij non habeant vera respondentia in plano dati circuli obliqui in sphæra. Ibid.

36. Ex quolibet puncto extra meridianam lineam dato in Astrolabio, datũ circulum maximum in gradus distribuere. 333

36. Circulum quẽlibet maximum obliquũ in gradus diuidere alijs tribus vijs, vt in propos. 6. Num. 37. & 38. Ibid.

---

## IN SCHOLIO PROPOS. 5.

1. Circuli maximi obliqui, ad Meridianum tamen recti, per quæ puncta Aequatoris ducãtur in Astrolabio. 333

2. Circulum maximum quemlibet obliquum in Astrolabio esse maiorem

Aequa-

Aequatore. 335

3. Circuli maximi obliqui ad Meridianum non recti, per quę puncta Aequatoris in Astrolabio ducantur. Ibid.

3. Quemlibet circulum maximum in Astrolabio transire per duo puncta Aequatoris per diametrum opposita, ideoque Aequatorem secare bifariam. Ibid.

3. Communis sectio Aequatoris, & cuiusuis circuli maximi obliqui ĩ sphæra, per quam rectam repræsentetur in Astrolabio. Ibid.

4. Aequator, & quilibet circulus maximus obliquus in Astrolabio se mutuo secant bifariam, licet segmenta circuli obliqui inter se valde sint inæqualia. Ibid.

5. Semicirculi cuiusuis obliqui circuli maximi, ab Aequatore facti, cur sint inęquales in Astrolabio. 336

6. Aequator in Astrolabio cur à quouis circulo maximo obliquo secetur ĩ duos semicirculos ęquales in duobus punctis per diametrum oppositis. Ibid.

7. Quilibet circulus siue maximus, siue non maximus, diuidens in sphæra aliquem Aequatoris parallelum bifariam, transit in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita in eo parallelo. Ibid.

8. Circulus non maximus non potest Aequatorem Astrolabij secare bifariam. Ibid.

9. Circulus in Astrolabio secãs Aequatorẽ bifariam, repræsentat in sphæra circulum maximum: qui vero non bifariam diuidit, refert non maximum. Ibid.

10. Recta linea quælibet per centrũ Astrolabij ducta indicat ĩ circulo quouis maximo obliquo duo puncta per diametrum opposita, ita vt vices gerat diametri cuiusdam. 339

12. Arcus æquales circuli maximi obliqui proijci in arcus inæquales, ordine continuato. 341

13. Fieri potest, vt arcus quispiam vnus maximi circuli obliqui in sphæra proijciatur in Astrolabium in arcum similem. 343

14. Proprietates variæ circulorum maximorum obliquorum in Astrolabio. Ibid.

14. Circulũ in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita descriptum, esse maximum. Ibid.

14. Qui arcus maximi circuli obliqui in Astrolabio æqualis sit, quod ad numerum graduum attinet, arcui Aequatoris altitudinem poli supra eundem circulum obliquum metienti; & qui complemento eiusdem altitudinis non solum æqualis sit in numero graduum, verum etiam similis. 345

15. Quæ rectæ Aequatorem, & circulum maximum obliquum in Aequatore tangant, & vbi. Ibid.

15. Recta ex polo inferiore circuli maximi obliqui ducta, si tangat Aequatorem, tanget & circulum obliquum: Et si tangat circulum obliquum, tãget & Aequatorem. 347

16. Recta ad meridianam lineam in polo circuli maximi obliqui perpendicularis, quos arcus similes abscindat ex Aequatore, & circulo maximo obliquo. Ibid.

18. Quos arcus similes ex Aequatore, & circulo maximo obliquo auferãt rectæ ex polis eiusdem circuli obliqui eductæ. 349

19. Aequatorem in Astrolabio ex circulo maximo obliquo, qui ad Meridianum rectus sit, inclinationemque ad Aequatorem habeat notam, describere. 350

20. Quæ puncta in Astrolabio repræsentent in sphæra duo puncta per diametrum opposita. 351

21. Altitudinem poli supra circulũ maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianum rectus sit, & eius inclinationem ad Aequatorem, situmque in sphæra cognoscere. 352

IN

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## IN PROPOS. 6.


1. *Horizontis, & cuiusuis alterius circuli maximi obliqui, ad Meridianum tamen recti, parallelos in Astrolabio ex Analemmate describere.* 353

2. *Parallelos eosdem beneficio Aequatoris, etiamsi Analemma seorsum constructum non sit, describere.* Ibid.

2. *Paralleli Horizontis, qui in sphæra inter polum australem, & Zenith, Meridianum intersecant, ambiunt ipsum Zenith in Astrolabio.* 355

3. *Parallelus Horizontis, qui in sphæra per polum australem ducitur, proijcitur in Astrolabio in rectam lineam, quæ ad meridianam lineam perpendicularis est in centro Verticalis primarij.* Ibid.

4. *Paralleli Horizontis, qui in sphæra inter polum australem, & Nadir Meridianum intersecant, ambiunt ipsum Nadir in Astrolabio.* Ibid.

4. *Communis sectio Aequatoris, & paralleli Horizontis quæ sit in Astrolabio.* 357

4. *Meridianus, et linea meridiana cuiusuis circuli obliqui, in Astrolabio quo modo intelligantur.* Ibid.

5. *Semicirculi, & quadrantes Horizontis, eiusque parallelorum, à Verticali primario, ac Meridiano abscissi in Astrolabio, qui.* Ibid.

6. *Diametros apparentes parallelorum Horizontis, vnà cum eorundem centris, per ipsummet Horizontem in Astrolabio reperire.* 358

7. *Circulum per extrema puncta diametri visæ cuiusuis paralleli Horizontis, & per polum australem descriptum, tangere Horizontem in polo australi.* 359

7. *Rectam lineam ex meridiana abscindere, quæ sit diameter uisa paralleli cuiuspiam Horizontis.* 361

7. *Dato vno extremo diametri visæ cuiuslibet paralleli Horizontis, reperire alterum extremum, beneficio circuli Horizontem tangentis.* Ibid.

7. *Diametros visas parallelorum Horizontis, beneficio circuli Horizontem in polo australi tangentis reperire.* 363

7. *Rectas ex centro Verticalis primarij ad intersectiones parallelorum Horizontis cum eodem Verticali ductas, tangere ibidem parallelos.* 365

7. *Dato vno extremo diametri Horizontis, vel eius paralleli, inuenire alterum extremum per tertiam quandam proportionalem.* Ibid.

7. *Semidiametrum Verticalis primarij medio loco proportionalem esse inter rectam, quæ inter centrum Verticalis, & alterutrum extremorum diametri Horizontis, vel eius paralleli, interijcitur, & rectã inter idem centrum Verticalis, & alterum extremum diametri Horizontis, vel eius paralleli positam.* Ibid.

8. *Diametros visas parallelorum Horizontis, beneficio arcus cuiusuis magnitudinis ex polo australi descripti, reperire.* Ibid.

9. *Centra parallelorum per rectas ex polo australi emissas reperire.* 367

10. *Semidiametrum, & centrum cuiusuis paralleli Horizontis per vnam solam lineam, quæ Verticalem primarium tangat, inuenire.* 369

11. *Praxis facilis ad plures lineas ducendas, quæ datum circulum in datis punctis tangant.* 371

11. *Centrum cuiusuis paralleli Horizontis ab eius polo diuersum esse.* Ibid.

12. *Ex quouis parallelo Horizontis in Astrolabio descripto, parallelum oppositum describere, etiamsi eius diameter inuenta non sit.* 373

13. *Dato puncto in Astrolabio pũctum per diametrum sphæræ oppositum reperire.* Ibid.

16. *Punctũ in parallelo Aequatoris australi dato inuenire, in quo à parallelo Horizontis infra Horizõtem proposito secetur, quando secatur, etiamsi descriptus non sit.* 374

17. *Parallelum Horizontis in sphæra datum, in Astrolabio describere.* 375

18. *Dato parallelo Horizõtis in Astrolabio, quanta sit eius ab Horizonte distantia, cognoscere.* 376


19. Quo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

19. Quo pacto omnia, quæ de parallelis Horizontis describendis dicta sunt, ad describendos parallelos aliorum circulorum maximorum obliquorum, siue ad Meridianum recti sint, siue nõ, accomodentur. Ibid.

21. Parallelos cuiusuis circuli maximi obliqui in gradus distribuere ex eorum polo superiore. 378

21. Parallelum Aequatoris australem in Astrolabio describere ex parallelo æquali circuli maximi obliqui circa eius polum ab australi polo remotiorem descripto. Ibid.

21. Initium arcuum respondentium in parallelis vnde sumendum in hoc modo diuidẽdi parallelos obliquos in gradus ex eorum polo superiore. 379

21. Regula facilis ad cognoscendum, vtrum punctorum paralleli Aequatoris in Astrolabio, dicatur superius in cælo, inferiusue, respectu dati circuli maximi obliqui. Item vtrum punctorum paralleli obliqui boreale sit, vel australe. 381

22. Gradum quemlibet propositum in parallelo Horizontis ex eius polo superiore inuenire in Astrolabio. 382

23. Quot gradus in dato arcu paralleli Horizontis contineantur in Astrolabio, ex polo eius superiore cognoscere. Ibid.

24. Parallelos cuiusuis circuli maximi obliqui in gradus distribuere ex eorum polo inferiore. Ibid.

24. Initium arcuum respondentium in parallelis vnde sumẽdum in hoc modo diuidẽdi parallelos obliquos in gradus ex eorum polo inferiore. Ibid.

25. Quo pacto omnia, quæ de diuisione parallelorum Horizontis, ex eius polis, dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accõmodentur. 383

25. Parallelum obliquum per circulũ cuiusuis magnitudinis in gradus æquales diuisum, in gradus distribuere; ita vt opus non sit describere parallelum australem immodicæ quãtitatis, aut borealem perexiguæ magnitudinis. Ibid.

25. Radius ex polo australi ad polum circuli obliqui ductus abscindit ex meridiana linea, & vera diametro circuli obliqui, rectas æquales. 385

25. Maximum circulum obliquum in gradus partiri per circulum Aequatore maiorem cuiusuis magnitudinis. Ibid.

25. Circulum maximum quemuis visum in gradus apparentes diuidere beneficio graduũ æqualium eiusdem circuli maximi visi. 386

25. Parallelum quemuis obliquum visum in gradus apparentes distribuere beneficio graduum æqualium eiusdem paralleli. 388

25. Quot gradus in dato arcu circuli obliqui contineantur, facillima ratione cognoscere. Ibid.

25. Arcum datum circuli obliqui in quotuis partes æquales visas facillima ratione secare. 389

26. Parallelos cuiusuis maximi circuli obliqui in gradus distribuere, ex centro circuli maximi, qui instar est Verticalis ipsorum primarij. 392

27. Gradum quemlibet propositum in parallelo obliquo Astrolabij reperire ex centro maximi circuli, qui illius est veluti Verticalis primarius. 395

28. Quot gradus in arcu dato paralleli obliqui contineãtur, ex centro maximi circuli, qui illius est veluti Verticalis primarius, cognoscere. Ibid.

29. Quo pacto omnia, quæ de diuisione parallelorum Horizontis, ex centro Verticalis dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur. Ibid.

30. Rectas ex centro cuiusuis circuli maximi in Astrolabio ductas ad intersectiones eius cum parallelis alterius circuli maximi, qui illius sit veluti Horizon, parallelos ibidem tangere. Ibid.

30. Semidiametrum Verticalis medio loco esse proportionalem inter rectam, quæ ex centro eiusdem secat Horizontis parallelum quemcunque, & eius segmentum exterius. 397

30. Dato vno extremo diametri visæ alicuius paralleli obliqui, inuenire alterũ extremum per tertiam quandam proportionalem. Ibid.

31. Parallelos obliquos Astrolabij in gradus distribuere, ex polo australi Analemma-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*lemmatis.* *Ibid.*

*32. Gradum quemlibet propositum in parallelo obliquo reperire, ex polo australi Analemmatis.* 398

*33. Quot gradus in arcu dato paralli obliqui cõtineãtur, ex polo australi Analemmatis cognoscere.* *Ibid.*

*34. Quo pacto omnia, quæ de diuidendis parallelis Horizontis, ex polo australi Analemmatis dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur.* *Ibid.*

*35. Parallelum quemuis obliquũ Astrolabij in gradus distribuere, ex proprio centro, & centro Astrolabij.* *Ibid.*

*35. Omnem lineam rectam in Astrolabio repræsentare posse circulum per polum australem mundi ductum.* 401

*35. Parallelum quemuis obliquum in gradus distribuere, ex eius circulo maximo, cui æquidistat, vel ex alio parallelo in gradus diuiso.* 403

*35. Quid obseruandum, ut circulus per alium circulum diuisum in gradus distribuatur.* 404

*36. Circulos maximos obliquos, eorumque parallelos diuidere in gradus per circulos varios per terna puncta descriptos.* *Ibid.*

*36. Præstantissima via ad inueniendum datum punctum in circulo quouis obliquo, per parallelum in sphæra recta.* 407

*37. Alia via pulcherrima diuidendi quemuis parallelum in gradus, per varias rectas lineas.* *Ibid.*

*37. Quæ puncta paralleli veri quibus punctis paralleli visi respondeant.* 408

*37. Dato puncto in parallelo obliquo viso, punctum respondens in parallelo obliquo vero inuestigare.* 409

*37. Dato puncto in plano cuiusuis paralleli obliqui in sphæra, eius sitũ in Astrolabio inquirere.* *Ibid.*

*37. Quæ puncta vera in plano circuli obliqui in sphæra, non habeant respondentia puncta in Astrolabio.* *Ibid.*

*37. Circulum obliquum in Astrolabio in gradus partiri per lineas parallelas.* 410

*37. Circulos obliquos tam maximos, quàm eorum parallelos, in gradus distribuere lineis rectis per eorum centra visa ductis.* 411

*38. Alia via commodissima diuidendi circulos obliquos tam maximos, quàm non maximos in gradus, ex quolibet puncto in communi sectione circuli obliqui, & plani Astrolabij extra meridianam lineam dato.* 412

*38. Dato puncto in circulo obliquo viso, respondens punctum in circulo obliquo vero inuenire.* 413

*38. Dato puncto vero in plano circuli obliqui in sphæra, punctum respondens visum in Astrolbbio reperire, & contra.* 414

*38. Quæ ratio diuidẽdi circulos Astrolabij in gradus sit omnium expeditissima.* *Ibid.*

## IN SCHOLIO PROPOS. *6.*

1. Arcus æquales paralleli cuiusuis obliqui proijci in arcus inæquales ordine continuato. 415

2. Proprietates variæ parallelorum obliquorum in Astrolabio. 418

2. Semidiametrum visam paralleli Aequatoris ita diuidi in polo circuli obliqui, vt semidiameter vera paralleli obliqui æqualis secta est à radio ex polo australi per eundem polum obliqui circuli ducta. Ibid.

5. Arcum vnum quempiam paralleli obliqui in sphæra proijci posse in Astrolabio in arcum similem. 427

6. Parallelos eiusdem circuli obliqui maximi diuersa centra habere in Astrolabio. Ibid.

7. Parallelum quemuis Aequatoris in Astrolabio diuidi à quolibet parallelo obliquo in partes similes illis, in quas ab eodem in sphæra diuiditur. 428

9. Circulus in Astrolabio non maximus, an includat portionem sphæræ hemisphærio minorem, maioremúe, cognoscere. 432



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*ctas, & obliquas.* 613

11. *Ascensionem rectam, & obliquam cuiusuis puncti Eclipticæ, & ex alterutra data alteram, unà cum puncto Eclipticæ respondente, ex figura constructa reperire.* 617

12. *Descensionem obliquam ex figura constructa elicere.* Ibid.

13. *Quatuor arcus Eclipticæ æquales, à punctis æquinoctialibus, vel tropicis æqualiter distantes, habere ascensiones rectas æquales.* Ibid.

14. *Arcus Eclipticæ æquales ab alterutro punctorum æquinoctialium æqualiter distantium, habere ascensiones obliquas æquales.* 618

15. *Arcus Eclipticæ in semicirculo ascendente tanto minores habere ascensiones obliquas rectis earundem ascensionibus, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquæ arcuum æqualium oppositorum, vel cum illis ab eodem tropico puncto æqualiter distantium, & in semicirculo descendente existentium.* Ibid.

16. *Ascensiones obliquas duorum arcuum Eclipticæ æqualium oppositorum, vel æqualiter ab eodem puncto tropico distantium, simul sumptas æquales esse rectis eorundem ascensionibus simul sumptis.* Ibid.

## IN SCHOLIO CANONIS 5.

1. Ascensiones, descensionesque obliquas ex Analemmate elicere. 619

1. Inuentio differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ, vel stellæ, ex Analemmate. Ibid.

2. In qua cæli parte initium Arietis existat, ex cognita ascensione obliqua cognoscere. 620

2. Situ puncti Eclipticæ tam in Meridiano supra Horizontem, quàm in Horizonte orientali, ex situ principij Arietis cognoscere. Ibid.

3. Ascensioni obliquæ datæ arcum Eclipticę respōdentem, beneficio Analemmatis exhibere. 621

4. Ascensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, aut stellæ, per numeros inquirere. 623

4. Differentiæ ascensionalis inuentio per numeros. Ibid.

4. Inuentio differētiæ descensionalis per numeros. 624

4. Ascensio obliqua quo pacto ex differentia ascēsionali eliciatur. Ibid.

4. Descensio obliqua quo pacto ex differentia descensionali eruatur. Ibid.

4. Ex data ascensione, aut descensione obliqua, arcum Eclipticæ respondentem, per numeros explorare. 625

4. Quodnam punctum Eclipticæ cũ data stella oriatur, aut occidat, per numeros cognoscere. 626

4. Declinatio stellæ quo pacto per eius altitudinem meridianam inueniatur. Ibid.

4. Cum quo puncto Eclipticę stella data cælum mediet, etiamsi eius locus ignoretur ĩ Zodiaco, cognoscere. Ibid.

4. Inuentio latitudinis stellæ, & loci veri, ex eius declinatione, & mediatione cæli. Ibid.

4. Inuentio ueri loci stellæ in Zodiaco, ex eius declinatione, & latitudine. 629

## IN CANONE 6.

1. *Latitudo ortiua, vel occidua: Item Zenith ortus, vel occasus Solis, aut stellæ, quid.* 630

2. *Latitudinem ortiuam, occiduamve, beneficio Astrolabij inuestigare.* Ibid.

2. *Latitudinem ortiuam occiduæ æqualem esse.* Ibid.

3. *Ex latitudine ortiua, occiduave cognita punctum Eclipticæ respondens, per Astrolabium reperire.* 631

4. *Latitudinem ortiuam sine instrumento inquirere.* Ibid.

5. *Ex cognita latitudine ortiua, occiduave punctum Eclipticæ congruens, sine instrumento inquirere.* 632

*ectas, & obliquas.* 613

11. *Ascensionem rectam, & obliquam cuiusuis puncti Ecliptica, & ex alterutra data alteram, unà cum puncto Ecliptica respondente, ex figura constructa reperire.* 617

12. *Descensionem obliquam ex figura constructa elicere.* Ibid.

13. *Quaternos arcus Ecliptica aquales, à punctis aquinoctialibus, vel tropicis aqualiter distantes, habere ascensiones rectas aquales.* Ibid.

14. *Arcus Ecliptica aquales ab alterutro punctorum aquinoctialium aqualiter distantium, habere ascensiones obliquas aquales.* 618

15. *Arcus Ecliptica in semicirculo ascendente tanto minores habere ascensiones obliquas rectis eorundem ascensionibus, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliqua arcuum aqualium oppositorum, vel cũ illis ab eodem tropico puncto aqualiter distantium, & in semicirculo descendente existentium.* Ibid.

16. *Ascensiones obliquas duorum arcuum Ecliptica aqualium oppositorum, vel aqualiter ab eodem puncto tropico distantium, simul sumptas aquales esse rectis eorundem ascensionibus simul sumptis.* Ibid.

## *IN SCHOLIO CANONIS 5.*

1. Ascensiones, descensionesque obliquas ex Analemmate elicere. 619

1. Inuentio differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ, vel stellæ, ex Analemmate. Ibid.

2. In qua cæli parte initium Arietis existat, ex cognita ascensione obliqua cognoscere. 620

2. Situ͂ puncti Eclipticæ tam in Meridiano supra Horizontem, quàm in Horizonte orientali, ex situ principij Arietis cognoscere. Ibid.

3. Ascensioni obliquæ datæ arcum Eclipticę respõdentem, beneficio Analemmatis exhibere. 621

4. Ascensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, aut stellæ, per numeros inquirere. 623

4. Differentiæ ascensionalis inuentio per numeros. Ibid.

4. Inuentio differẽtiæ descensionalis per numeros. 624

4. Ascensio obliqua quo pacto ex differentia ascẽsionali eliciatur. Ibid.

4. Descensio obliqua quo pacto ex differentia descensionali eruatur. Ibid.

4. Ex data ascensione, aut descensione obliqua, arcum Eclipticæ respondentem, per numeros explorare. 625

4. Quodnam punctum Eclipticæ cũ data stella oriatur, aut occidat, per numeros cognoscere. 626

4. Declinatio stellæ quo pacto per eius altitudinem meridianam inueniatur. Ibid.

4. Cum quo puncto Eclipticę stella data cælum mediet, etiamsi eius locus ignoretur ĩ Zodiaco, cognoscere. Ibid.

4. Inuentio latitudinis stellæ, & loci veri, ex eius declinatione, & mediatione cæli. Ibid.

4. Inuentio ueri loci stellæ in Zodiaco, ex eius declinatione, & latitudine. 629

## IN CANONE 6.

1. *Latitudo ortiua, vel occidua: Item Zenith ortus, vel occasus Solis, aut stella, quid.* 630

1. *Latitudinem ortiuam, occiduamùe, beneficio Astrolabij inuestigare.* Ibid.

1. *Latitudinem ortiuam occidua aqualem esse.* Ibid.

3. *Ex latitudine ortiua, occiduaùe cognita punctum Ecliptica respondens, per Astrolabium reperire.* 631

4. *Latitudinem ortiuam sine instrumento inquirere.* Ibid.

5. *Ex cognita latitudine ortiua, occiduaùe punctum Ecliptica congruens, sine instrumento exquirere.* 632

IN

IN SCHOLIO CANONIS 6.

1. Latitudinem ortiuam cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ, ex Analemmate deprehendere. 632
2. Data latitudine ortiua, congruēs punctum Eclipticæ, per Analemma indagare. 633
3. Alia inuentio latitudinum ortiuarum ex Analemmate. 634
4. Latitudinem ortiuam per numeros inuestigare. 635
4. Data latitudine ortiua, punctum Eclipticæ respondens inuenire per numeros. Ibid.

IN CANONE 7.

*1. Arcum semidiurnum, vel seminocturnum cuiuslibet gradus Ecliptica, seu stellæ per instrumentum indagare. 636*
*2. Ex dato arcu semidiurno, vel seminocturno punctum Eclipticę respondens inuestigare in Astrolabio. Ibid.*
*3. Arcum semidiurnum, vel seminocturnum dati puncti, aut stellæ, sine instrumento inuenire. 637*
*3. Ex dato arcu semidiurno, seminocturnoue, punctum Ecliptica respondens, sine instrumento perscrutari. 638*

IN SCHOLIO CANONIS 7.

1. Arcum semidiurnum, aut seminocturnum dati puncti Eclipticę, vel stellæ, ex Analemmate perdiscere. 639
2. Ex arcu semidiurno, vel seminocturno dato punctum Eclipticæ, cui cōgruit, per Analemma venari. Ibid.
3. Arcum semidiurnum, & seminocturnum dati puncti Eclipticæ, vel stellę, per numeros inquirere. 641
3. Dato arcu semidiurno, aut seminocturno, punctum Eclipticæ respondens, per numeros inuestigare. 642

IN CANONE 8.

*1. Horam à mer. vel med. noc. interdiu per Astrolabium venari. 643*
*2. Horam à mer. vel med. noct. per Astrolabium noctu inquirere. Ibid.*
*3. Horam ab or. vel occ. per Astrolabium cognoscere. Ibid.*
*4. Horam inæqualem per Astrolabium inquirere. 644*
*5. Quando altitudo Solis, vel stellæ non habet parallelum Horizōtis respondentem quo pacto inter proximè minorem, & proximè maiorem parallelum locādus sit Sol, vel stella, vt propriam habeat altitudinem. Ibid.*
*6. Horam sine materiali instrumento inuestigare. 645*

IN SCHOLIO CANONIS 8.

1. Horam à mer. vel med. noct. interdiu ex Analemmate perscrutari. 647
1. Horam ab or. vel occ. interdiu ex Analemmate cognoscere. 648
1. Horam inæqualem interdiu per Analemma venari. Ibid.
2. Horam quamcunque noctu per Analemma explorare. Ibid.
2. Distantiam stellæ à Meridiano supero ortum versus sumendam esse ad horam inuestigandam. Ibid.
2. Distantia Solis à stella ab occ. in or. quo pacto inuestigetur ex distantia stellæ à Meridiano supero ortum versus numerata. 649
2. Distantiam Solis à Meridiano supero ortum versus, ex distantia stellæ ab eodem Meridiano, & ex distātia Solis à stella eodem ordine inuenta, colligere. Ibid.
2. Distantia Solis à stella versus occasum quo pacto inquiratur. 650
2. Horam, qua stella ad Meridianū peruenit, cognoscere. Ibid.
3. Reductio hor. à mer. vel med. noc. ad hor. ab ortu Solis. 651

3. Reductio hor. à merid. vel med. noct. ad hor. ab occasu Solis. Ibid.
3. Reductio hor. ab ortu ad hor. à mer. vel med. noc. Ibid.
3. Reductio hor. ab occ. ad hor. à mer. vel med. noc. 652
3. Reductio hor. ab or. ad hor. ab occ. Ibid.
3. Reductio hor. ab occ. ad hor. ab or. 653
4. Horæ inæqualis magnitudinem tam per instrumētum, quàm sine instrumento cognoscere. Ibid.
4. Reductio horæ inæqualis ad æqualem. Ibid.
4. Reductio horæ æqualis ad inæqualem. Ibid.
5. Horam ęqualem per numeros inuestigare. Ibid.

## IN CANONE 9.

1. *Horam ortus occasusque Solis, vel stellæ cuiusuis per Astrolabium inuestigare.* 655
2. *Horam, qua stella cęlum mediat, ex Astrolabio cognoscere.* Ibid.
3. *Qui dies, ac noctes inter se sint aquales, ex Astrolabio d scere.* Ibid.
4. *Qui dies habeant arcus diurnos, nocturnosque alternatim aquales, in Astrolabio considerare.* Ibid.
5. *Horam ortus, occasusq; Solis, vel stellæ, &c. sine instrumento indagare.* Ibid.

## IN SCHOLIO CANONIS 9.

1. Horam ortus, occasusque Solis, vel stellæ, per Analemma inuestigare. 657
2. Horam ortus, occasusquè Solis, vel stellæ, per numeros inquirere. Ibid.

## IN CANONE 10.

1. *Crepusculum matutinum, ac vesper tinum, quamdiu duret, & qua hora incipiat, & finiatur, ex instrumento cognoscere.* 657
2. *Alia crepusculi inuentio certior.* Ibid.
2. *Quo pacto ex vno crepusculo eruatur initium, & finis alterius crepusculi eiusdem diei.* 658
2. *Quantum à principio, aut fine crepusculi distemus, cognoscere.* Ibid.
3. *Crepusculum vtrumque ne Astrolabio materiali inuestigare.* Ibid.
4. *Crepuscula inuenire aliter sine Astrolabio materiali.* 659
4. *Quid obsrruandum in crepusculi cuiusuis initio, ac fine determinando.* 660

## IN SCHOLIO CANONIS 10.

1. Crepuscula ex Analemmate inquirere. 661
2. Sinum versum arcus semidiurni, ideoque & ipsum arcum semidiurnum per numeros explorare. 662
2. Crepuscula per numeros indagare. Ibid.

## IN CANONE 11.

1. *Per Astrolabium materiale puncta Ecliptica inuestigare, qua in quolibet circulo Eclipticam secante existunt.* 663
2. *Qua hora quiuis gradus, aut signum Ecliptica oriatur, cognoscere.* Ibid.
3. *Sine Astrolabio materiali puncta Ecliptica inuestigare, quę in quouis circulo Eclipticam secante existunt.* Ibid.
3. *Qua hora quodlibet punctum Ecliptica oriatur, vbicunque Sol existat, sine instrumento perquirere.* 664
6. *Qua in domo calesti stella data, vel punctum Ecliptica, hora obseruationis existat, cognoscere.* 665

## IN SCHOLIO CANONIS 11.

1. Puncta Eclipticæ in Meridiano,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Horizonte, & quouis circulo horario a mer. vel med.noc. existentia, per ascẽsiones rectas, & obliquas inuestigare. 666

2. Accuratior inuentio puncti Eclipticæ in dato circulo horario existentis, quolibet signo oriente, quando arcus semidiurnus non habetur in grad. & min. vel in hor. min & sec. 668

3. Horæ, qua quoduis Eclipticæ punctum oriatur, vbicunque Sol existat, inuentio per ascensiones obliquas. Ibid.

## IN CANONE 12.

1. *Meridianam lineam, & puncta veri ortus, atque occasus per Astrolabium materiale inuestigare.* 669

2. *Meridianam lineam sine Astrolabio materiali certius inuenire.* Ibid.

3. *Meridianam lineam sine instrumento Astrolabij, ex declinatione Solis, & altitudine poli cognitis, per vnicam obseruationem inuestigare.* 670

4. *Meridianam lineam sine Astrolabio materiali, ex sola declinatione Solis cognita: per duas obseruationes indagare.* 671

5. *Meridianam lineam sine Astrolabio materiali, per tres obseruationes, etiãsi declinatio Solis, & altitudo poli ignorentur, inquirere.* Ibid.

## IN SCHOLIO CANONIS 12.

1. Meridianæ lineæ inuẽtio ex Analemmate per declinationem Solis, & altitudinem poli cognitas. 672

2. Meridianæ lineæ inuentio in plano horizontali per tres obseruationes, etiamsi declinatio Solis, & altitudo poli, cognitæ non sint. Ibid.

5. Instrumenti constructio, & vsus, quo simul vmbra, & altitudo Solis deprehenditur. 674

## IN CANONE 13.

1. *Altitudinem poli supra Horizontem reperire per vnam obseruationem, quando declinatio Solis, & situs lineæ meridianæ dantur.* 676

2. *Altitudinem poli, & lineam meridianam per duas obseruationes, ex sola declinatione Solis cognita inuestigare.* 677

3. *Altitudinem poli, lineam meridianam, & declinationem Solis, per tres obseruationes exquirere.* Ibid.

4. *Lõgitudines locorum per eclipses Lunares, quo pacto explorentur.* 678

## IN SCHOLIO CANONIS 13.

1. Altitudinis poli inuẽtio ex Analemmate per duas obseruationes, etiãsi declinatio Solis ignoretur, dummodo situs lineæ meridianæ detur. 679

2. Altitudinem poli, lineamque meridianam per tres obseruationes cognoscere, licet declinatio Solis sit ignota. Ibid.

3. An vertex loci sit inter polum arcticum, & Solem, vel stellam in Meridiano positam, an vero Sol vel stella in Meridiano posita sit inter polum arcticum, & verticem loci, quo pacto cognoscatur. 680

4. Altitudo poli quo pacto ex declinatione Solis vel stellæ, altitudineque meridiana venanda sit. Ibid.

5. Vbi sit pars septentrionalis, & australis, quo pacto deprehendatur. 681

6. Aliter ac facilius, si constet, polum arcticum eleuari supra Horizontem. Ibid.

## IN CANONE. 14.

1. *In quanam Zona datus locus collocetur, cognoscere.* 682

2. *In quonam climate datus locus collocatus sit, percipere.* Ibid.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

IN CANONE 15.

1. *Duorum locorũ in terra sub Aequatore positorum distantiam itinerariam exquirere.* 683
2. *Duorum locorum eiusdem longitudinis distantiam metiri.* Ibid.
3. *Duorum locorum longitudinẽ grad. 180. habentium distantiam reperire.* Ibid.
4. *Duorum locorum diuersarum longitudinum, latitudinumque distantiam inuestigare.* Ibid.
7. *Distantia inter locum borealem, & australem, quo pacto commodius reperiatur.* 685
7. *Distantia inter duo loca australia, quo pacto ex oppositis locis borealibus inquirenda sit.* 686
8. *Distãtiam duarum stellarum quarumlibet inuestigare.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 15.

1. Distantiam duorum locorum in terra ex Analemmate perscrutari. 687
2. Alia ratione distantiam locorum ex Analemmate inquirere. 689
3. Alia ratio inueniendæ distantiæ duorum locorum. 691
4. Alia ratio inuestigãdæ distãtię inter duo loca boreal. vel australia. ibid.
6. Locorum distãtiam per numeros exquirere. 692
6. Alia inuentio distantiæ locorum per numeros. 694
6. Errores quorundam in distantia locorum inuestiganda. 695
6. Modus Verneri in distantia locorum exquirenda. 696
6. Modus Petri Nonij facilior modo Verneri. Ibid.
6. Reductio circumferentiæ parallelli ad gradus circuli maximi. 697
6. Reductio chordæ arcus parallelli ad ptes diametri circuli maximi. Ibid.
6. Declinatio stellæ quo pacto aliter inueniatur per numeros, quàm in scholio Can. 3. dictum est. Ibid.

IN CANONE 16.

1. *Distantia Solis horizontalis in quouis circulo maximo quid.* 698
1. *Altitudo* Solis *ad datam horam supra quemuis circulum maximum, quo pacto inueniatur sine Astrolabio materiali.* 699
1. *Distantia horizontalis ad datam horam supra quemuis maximum circulum, quo pacto cognoscatur sine Astrolabio materiali.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 16.

1. Circumferentia descensiua, & horizontalis, quæ. 702
3. Altitudinem Solis supra quemuis circulum maximum obliquum per numeros qualibet hora efficere notam. 703
3. Distantiam horizontalẽ supra quẽuis circulum maximum obliquum per numeros scrutari. Ibid.
3. Inuẽtio alia altitudinis Solis per numeros. 705
3. Horam ex altitudine Solis per numeros obseruare. 706
3. Altitudinem stellæ ex eius distantia à Meridiano: Et vicissim distantiam eius à Meridiano, ex eius altitudine perscrutari per numeros. Ibid.

IN CANONE 17.

1. *Arcum circuli cuiusuis maximi inter proprium Meridianum, & Meridianũ regionis data inuestigare.* 707
2. *Inclinationẽ Meridiani circuli cuiusuis maximi obliqui ad Meridianum Horizontis inuenire.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 17.

1. Quo pacto circuli maximi, quibus horologia æquidistant, describantur in Astrolabio. 707



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

IN CANONE 18.

1. *Inclinatio dati circuli maximi sitũ habentis notum in sphæra ad Meridianũ, qua ratione cognoscatur.* 708

2. *Inclinatio circuli obliqui maximi, cuius situs in sphæra cognitus sit, ad Aequatorem, quo pacto reperiatur.* 709

IN CANONE 19.

1. *Arcum Meridiani inter datum circulum maximum obliquum, cuius situs in sphæra cognitus sit, & tam Horizontem, quàm polum mundi, & polum Horizontis, inquirere.* 709

IN CANONE 20.

1. *Altitudinem poli supra datum circulum maximum, cuius positio in sphæra sit cognita, inquirere.* 710

*IN SCHOLIO CANONIS 20.*

1. Arcum circuli maximi obliqui situm in sphæra habentis notum, inter maximum circulum, qui per eius polos, & polos Horizōtis ducitur, & tam Meridianum proprium, quàm Meridianum Horizontis positum inuenire. 710

2. Arcus maximi circuli per polos Horizontis, & polos dati circuli maximi obliqui transeuntis, inter Horizontē, & circulum horę 6. à mer. vel med. noc. positus, qua ratione cognoscatur. Ibid.

3. Quot horę, & quę existant supra vtramque faciem circuli maximi obliqui, & qua hora illuminari incipiat. Denique quos arcus parallelorum circulus ille maximus abscindat. Ibid.

4. Angulos, quos Ecliptica cum Meridiano, Horizonte, & Verticali per Solem qualibet hora ducto constituit, inuenire. 711

IN CANONE 21.

1. *Arcus horarius in quouis circulo maximo quid.* 712

1. *Arcuum horariorum in quouis circulo maximo inuentio.* Ibid.

*IN SCHOLIO CANONIS 21.*

1. Horarum descriptio in quouis plano, beneficio arcuum horariorum. 713

4. Arcus horarios pro horis à mer. & med. noc. supputare. 714

IN CANONE 22.

*Omnia 22. Problemata triangulorum sphæricorum, de quibus in Lemmate 53. lib. 1. absque numerorum auxilio, in plano mira facilitate construuntur, atque explicantur.* 714

*IN SCHOLIO CANONIS 22.*

OCTO theorematibus variæ determinationes magnitudinis angulorum in triangulis sphęricis demonstrantur. 745

DEINDE pręcipui canones supra expositi, rursus facilius explicantur per quædã quęsita, beneficio triangulorum sphęricorum in plano descriptorum. 750


FINIS.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# AD LECTOREM.

VT homines sumus, vitari errata omnia non potuere. pleraq; in indicantibus figurarum literis contigerunt. Ea ad finem voluminis posita sunt; quæ vt ante consulas, emendesq́;, quàm ad libri lectionem accedas, amice Lector, magnopere ad rem ipsam pertinere arbitror.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# ASTROLABII LIBER PRIMVS.

## AVCTORE

## CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E' SOCIETATE IESV.

CONTINET primus hic liber problemata varia, atq. theoremata, partim Geometrica, partim Sphærica, & partim Conica, quæ omnia ab officio Lemmata appellare libuit, propterea quod frequẽtissime adhibenda sunt, ac tanquam certissimis cõfirmata demonstrationibus assumenda, vt facilius ac breuius ea, quæ de multiplici circulorum proiectione in planum, & de eorundem in gradus partitione libro secundo præcepturi sumus, possint demonstrari. Nam nisi seorsum ea in vno libro demonstrarentur, cogeremur proprias Astrolabij demõstrationes longiores, quam par est, ac proinde & obscuriores, efficere. Est & altera causa, cur omnia hæc theoremata, problemataq́. vnum in librum sint congesta: quia videlicet non rarò vnum atq. idem Lemma ad plures propositiones demonstrandas adhibendom est. Ne igitur eius demonstratio pluribus in locis frustra inculcaretur, sed doctrinæ suus seruaretur ordo, ac nitor, necesse fuit illud separatim Geometrica demonstratione confirmare: quæ causa multis Lemmatibus communis est. His adde, quod cum huiusmodi Lemmata non solum in Astrolabio vsum necessarium habeant, verumetiam eorum pleraq. ad alias res Mathematicas non paucas magnum emolumentum afferant, ratio ipsa postulare videbatur, vt proprio libro explicarentur, vt facilius, & expeditius, quando ijs Geometra in suis demonstrationibus indigebit, possint reperiri.

Argumẽtum primi libri.

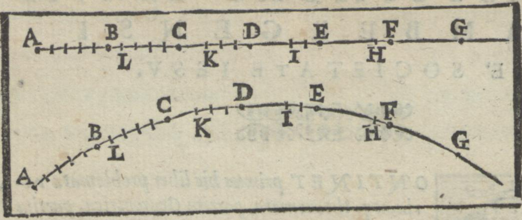


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## LEMMA PRIMVM.

DATAM lineam rectam, vel circularem, in quotuis partes æquales, etiam minutissimas, diuidere beneficio circini, cuius pedes distantiam inter se habeant data linea maiorem.

SIT linea recta, vel circularis AB, diuidenda in quotuis partes æquales. In linea producta accipiantur datę lineę AB, tot lineæ æquales beneficio circini, in quot linea AB, diuidenda est, quales sunt BC, CD, DE EF, FG. Et




tota linea AG, in tot æquales partes distribuatur beneficio etiam circini, (Vel si linea quidem AG recta est, ex scholio propos. 40. lib. 1 Eucl. vel ex scholio propos. 10. lib. 6 eiusdem: Si vero circularis, beneficio quadratricis, per ea, quæ ad finem lib. 6 Eucl. scripsimus.) in quot lineam AB, partiri iubemur, cuiusmodi sunt GH, HI, IK, KL, LA: continebit autem quælibet harum partium datam lineam AB, semel, & insuper vnam earum partium, in quas AB, diuidenda proponitur. Quoniam enim est, vt AG, ad AL, ita AF, ad AB, quod vtrobiq. sit, ex constructione, eadem proportio multiplex. Toties enim AL, in AG, continetur, quoties AB, in AF: Erit permutando, vt AG, ad AF, ita AL, ad AB. Cótinet autem AG, ipsam AF, semel, & insuper FG, vnam partem ex ijs, in quas AF, secta est, quæ quidem sunt AB, BC, CD, DE, EF, tot, in quot linea AB, diuidenda proponitur. Igitur & AL, ipsam AB, semel continebit, & insuper vnam earum partium, iu quas AB, diuidenda est. Est ergo BL, earum partium vna. Quocirca sicut interuallum GH, quod maius est data linea AB, dat nobis vnam partem FH, ita idem translatum ex duobus punctis F, H, dabit duas partes EI, & ex tribus punctis prope E, translatum exhibebit tres partes DK, & translatũ ex quatuor punctis prope D, dabit quatuor partes CL, & ita deinceps vna semper parte amplius, ita vt tandem spatium GH, in ipsam AB, translatum exhibeat tot partes, in quot secanda est AB, hoc est, quot sunt partes AB, BC, CD, DE, EF, atque adeo tunc AB, diuisa sit in partes propositas æquales.

ATQVE hic modus diuidendi vtilissimus est, quando linea AB, in particulas adeo minutas secanda est, vt ęgre beneficio circini continuari possint sine errore.

IAM, si linea AG, secanda sit, v.g. in 30. partes æquales, diuidenda prius erit in quotuis partes æquales, pauciores quam 30. ita tamen, vt earum numerus sit pars aliquota numeri 30 partium, vt in exemplo diuisa est in sex partes, quarum singulæ quinas partes continent. Diuisa deinde prima parte AB, in quinque

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

que partes, vt dictum est, interuallo AL, vel GH, quo linea AG, ex sex parti-
bus ipsi AB, æqualibus constans in quinque æquales partes diuisa est; Si pes
vnus circini in A, statuatur, (interuallo AL, non mutato) deinde in proximo
puncto, deinde in sequenti, atq. ita deinceps, secta erit altero pede tota linea
AG, in 30. partes ęquales.

POSSET quoque recta AG, secari prius in 5. partes, vt singulę senas par-
ticulas ex 30. continerent: Sed tunc singulæ rursus diuidendæ essent bifariam,
& harum semissium prima in tres æquales partes distribuenda eo modo, quo
supra est traditum; ac tandem tota AG, beneficio harum tertiarum partium
diuidenda in triginta partes. Quod si quintæ partes adeo exiguæ sint, vt
ægre circino possint bifariam diuidi, secandæ essent in senas partes singu-
læ, vt initio docuimus; Vel certe linea ex tribus quintis illis partibus com-
posita, secanda bifariam. Ita enim eodem hoc interuallo omnes bifariam di-
uidentur, ac tandem quælibet semissis in tres partes, vt prius.

ACCIDIT nonnunquam, vt in linea datæ magnitudinis, accipien-
dæ sint ordine plurimę particulæ, sub determinato tamen numero, quæ ægre
propter earum paruitatem circino sine errore sumi possunt. Hoc ergo tunc
artificium adhibebimus. Si numerus particularum diuidi potest in plures
partes, accipiemus circino in data linea tot partes æquales, in quot nume-
rus particularum diuidi potest, ita tamen, vt eę partes simul fere exhauriant
totam datam lineam. Nam si prima harum partium secetur in tot particulas,
quot ex proposito numero in ea continentur, idemq. fiat in reliquis partibus,
habebimus datum particularum numerum. Vt si linea proponatur, in qua su-
mendę sint ordine 84. particulæ, secabimus eam primum in duas, vt quęlibet
contineat 42. Rursus singulas in duas, vt habeantur quatuor partes, quarum
singulæ contineant 21. particulas. Harum item singulas in tres partiemur par-
tes, vt habeamus duodecim partes, quarum quælibet 7. particulas contineat.
Postremo singulas harum in 7. particulas distribuemus. Si vero numerus parti-
cularum propositus diuidi nequeat in plures partes, accipiendus erit numerus
paulo maior minorue, qui in plures possit partes diuidi, atque tot particulę in
data linea sumendę ordine, vt proxime diximus. Si namq. superfluę particulę
àbijciantur, vel eæ, quę desunt, adijciantur, habebimus propositum particularũ
numerum. Vt si ordine abscindendę sint 74. particulæ ex aliqua data recta li-
nea, proponemus nobis 80. particulas. Nam si datam lineam secemus bifariam
continebit vtraq. semissis 40. particulas. Vtraq. rursus secta bifariam dabit
quatuor partes 20. particularum. Singulę vero harum bifariam diuisæ offerẽt
octo partes 10. particularum, quarũ singulę quoq; bifariam sectæ dabunt sex-
decim partes, & in singulis quinq; particulę existent. Si ergo singulæ in quinas
particulas distribuantur, ut docuimus, habebimus 80. particulas: reiectis au-
tem sex, reliquę erunt 74. propositæ. Vel proponemus nobis 72. particulas. Si
enim ordine accipiamus 24. partes æquales, ita vt fere datam lineam exhauriant
(quę 24. partes habebuntur etiam, si data linea, vel eius segmentum paulo minus
ipsa linea secetur primum bifariam, & vtraq. pars rursum bifariam, & harum
partium singulę rursum bifariam, ac tandem singulę harum partium in ternas par
tes secentur.) & singulæ partes in tres particulas diuidantur, vt traditum est, ha-
bebimus 72. particulas, quibus si adijciantur duæ particulæ, exurget numerus 74.
particularum propositus

HIS recte consideratis, facile intelliges, quomodo in quolibet alio particu-
larum numero te gerere debeas.

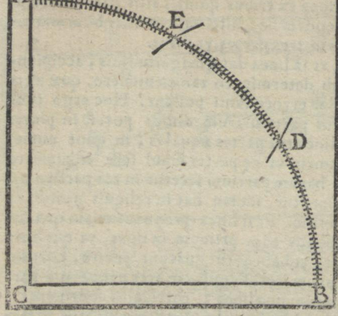


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## LEMMA II.

QVADRANTEM, vel circulum datum in gradus distribuere beneficio circini, cuius pedum interuallum plures gradus, quam duos, tresue complectatur.

SIT quadrans AB, cuius centrum C. Interuallo semidiametri AC, quo quadrans descriptus est, abscindantur duo arcus AD, BE, quorum vterque ex




coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. sexta pars erit circuli, continens gradus 60. ac proinde vterque reliquorum BD, AE, gradus 30. comprehendet, totidemq; idcirco graduum intermedius arcus DE, existet, adeo vt quadrans iam in tres partes æquales diuisus sit, si angulus ACB, in cẽtro rectus fuerit omnino, ideoque vere quadrantem subtenderit. Deinde diuisis singulis arcubus AE, ED, DB, beneficio circini, vel quadratricis in quinas partes æquales, (adhibita praxi antecedentis lemmatis, si quinæ hæ partes fuerint nimis exiguæ.) vt quælibet 6 gradus contineat, totusque quadrans in 15. partes diuisus sit, secentur rursus singulæ hæ per lemma præcedens in senas partes: vel certe prius in binas, & postea singulæ hæ in ternas. Vtroque enim modo quadrans in 90. gradus distributus erit.

SI integer circulus in 360 gradus secandus sit, partiemur eum prius in quatuor quadrantes per duas diametros sese in centro ad angulos rectos intersecantes: Deinde singulos quadrantes vna eademque opera in 90. gradus distribuemus, vt dictum est, sumendo in singulis eodem interuallo circini partes easdem, &c.

ITAQVE cum tota difficultas diuidendi circulum, quadrantemue in gradus, consistat in vltima ferme operatione, qua arcus æquales in singulos gradus distribuendi sunt, quòd propter graduum paruitatem vix circinus reperiri possit, qui commode, & sine errore diuisionem illam in tam minutas partes perficiat, danda erit opera, vt, cum in huiusmodi diuisione ad tam exiguos arcus peruentum fuerit, qui ægre beneficio circini in minutiores particulas secentur, adhibeamus doctrinam præcedentis lemmatis, qua nimirum particulas etiam minutissimas maiore interuallo pedum circini reperimus.

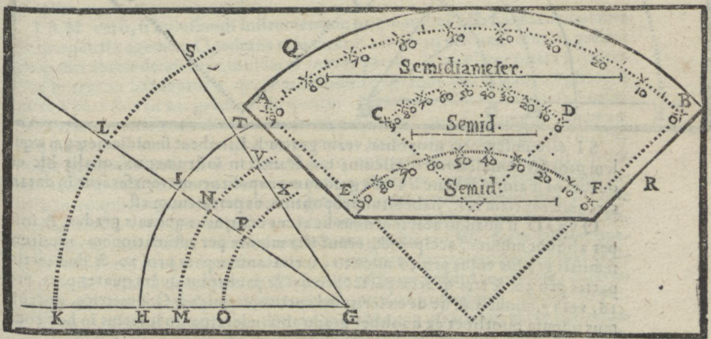
## LEMMA III.

EX data circumferentia arcum quotlibet gradus integros, vel quotlibet gradus, ac minuta complectẽtem ab-

scindere

ſcindere: Et contra, quot gradus ac minuta in quouis arcu datę circumferentię contineantur, cognoſcere, etiam ſi data circumferentia in gradus, ac minuta diuiſa non ſit.

AD initium noſtræ Gnomonicæ docuimus, ſi ex centro alicuius quadrantis in 90. gradus accurate diuiſi rectæ lineæ ad ſingulos gradus emittantur, inſtrumentum eſſe paratũ, quo in circumferentia cuiuſuis circuli arcus accipiatur quotquot graduũ ac minutorum, vſumq. huius inſtrumenti ibidẽ explicauimus: Sed quia perdifficile eſt lineas rectas ex centro ita exquiſite ducere, vt eæ quadrantes omnes ex eodem centro communi deſcriptos in 90. gradus ęquales partiantur, quod tamen omnino neceſſarium eſt, ſi in vſu inſtrumenti errare non velimus; conſtruemus hoc loco aliud quaſi inſtrumentum pro eodem vſu, meo iudicio, multo commmodius, hoc modo.



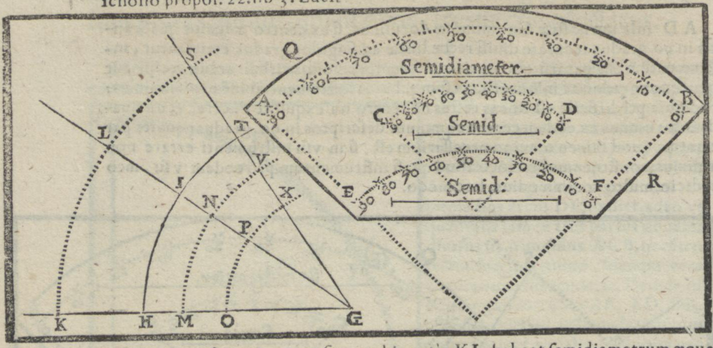

DESCRIBANTVR in tabella ænea, uel lignea aliquot quadrantes non multum inter ſe diſtantes, quales ſunt tres AB, CD, EF, ſiue ex eodem centro, ſiue ex diuerſis, qui omnes inter ſe inæquales ſint, vt nunc maiore, nunc minore, prout res tulerit, vti poſſimus; & iuxta quemlibet propria ſemidiameter ponatur, quamuis hoc non ſit omnino neceſſarium, cum interuallum 60. graduũ ſit ſemidiametro æquale, ex coroll. propoſ. 15. lib. 4. Eucl. Diuiſis autem ſingulis quadrantibus in ſuos gradus, (in inſtrumento quadrans CD, propter paruitatem ſectus eſt tantum in 45. partes, vt ſingulę binos contineant gradus) ſi partes tabellæ ſuperfluæ reſecentur, vt relinquatur figura QR, paratum erit quaſi inſtrumentum; cuius vſus hic eſt.

SIT ex circumferentia HI, cuius centrum G, abſcindendus arcus quotuis graduum, (id quod frequentiſsime in Aſtrolabio faciendum eſt) nimirum 35. Deſcribatur ex G, ad interuallum ſemidiametri maioris quadrantis AB, ſi id magnitudo plani, in quo eſt arcus HI, permittit, arcus KL, vel, ſi id ob paruitatem plani fieri nequit, ad interuallum minoris alicuius quadrantis, pro commoditate plani, arcus *MN*, vel OP. Si enim ex quadrante, ad cuius ſemidiame



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

tri quantitatem arcus ex G,deſcriptus eſt,interuallum 35. graduum transferatur in reſpondentem arcum ex K,in L,vel ex M,in N,vel ex O, in P; atque ex G,per L,vel N,vel P,recta educatur,ſecabitur,data circumferentia in I,arcuſq; HI,gradus 35.continebit,cum ſimilis ſit tam arcui KL, quam MN, vel OP, ex ſcholio propoſ. 22.lib 3. Eucl.




SI circumferentia propoſita,verbi gratia KL,habeat ſemidiametrum æqualem prorſus ſemidiametro alicuius quadrantis in inſtrumento, qualis hic eſt quadrans maior AB,tunc ſi arcus graduum propoſitorum transferatur in datam circumferentiam KL, habebitur propoſitum,vt perſpicuum eſt.

QVOD ſi quando abſcindendus ſit arcus continens quotuis gradus, & inſuper aliquot minuta, accipienda erunt illa minuta per æſtimationem, nimirum ſemiſsis gradus vnius pro 30.minutis, tertia autem pars pro 20. & duæ tertiæ partes pro 40. & tres quartæ partes pro 45. & paulo plus quàm quarta pars, pro 16. vel 17.minutis,& ſic de cæteris.Sed certius,& quidem Geometrice, docebimus minuta quotlibet ex quolibet gradu abſcindere,paulo inferius in hoc eodē lemmate, etiamſi gradus in minuta diuiſus non ſit.

RVRSVS ſit ad punctum G,cum recta GH,conſtituendus angulus complectens gradus 57.min.21.Deſcripto arcu KL,ex G,ad interuallum ſemidiametri quadrantis AB,( vel alterius cuiuſpiam minoris, ſi ſpatium fuerit anguſtum) transferatur interuallum huius quadrantis continens gradus 57. & paulo amplius quam tertiam partem vnius gradus,ex K,vſque ad S. Ducta namque recta GS, conſtituet angulum quæſitum KGS.

VICISSIM deſideret quis ſcire,quot gradus,ac minuta arcus HI, ex G, deſcriptus contineat.Hoc aſſequetur,ſi ex G,delineet arcum,cuius ſemidiameter ſemidiametro alicuius quadrantis in noſtro inſtrumento æqualis ſit.Si enim recta ex G,per I,educatur,abſcindet ea ex arcu deſcripto arcum ſimilem arcui HI,ex ſcholio propoſ. 22. lib.3 Eucl.Si igitur arcus ille abſciſſus transferatur in quadrantem reſpondentem, illico apparebit,quot gradus contineat,ac minuta,ſumendo 30.minuta pro ſemiſſe gradus;40 pro duabus tertijs partibus,& ſic de cæteris,prout maior pars vnius gradus offeretur. Ita inuenimus in arcu HI, contineri gradus 35. quòd totidem gradus contineat arcus KL, in quadrante AB,vel arcus MN,in quadtante EF,vel arcus OP,in quadrante CD.At in arcu

HT,

HT, reperimus ferme gradus 57. & minuta 21. quia totidem gradus ac minuta arcus KS, in quadrante AB, vel arcus *MV*, in quadrante EF, vel arcus OX, in quadrante CD, includit.

EX his manifestum est, satis esse ad problema hoc efficiendum, si vnus tantum quadrans adsit cuiusuis magnitudinis exquisite in gradus diuisus: nisi quod aliquando planum propositum tantum non est, vt in eo arcus describi posſit ad interuallum semidiametri quadrantis. Quod cum accidet, describenda erit data circumferentia, vna cum illo arcu, in alia charta seorsum, &c. Quare commodius erit instrumentum, si plures in eo quadrantes inæquales contineantur.

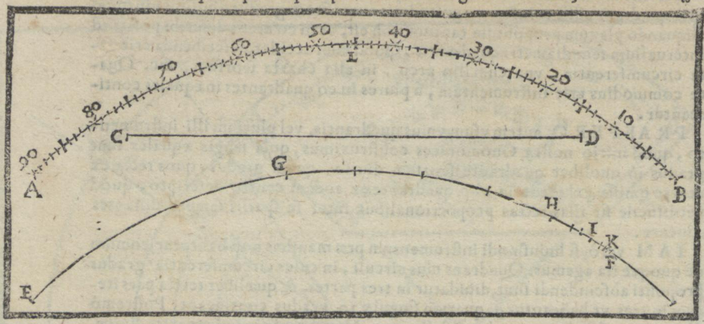
PRAEFERO autem vsum vnius quadrantis, vel plurium illi instrumento, quod initio nostræ Gnomonices construximus, quia magis æquales sunt gradus in quolibet quadrante seorsum diuiso, quam gradus, quos rectæ ex centro emissæ exhibent in alio quadrante ex eodem centro descripto, quòd perdifficile sit illas rectas proportionalibus inter se spatiis semper distantes educere.

IAM verò, si huiusmodi instrumentnm præ manibus non habeatur, commodè quoque ita agemus. Quadrans eius circuli, in cuius circumferentia gradus propositi abscindendi sunt, diuidatur in tres partes, & quælibet tertia pars iterum in tres, vt habeantur 9. quarum singulæ 10. gradus contineant. Postremò vltima pars sola in 10. gradus distribuatur. Nam beneficio huius partis diuisæ, & aliarum partium non diuisarum, arcum quotcumque graduum accipiemus, hoc modo. Si graduum numerus non excedat 10. facilè in vltima parte 10. graduum gradus propositus sumetur. Si vero numerus graduum maior sit, quàm 10. verbi gratia 57. statuemus vnum pedem circini in gradu septimo partis diuisæ in 10. gradus, numerando hos 7. gradus non ab extremo exteriore, sed interiore, alterum verò circini pedem extendemus vsque ad talem partem quadrantis, vt arcus inter pedes circini complectatur gradus 57. Vel certe duabus operationibus rem exequemur, sumendo primum inter partes quadrantis non diuisas, gradus datos à 10. numeratos, & deinde reliquos gradus in exrrema parte in 10. gradus diuisa. Vt in proposito exemplo, primum sumemus 5. partes non diuisas, quæ continent gradus 50. deinde accipiemus 7. gradus in parte diuisa, atque ita habebimus 57. gradus. Eademque ratio est de cæte. is. Itaque satis foret, si in instrumento singuli quadrantes in 9. partes secarentur, & vltima deinde sola pars in 10. gradus distribueretur.

QVIA vero, quando propositus arcus præter gradus continet etiam aliquot minuta, perfici atque absolui hoc lemma nequit, nisi plus minus per æstimationem, vel coniecturam, vt diximus: doceamus, qua ratione Geometricè abscindendus sit arcus, in quo præter gradus, quotcumque etiam minuta proposita comprehendantur: Et vicissim, quo pacto cognoscendum, quot minuta in quauis particula vnius gradus contineantur. Quamuis enim hoc ipsum ad finem libelli de fabrica & vsu instrumenti horologiorum docuimus, quia tamen libellum illum non semper in promptu habemus, libuit idem hoc loco breuiter repetere, præsertim cum maximus eius rei vsus in Astrolabio reperiatur.

ARCVS igitur tot graduum, quot minuta desiderantur, secetur in 60. partes æquales. Sexagesima namq; particula continebit minutorum numerum propositum. Vt si desiderentur in aliquo gradu quadrantis AB, cuius semidiameter CD, minuta 53. diuidemus arcum 53. graduum, vel potius ei æqualem FG, in cir-

in circumferentia EF, quæ ſemidiametrum ęqualem habeat ſemidiametro CD, vt confuſio euitetur, in 60. partes æquales. ( diuidendo cum primum in quinque partes æquales, deinde vnamquamq; harum in tres partes; vel prius in tres deinde vnamquamque in quinque, & harum ſingulas biſariam, ac deinde ſingu-




las harum rurſus biſariam. Sed ſatis eſt, ſi vna tantum particula ſemper ſubdiuidatur. Nam in poſtrema ſubdiuiſione habebitur ſexageſima particula. Ita factum hic vides. Quinta enim pars arcus FG, eſt FH, & huius tertia pars eſt FI: Hæc autem bis ſubdiuiſa biſariam dat FK, ſexageſimam particulam totius arcus FG.) Sexageſima enim particula FK, comprehendet 53. minuta. Itaque ſi quis velit arcum grad. 45. min. 53. adijciendus erit arcus FK, arcui grad. 45. Ita enim conficiet arcum BL, complectentem grad. 45. min. 53. Quod autem arcus FK, contineat 53 minuta, ita demonſtro. Quoniam eſt, vt arcus 60. graduum ad arcum 1. gradus, ita FG, arcus 53. graduum ad arcum FK, cum vtrobique ſit proportio eadem, quæ 60. ad 1. ex conſtructione; erit permutando, vt arcus 60. graduum ad arcum 53. graduum, ita arcus 1. gradus ad arcum FK, & conuertendo, vt arcus 53. graduum ad arcum 60. graduum, ita arcus FK, ad arcum 1. gradus, Cum ergo arcus 53. graduum contineat 53 ſexageſimas partes arcus 60. graduum, continebit quoque arcus FK, 53. ſexageſimas partes arcus 1. gradus, hoc eſt, 53. minuta vnius gradus. Eademque ratio eſt de cæteris.

QVOD ſi quis velit habere minuta ac ſecunda vnius gradus, ſatis erit, ſi pro ſecundis pluribus quam 30. adijciatur minutis vnum minutum, & arcus inquiratur, qui omnia illa minuta contineat. Vt ſi quis optet 53. minuta, & 45. ſecunda, inueſtigandus erit arcus minutorum 54. Si vero ſecunda pauciora ſint quam 30. negligenda ſunt: ſi quis tamen ſecunda omnino requirat, legat libellum noſtrum de Fabrica, & vſu inſtrumenti horologiorum capite vltimo.

HAEC res, vt facilis eſt, ita incommodus eius vſus eſt in paruo aliquo quadrante, præſertim quando pauca minuta, vt 2. vel 3. vel 5. deſiderantur. Quia enim in eo quadrante gradus perpuſilli ſunt, non facile diuidetur in 60. partes arcus tot graduum, quot minuta deſiderantur. Quare vt negotium hoc reddatur facilius, quando arcus in 60. partes diſtribuendus valde exiguus eſt, accipiendus erit arcus duplus, vel quadruplus, vel octuplus, &c. vt commode ſecari poſsit in 60. partes æquales. Nam eius particula ſexageſima comprehendet

bis,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

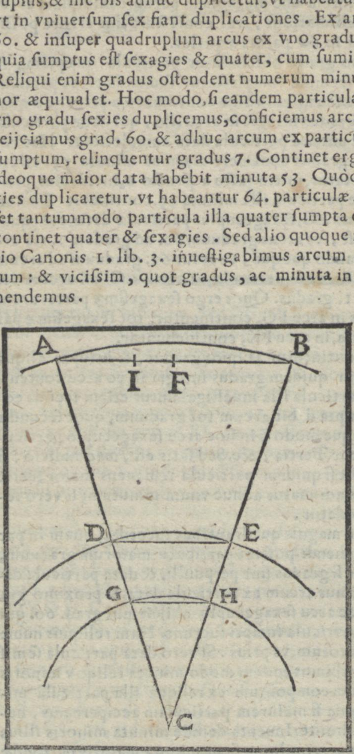
bis, aut quater, aut octies, &c. (prout arcus sumptus est duplus, vel quadruplus, octuplusue) tot minuta, quot inquiruntur. Quare quando arcus duplus diuisus est, si particula illa sexagesima secetur bifariam: & hæc, si arcus quadruplus diuisus est, iterum bifariam: & hæc, quando octuplus arcus diuisus est, rursus bifariam, continebit vna particula vltimæ diuisionis minuta quæsita. Liquido autem constare arbitror, faciliorem esse diuisionem paruuli cuiuspiam arcus in duas partes æquales, cum hoc æstimatione, vel coniectura sine errore posit fieri, quàm arcus non satis magni in 60 partes æquales.

IAM è contrario si ex aliquo gradu abscindatur particula quæpiam, & nosse quis cupiat, quot minuta & secunda complectatur, sumenda est ea particula beneficio circini exquisitissime sexagies ordine continuato, a principio quadrantis facto initio. Nam quot gradus integri in arcu illo, qui datæ particulæ sexagecuplus est, continentur, tot minuta particula data complectetur. Hac ratione, si particula, quam vltra 45. gradus continere diximus minuta 53. circino sexagies ordine continuo repetatur, initio facto a puncto B, incidemus præcise in gradum 53. finitum. Quare particula illa minuta 53. continebit. Demonstratio huiusce rei hæc est. Sit arcus FG, sexagecuplus particulæ datæ, cui æqualis sit particula FK. Quia igitur est, vt arcus graduum 60. ad gradum 1. ita arcus FG, ad arcum FK, erit permutando quoque, vt arcus 60. graduum ad arcum FG, ita arcus 1. gradus ad arcũ FK, & conuertendo, vt arcus FG, ad arcum 60. graduum, ita arcus FK, ad arcum 1. gradus. Quot ergo sexagesimæ partes arcus 60. graduum, hoc est, quot gradus in arcu FG, continentur, tot sexagesimæ partes vnius gradus, hoc est, tot minuta, in arcu FK, continebuntur.

SI in arcu illo sexagecuplo continentur aliquot gradus, & insuper aliqua particula vnius gradus, indicabunt quidem gradus integri in eo arcu contenti minutorum numerum, sed cum particula illa inuestigabuntur etiam secũda eodem modo. Nam ea sexagies sumpta dabit arcum tot graduum, quot secundis particula illa æquiualet. Eodemque modo si in hoc arcu sexagecuplo particula quæpiam superfuerit, inuenientur Tertia, &c. Sed satis est, meo iudicio, si minuta diligenter inquirantur. Et si quidem particula remanens maior fuerit dimidiato gradu, minutis inuentis adijciatur adhuc vnum minutum; si vero semisse gradus fuerit minor, nihil addatur.

HAEC res felicius quoque in magnis quadrantibus succedet, quam in paruis, quòd facilius circino comprehendi possint particulæ maiorum graduum, quam minorum, sine errore. Quare si gradus sint perpusilli, & data particula dimidiato gradu non maior, accipiemus arcum ex particula data, & proximo gradu compositum sexagies, & ex hoc arcu sexagecuplo abijciemus grad. 60. qui nimirum sexagies vna cum data particula sumpti fuerunt. Nam reliquus numerus graduum dabit numerum minutorum, vt prius. Si vero data particula semisse vnius gradus sit maior, inuestigabimus eodem modo minuta reliquæ minoris particulæ, sumendo videlicet arcum compositum ex reliqua illa particula minore, & vno gradu sexagies, &c. quia si maiorem particulam acciperemus, fieret arcus sexagecuplus maior quadrante. Inuenta deinde minuta minoris illius particulæ reliquæ ex 60. detrahemus, vt reliqua fiant minuta maioris particulæ datæ. Hac ratione, si particulam reliquam datæ superioris particulæ, cui æqualis est FK, quoniam semisse vnius gradus maior est, cum vno gradu accipiamus sexagies, conflabimus arcum constãtem ex 67. gradibus. Abiectis autem 60. remanent 7. Tot ergo minuta in minore illa particula reliqua existunt: quę ex 60. dempta relinquunt minuta 53. pro data particula maiore.

QVIA vero & moleſtum eſt, huiuſmodi arcum ſexagies beneficio circini repetere, & facile in ea multiplicatione error committi poteſt, vtendum erit hoc compendio. Arcus ex particula, & vno gradu compoſitus duplicetur, hic duplus iterum duplicetur, vt habeatur quadruplus arcus. Hic rurſum duplicetur, vt habeatur octuplus, atque hic iterum duplicetur, vt habeatur arcus ſedecuplus, & hic bis adhuc duplicetur, vt habeatur ille arcus ſexagies, & quater; ita vt in vniuerſum ſex fiant duplicationes. Ex arcu autem hoc reiiciantur gradus 60. & inſuper quadruplum arcus ex vno gradu, & particula minore compoſiti, quia ſumptus eſt ſexagies & quater, cum ſumi debuiſſet tantum modo ſexagies. Reliqui enim gradus oſtendent numerum minutorum, quibus particula illa minor æquiualet. Hoc modo, ſi eandem particulam minorem, de qua ſupra, cum vno gradu ſexies duplicemus, conficiemus arcum grad. 71. & amplius, ex quo ſi reijciamus grad. 60. & adhuc arcum ex particula & gradu compoſitum, quater ſumptum, relinquentur gradus 7. Continet ergo particula illa minor minuta 7. ideoque maior data habebit minuta 53. Quòd ſi particula data ſine gradu ſexies duplicaretur, vt habeantur 64. particulæ in arcu compoſito, abijcienda eſſet tantummodo particula illa quater ſumpta ex eo arcu, qui datam particulam continet quater & ſexagies. Sed alio quoque modo per inſtrumentum in ſcholio Canonis 1. lib. 3. inueſtigabimus arcum quotlibet graduum, ac minutorum: & viciſsim, quot gradus, ac minuta in dato arcu contineantur, deprehendemus.




SED quoniam grandior aliquis quadrans facilius in gradus diſtribuitur, quàm paruus, abſolui poterit problema hoc per vnicum quadrantem tantæ magnitudinis, vt commode eum in 90. gradus partiri queamus, hoc modo. Sit portio quadrantis in 90. gradus diuiſi AB, & arcui AB, quotlibet graduum ac minutorum ex propoſito alio circulo arcus ſimilis abſcindendus. Si ergo circulus propoſitus maiorē fuerit ſortitus ſemidiametrum ſemidiametro circuli AB, deſcribatur ex eius centro circulus ad interuallum ſemidiametri circuli AB, in quem beneficio circini transferatur datus arcus AB. Si enim ex centro per extrema puncta arcus translati duæ rectæ ducantur, intercipient eæ arcum ſimilem in circulo dato maiore, ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl.

SI verò propoſitus circulus minorem ſemidiametrum habuerit ſemidiametro circuli AB, ſi quidem in plano, in quo datus circulus eſt, ex centro dati circuli ad interuallum ſemidiametri circuli AB, circulus deſcribi poteſt, deſcribatur, &

tur, &

tur, & in eum arcus AB, transferatur. Rectæ enim ex centro per extrema puncta arcus translati emissæ auferent ex dato circulo minore arcum similem, ex eodem scholio propos. 22. lib. 3. Eucl.

AT si planum, in quo circulus proponitur, tantũ non est, vt ex centro circulus ipsi AB, æqualis describi possit, ita agemus. Ex cẽtro circuli dati describatur circulus ad interuallum semissis semidiametri circuli AB, vel chordæ grad. 60. in quem transferatur semissis chordæ arcus dati AB. Arcus enim abscissus similis est arcui AB. Quare si ex centro rectæ duæ educantur per extrema puncta huius arcus abscisi, auferetur quoque ex circulo dato arcus similis. Hoc autem sic demonstrabimus. Sit circuli AB, semidiameter AC, secta bifariam in D, & per D, ex C, descriptus arcus DE, in quem transferatur chorda DE, semissi chordæ AB, nimirum ipsi AF, æqualis. Dico arcum DE, arcui AB, similem esse. Ducta enim semidiametro CB, secante arcum DE, in E, nectatur recta DE. Quoniam igitur AC, BC, sectæ sunt proportionaliter, hoc est, in partes æquales; [a] erũt AB, DE, rectæ parallelæ, ideoque per coroll. propos. 4. lib. 6. Eucl. triangula CAB, CDE, similia erunt; atque erit, vt CA, ad AB, ita CD, ad DE: Et permutando, vt CA, ad CD, ita AB, ad DE. Cum ergo CA, ipsius CD, dupla sit, erit & AB ipsius DE, dupla. Quare semissis AF, ipsius AB, translata ex D, in circulum DE, cadet in E: ac propterea cum arcus DE, arcui AB, similis sit, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. auferet semissis chordæ AB, arcum similem. quod est propositum. [a] *2. sexti.*

QVOD si circulus DE, interuallo semissis chordæ 60. graduum arcus AB, descriptus nimis magnus sit, ita vt in plano dati circuli describi nequeat, describatur interuallo tertiæ partis chordæ 60. graduum arcus AB, circulus GH. Nam si AI, tertia pars chordæ AB, transferatur ex C, in H, erit rursum arcus GH, arcui AB, similis. quod eodem modo demonstrabitur. Eadem ratione describi poterit circulus interuallo quartæ partis, vel quintæ, &c. pro commoditate plani, in quo datus circulus est.

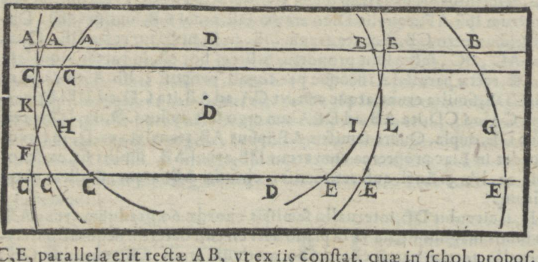
QVANDO interuallo semissis chordæ 60. graduum circulus descriptus est, assequemur propositum dicto ferè citius, beneficio circini, cuius crura se intersecant, ita vt maiorum interuallum duplum semper sit interualli minorum. Nam si longioribus cruribus arcus datorum graduum AB, accipiatur, abscindent breuiora crura arcum similem DE.

CAETERVM si eiusmodi circinus in promptu non sit, accipiemus dictæ chordæ AB, semissem, vel tertiam partem, quartamue, &c. si ducamus plures parallelas, æqualibus interuallis ijsque exiguis, inter se distantes. Nam si chorda AB, beneficio circini in eas inferatur, vt includat duo, vel quatuor, aut sex spatia, diuisa erit bifariam à linea media. Sic si transferatur in easdẽ, vt includat tria, vel sex, aut nouem spatia, diuisa erit in tres partes æquales à duabus lineis intermedijs ab extremis ęqualiter distantibus. Et sic de cæteris. Hoc autem demonstrauimus ad finem scholij propos. 40 lib. 1. Eucl. in vltimo modo diuidendi rectam lineam in quotuis partes æquales.

## LEMMA IIII.

PER datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam lineam ducere.

QVAMVIS problema hoc Euclides lib. 1. propos. 31. confecerit, & nos ibidem eiusdem rei varias praxes tradiderimus, occurrit tamen nunc alia praxis meo iudicio longe facilior, siue punctum datum sit propinquum datæ rectæ, siue non, quam hoc loco inserendam esse censui propter frequentem eius vsum tum in Astrolabio, tum in aliis rebus Geometricis. Sit ergo datæ rectæ AB, per punctum C, ducenda parallela. Ex quolibet puncto acepto D, quod a C, distans sit, siue intra datam lineam, siue extra, vt centro, describatur per datum punctum C, circulus secans datam rectam in punctis A, B; (Non est autem necesse, vt totus circulus describatur, sed satis est, si duo eius arcus rectam datam secantes delineentur, ita tamen vt oculorum iudicio arcus BE, arcu AC, minor non sit,




veluti in figura apparet) & arcui AC æqualis beneficio circini abscindatur arcus BE. Recta namque ducta per C, E, parallela erit rectæ AB, vt ex iis constat, quæ in schol. propos. 27. lib. 3. Eucl. demonstrauimus, propter arcus AC, BE, æquales. Commodius autem res peragetur, si punctum *D*, non in linea, sed extra sumatur, ita tamen, vt fere medium locum occupet inter datam lineam, & parallelam ducendam, quod sola æstimatione, plus minus, accipiendum est. Ita enim fiet, vt arcus descripti minus oblique datam rectam, & parallelam ductam intersecent. In figura arcus AFC, BGE, ex centro D, remotissimo à linea data AB, descripti sunt: arcus vero AHC, BIE, ex centro D, in data linea assumpto: arcus denique AKC, BLE, ex centro D, in medio fermè duarum linearum existente, quod omnium ad problema efficiendum est aptissimum.

## LEMMA V.

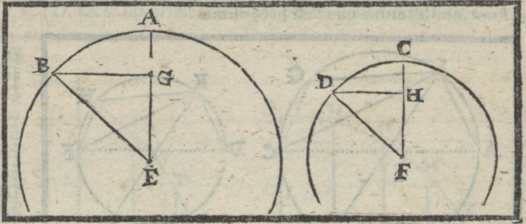
QVAM proportionem habent sinus toti, hoc est, semidiametri quorumlibet circulorum, eandem habent sinus tam recti, quam versi arcuũ similium. Et contra, arcus quorum sinus tam recti, quam versi, eandem proportionem habent, quam sinus toti, similes sunt.

SINT arcus AB, CD, circulorum, quorum semidiametri *A*E, C*F*, similes, & eorum sinus recti BG, DH, versi autem GA, *H*C. Dico esse, vt AE, ad CF, ita tam BG, ad DH, quam GA, ad HC. Iunctis enim semidiametris EB, FD, erunt ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. anguli E, F, æquales, ob arcus similes AB.
a 32. *primi.* CD Cum ergo & anguli recti G, H, æquales sint; [a] æquiangula erunt triangula
b 4. *sexti.* BEG, DFH. [b] *I*gitur erit, vt EB, hoc est, vt EA, sinus totus, ad BG, sinum rectũ.

ita FD,

ita FD, hoc est, ita FC, sinus totus, ad DH, sinum rectum; & permutando, vt EA, ad FC, ita BG, ad DH.

RVRSVS a quia ob similitudinem triangulorum est, vt EB, hoc est, vt EA, ad EG, ita FD, hoc est, ita FC, ad FH; erit per conuersionem rationis, vt EA, sinus totus ad GA, sinum versum, ita FC, sinus totus ad HC, sinum versum: Et permutando, vt EA, ad FC, ita GA, ad HC. a 4. sexti.




SED iam sit, vt AE, sinus totus ad CF, sinū totū, ita tam sinus rect⁹ BG, ad sinū rectū DH, quam versus GA, ad versū HC. Dico arcus AB, CD, similes esse. Ductis enim rursum semidiametris EB, FD; quoniam est, vt AE, hoc est, vt EB, ad CF, hoc est, ad FD, ita BG, ad DH: & permutando, vt EB, ad BG, ita FD, ad DH; Sunt autem & alij anguli recti G, H, æquales, & proinde reliquorum angulorum E, F, vterque minor recto, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. b Erunt triangula BEG, DFH, æquiangula, æqualesq; habebunt angulos E, F. Quamobrem ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus AB, CD, similes sunt. b 7. sexti.

RVRSVS quia est, vt AE, ad CF, ita GA, ad HC; & permutando, vt AE, ad GA, ita CF, ad HC, erit per conuersionem rationis, vt AE, hoc est, vt EB, ad EG, ita CF, hoc est, ita FD, ad FH. Cū ergo & alij anguli recti G, H, sint æquales, ac proinde reliquorū angulorū B, D, vterq; recto minor, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. c erūt triangula BEG, DFH, æquiangula, angulosq; æquales habebunt E, F. Quocirca ex schol. propos. 22. lib 3. Eucl. arcus AB, CD, similes sunt. c 7. sexti.

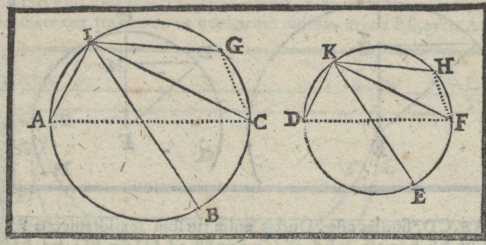
## LEMMA VI.

### SI segmentis similibus circulorum inæqualium similia segmenta adijciantur, vel a similibus similia demantur; tota quoque, vel reliqua segmenta similia erunt.

THEOREMA hoc, quod ad detractionem similium segmentorū ex semicirculis, vel etiam totis circulis attinet, demonstratum a nobis est in scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Hic autem idē in vniuersum de quibuscunque segmentis, vt propositum est, ostendemus, & quidem facilius. Hoc enim in iis, quæ sequuntur, indigebimus. Sint ergo in circulis inæqualibus (Nam in æqualibus similia segmēta sunt æqualia, ac proinde si æqualibus æqualia addātur, vel ab æqualibus æqualia detrahantur, tā tota, quam reliqua, æqualia quoque erunt) similes arcus

ABC,

ABC,DEF,ſiue ſemicirculi ſint,ſiue non,eiſque ſimiles arcus CG,FH, adijciantur. Dico totos quoque arcus ABG,DFH,ſimiles eſſe. Sumptis enim in reliquis ſegmentis AIG,DKH,duobus punctis I,K,vtcunque, iungantur rectæ AI,CI, GI,DK,FK,HK. Quia igitur ſimiles ſunt arcus ABC, DEF, erunt, ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. anguli AIC,DKF, æquales: Eademque ratione æquales erunt anguli CIG, FKH, ob ſimiles arcus CG,FH. Toti ergo anguli AIG, DKH, æquales erunt; ideoque ex eodem ſcholio, arcus ACG, DFH, quibus inſiſtunt,ſimiles erunt quod eſt propoſitum.




SED iam ex ſimilibus arcub⁹ ABC, DEF, ſiue ſemicirculi ſint, ſiue non, auferantur arcus ſimiles AB, DE. Dico reliquos quoq; arcus BC,EF, ſimiles eſſe. Sumptis enim rurſum duobus punctis I, K, vtcunque in peripheriis extra datos arcus, nectantur rectæ AI,BI,CI:DK,EK,FK. Quoniam igitur totus arcus ABC, toti arcui DEF,ſimilis eſt;erit ex ſcholio propoſ.22.lib. 3. Eucl. totus angulus AIC, toti angulo DKF,æqualis: Eademque ratione ablatus angulus AIB,ablato angulo DKE,æqualis erit,ob arcus ſimiles AB,DE.Igitur & reliquus angulus BIC,reliquo angulo EKF,æqualis erit,ideoque ex eodem ſcholio, arcus BC,EF,ſimiles erunt. quod eſt propoſitum.

IAM ſi ex totis circulis tollantur ſimiles arcus IAC, KDF,oſtendemus reliquos CGI,FHK,ſimiles quoque eſſe, vt in prædicto ſcholio, hac ſcilicet ratione. Sumptis ſingulis punctis A,G;D,H, in ſingulis arcubus, iũgantur rectæ IA,CA;IG,CG;KD,FD; KH, FH. Quia igitur ſegmenta IAC, KDF, ſimilia ſunt,erunt ex defin. ſegmentorum ſimilium,anguli IAC, KDF,æquales.[a] Cum ergo tam duo anguli oppoſiti A,G,quam D,H,æquales ſint duobus rectis, erunt quoque duo anguli IGC, KHF, æquales; atque idcirco, ex eadem defin. arcus IGC,KHF,ſimiles erunt. quod eſt propoſitum.

[a] 22.tertij.

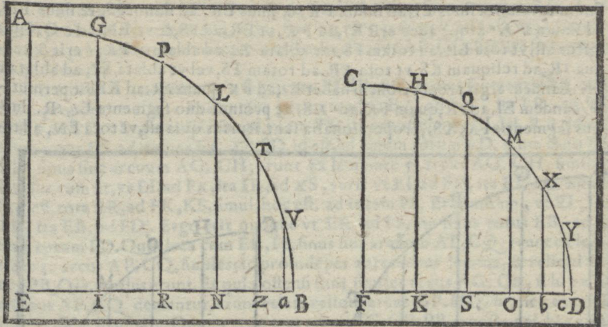
## LEMMA VII.

SI duo quadrantes inæquales ſimiliter ſecentur, vel in partes æquales, & per diuiſionum puncta vni ſemidiametro parallelæ agantur, ſiue ad alteram ſemidiametrum perpendiculares; erunt ſegmenta ſemidiametri in vno quadrante a parallelis, vel perpendicularibus facta, ſegmentis ſemidiametri à parallelis, ſiue perpendicularibus

in alte-

**in altero quadrante factis proportionalia: Et contra, si segmenta semidiametrorum sint proportionalia, quadrantes similiter secti erunt.**

DVO quadrantes inæquales AB, CD, quorum centra E, F, & semidiametri AE, EB; CF, FD, secentur primum in binas partes similes in punctis G, H,




aganturq. semidiametris AE, CF parallelæ GI, HK, [a] ac proinde ad semidiametros EB, FD, perpendiculares. Dico segmenta semidiametri EB, segmentis semidiametri FD, esse proportionalia, hoc est, esse vt EI, ad IB, ita FK, ad KD. Quoniam enim EI, FK, sinus sunt arcuum similium AG, CH, [b] quod æquales sint perpendicularibus ex G, H, ad AE, CF, ductis, quæ quidem sinus sunt arcuũ AG, CH; erit ex lemmate 5. vt EB, sinus totus ad FD, sinum totum, ita sinus EI, ad sinum FK: Et permutando, vt EB, sinus totus, ad sinum EI, ita FD, sinus totus ad sinum FK: Et diuidendo, vt IB, ad EI, ita KD, ad FK, conuertendoq. vt EI, ad IB, ita FK, ad KD.

[a] 29. primi.
[b] 34. primi.

DEINDE ijdem quadrantes secentur in ternas partes similes in punctis G, L; H, M, ducanturq. semidiametris AE, CF, parallelæ GI, LN, HK, MO. Dico segmenta EI, IN, NB, easdem proportiones habere, quas segmenta FK, KO, OD, habent. Erunt enim ex lemmate præcedente, toti quoque arcus AL, CM, similes, quorum sinus sunt EN, FO. Igitur per lemma 5. erit, vt EB, sinus totus ad FD, sinum totum, ita tam sinus EI, ad sinum FK, quam sinus EN, ad sinum FO, [c] ac proinde erit quoque vt tota EN, ad totam FO, ita ablata EI, ad ablatam FK, [d] ideoq. reliqua IN, ad reliquam KO, vt tota EN, ad totam FO, vel vt ablata EI, ad ablatam FK. Quia igitur est, vt vt EI, ad FK, ita IN, ad KO, erit permutando quoque vt EI, ad IN, ita FK, ad KO; atque ita segmenta EI, IN, segmentis FK, KO, proportionalia sunt. Rursus quia est, vt tota EB, ad totam FD, ita ablata EN, ad ablatam FO, ex lemmate 5. vt dictum est, [e] erit quoque reliqua NB, ad reliquam OD, ut tota EB, ad totam FD, vel vt ablata EN, ad ablatam FO. Erat autem, vt EN, ad FO, ita IN, ad KO, vt paulo ante ostensum est, Igitur erit etiam, vt IN, ad KO, ita NB, ad OD, & permutando,

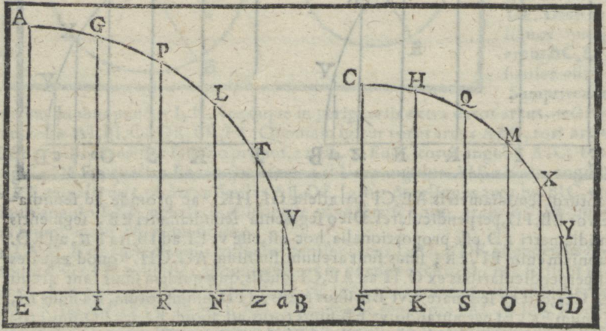
[c] 11. quinti.
[d] 19. quinti.
[e] 19. quinti.

vt

vt IN, ad NB, ita KO, ad OD. Tria ergo ſegmenta EI, IN, NB, tribus ſegmẽtis FK, KO, OD, proportionalia ſunt.

PRAETEREA ijdem quadrantes ſecti ſint in quaternos arcus ſimiles in punctis G, P, L; H, Q, M, & ſemidiametris AE, CF, parallelæ agantur GI, PR, LN, HK, QS, MO. Dico rurſus, quatuor ſegmenta EI, IR, RN, NB, quatuor ſegmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia eſſe. Erunt enim ex lemmate præcedente tam toti arcus AP, CQ, quam toti AL, CM, ſimiles quoque, quorũ ſinus ſunt ER, EN, FS, FO. Igitur per lemma 5. erit, vt EB, ſinus totus, ad FD, ſinum totum, ita ſinus EI, ad ſinum FK, & ſinus ER, ad ſinum FS, & ſinus EN, ad ſinum FO, [a] atque adeo erit EI, ad FK, vt ER, ad FS, & vt EN, ad FO. Quia igitur eſt, vt tota ER, ad totam FS, ita ablata EI, ad ablatam FK, [b] erit & reliqua IR, ad reliquam KS, vt tota ER, ad totam FS, vel vt ablata EI, ad ablatam FK. Eandem ergo proportionem habet EI, ad FK, quam IR, ad KS. Et permutãdo eandem EI, ad IR, quam FK, ad KS; ac proinde duo ſegmenta EI, IR, duobus ſegmentis FK, KS, proportionalia ſunt. Rurſus quia eſt, vt tota EN, ad to-

a 11. quinti.
b 19. quinti.




tam FO, ita ablata ER, ad ablatam FS, vt diximus; [c] erit etiam reliqua RN, ad reliquam SO, vt tota EN, ad totam FO, vel vt ablata ER, ad ablatam FS. Erat autem vt ER, ad FS, ita IR, ad KS, vt oſtendimus. Ergo erit quoq. vt IR, ad KS, ita RN, ad SO; Et permutando, vt IR, ad RN, ita KS, ad SO. Atque ita tria ſegmenta EI, IR, RN, tribus ſegmentis FK, KS, SO, proportionalia ſunt. Poſtremo quia eſt, vt tota EB ad totam FD, ita ablata EN ad ablatam FO, ex lemmate 5. vt oſtendimus; [d] erit quoque reliqua NB, ad reliquam OD, vt tota EB, ad totam FD, vel vt ablata EN, ad ablatam FO. Erat autem, vt paulo ante demonſtratum eſt, vt EN, ad FO, ita RN, ad SO. Igitur erit quoque vt NB, ad OD, ita RN, ad SO, hoc eſt, vt RN, ad SO, ita NB, ad OD: Et permutando ut RN, ad NB, ita SO, ad OD. Quatuor ergo ſegmenta EI, IR, RN, NB, quatuor ſegmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia ſunt. Eademque ratio eſt de pluribus.

c 19. quinti.
d 19. quinti.

PERSPICVVM autem eſt, demonſtrationem hanc concludere, etiamſi quadrantes in partes æquales ſint diuiſi. Nam ſi diuidatur uterque quadrans in ſex partes æquales, ut AB, in AG, GP, PL, LT, TV, VB, & CD, in CH, HQ, QM, MX, XY, YD, erunt ſex priores poſterioribus ſex ſimiles, cum quilibet prio-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

priorum ſit ſui quadrantis eadem pars, quæ ſui quadrantis eſt quilibet poſteriorum. Quare, vt oſtenſum eſt, ſegmenta ſemidiametrorum proportionalia ſunt.

SINT iam ſegmenta ſemidiametrorum proportionalia. Dico arcus a perpendicularibus abſciſſos ſimiles eſſe. Ponantur enim primum duo ſegmenta EI, IB, duobus ſegmentis FK, KD, proportionalia, id eſt, ſit ut EI, ad IB, ita FK, ad KD. Erit igitur permutando, vt EI, ad FK, ita IB, ad KD. a Ergo vt EI, vna ad a 12. quinti.
FK, vnam, ita erunt EI, IB, ſimul, nimirum ſinus totus EB, ad FK, KD, ſimul, nimirum ad ſinum totum FD. Cum ergo EI, FK, ſint ſinus arcuum AG, CH; erunt per lemma 5. arcus AG, CH, ſimiles; ideoq; & reliqui GB, HD, ſimiles erunt, ex præcedente lemmate, cum etiam toti arcus AB, CD, ſimiles ſint, vtpote quadrantes.

DEINDE ponantur tria ſegmenta, EI, IR, RC, tribus ſegmentis FK, KS, SD, proportionalia. Erit rurſus permutando, EI, ad FK, ita IR, ad KS, b 12. quinti.
& RB, ad SD. b Ergo vt EI, vna ad vnam FK, ita erunt omnes EI, IR, RB, id eſt, ſinus totus EB, ad omnes FK, KS, SD, id eſt, ad ſinum totum FD. Cum ergo EI, FK, ſinus ſint arcuum AG, CH; erunt ex lemmate 5. arcus AG, CH, ſimiles. c 12. quinti.
Rurſus cum ſit, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, c erit vt EI, ad FK, ita EI, IR, ſimul, hoc eſt, tota ER, ad FK, KS, ſimul, hoc eſt, ad totam FS. Erat autem, vt EI, ad FK, ita EB, ad FD. Ergo erit quoque vt ER, ad FS, ita ſinus totus EB, ad ſinum totum FD. Quocirca cum ER, FS, ſinus ſint arcuum AP, CQ; erunt ex lemmate 5. arcus AP, CQ, ſimiles; ac proinde per antecedens lemma, & reliqui arcus PB, QD, ſimiles erunt. Et quia oſtenſi ſunt ſimiles arcus AG, CH, ſi hi ex ſimilibus AP, CQ demantur, erunt etiam reliqui arcus GP, HQ, ſimiles, ex eodẽ antecedente lemmate. Omnes ergo tres arcus AG, GP, PB, omnibus tribus arcubus CH, HQ, QD, ſimiles ſunt.

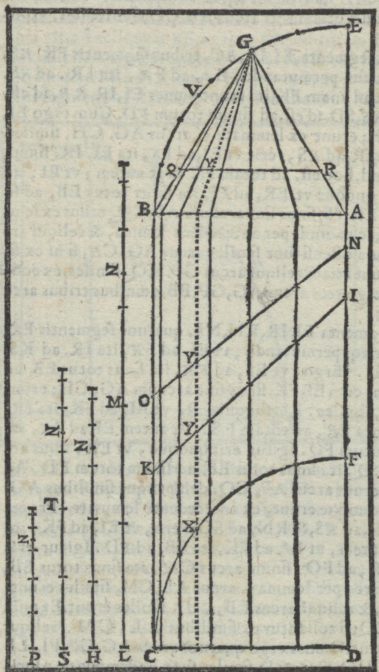
RVRSVS ſint quatuor ſegmenta EI, IR, RN, NB, quatuor ſegmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia: Eritq. permutando, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, d 12. quinti.
& RN, ad SO, & NB, ad OD. d Ergo, vt EI, ad FK, ita ſinus totus EB, ad ſinum totum FD; Ac propterea, cum EI, FK, ſinus ſint arcuum AG, CH; erunt ex lemmate 5. arcus AG, CH, ſimiles. Rurſus quia eſt, vt EI, ad FK, ita IR, e 12. quinti.
ad KS; e erit vt EI, ad FK, ita tota ER, ad totam FS. Vt autem EI, ad FK, ita erat ſinus totus EB, ad ſinum totum FD. Igitur erit quoque, vt ER, ſinus arcus AP, ad FS, ſinum arcus CQ, ita ſinus totus EB, ad ſinum totum FD. Ac proinde ex lemmate 5. ſimiles erunt arcus AP, CQ; demptiſque ſimilibus AG, CH, reliqui GP, HQ, ſimiles quoque erunt, ex antecedente lemmate. Præterea cum ſit, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, & RN, ad SO; f erit, vt EI, ad FK, ita f 12. quinti.
tota EN, ad totam FO. Erat autem, vt EI, ad FK, ita EB, ad FD. Igitur erit quoque, vt EN, ſinus arcus AL, ad FO, ſinum arcus CM, ita ſinus totus EB, ad ſinum totum FD, atque idcirco per lemma 5. arcus AL, CM, ſimiles erunt; ideoque per antecedens lemma, & reliqui arcus LB, MD, ſimiles erunt. Et quia ſimiles oſtenſi ſunt arcus AP, CQ; ſi tollantur ex ſimilibus AL, CM, reliqui etiam arcus PL, QM, ſimiles erunt. Omnes ergo quatuor arcus AG, GP, PL, LB omnibus quatuor arcubus CH, HQ, QM, MD, ſimiles ſunt. Eademque de pluribus eſt ratio.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## LEMMA VIII.

**DATAM rectam lineam ita secare, vt semidiameter alicuius quadrantis secta est a perpendicularibus, quæ a quibusuis punctis quadrantis ad ipsam demittuntur.**




QVAMVIS hoc effici possit ex propos. 10. lib. 6. Eucl. tamen quia huiusmodi diuisione in variis lineis frequenter in Astrolabio indigemus, construemus hoc loco figuram quandam, per quam multo facilius idem consequamur. Assumatur ergo figura altera parte longior quæcunque ABCD, & producto latere DA, describantur ex A, D, ad interuallum AB, vel DC, duo quadrantes æquales EB, FC, quibus diuisis in gradus, (Nos ob paruitatem figuræ in 6. partiti sumus, vt singulæ quindenos complectantur gradus) ducantur per bina puncta a latere AD, æqualiter remota rectæ secantes semidiametros AB, DC, quæ omnes lateri AD, & inter se parallelæ erunt. Si namque ex duobus quibusuis punctis æqualiter a latere AD, remotis ad AD, excitentur perpẽdiculares; [a] erũt hæ inter se parallelæ: sed & æquales, cum sinus sint æqualium arcuum. [b] Igitur & recta connectens duo illa puncta ipsi AD, parallela erit. Atque hac ratione omnes illę lineæ lateri AD, æquidistabunt; [c] ideoque & inter se parallelæ erunt; [d] ac proinde ad vtramque semidiametrum AB, DC, perpendiculares. Diuisa ergo est vtraque semidiameter AB, DC, a perpendicularibus quadrantum demissis. Vt autem aliam quamcumque rectam lineam siue maiorem, siue minorem semidiametro AB, similiter seces, ac si semidiameter esset alicuius quadrantis, diuisaq; a perpendicularibus. &c. construatur super AB, triangulum æquilaterum ABG; cadetq; punctum G, in gradum

a 28. primi.
b 33. primi.
c 30. primi.
d 29. primi.

dum 30. quadrantis, numeratione ab E, incepta, cum BG, sextam partem circuli subtendens, æqualis sit semidiametro AB, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. Postremo ex G, ad puncta sectionum semidiametri AB, rectæ deducantur, constructaq; erit figura, quam desideramus.

SI igitur recta H, secanda in partes proportionales partibus semidiametri AB, maior fuerit semidiametro AB, (si æqualis foret, transferêda essent segmenta semidiametri AB, in eam, vt similiter secaretur) transferatur beneficio circini a quouis puncto lateris AD, ad latus AB, qualis est IK, quæ secabitur a parallelis, vt secta est AB, ex demonstratione propos. 10. lib. 6. Eucl. cum KI, BA, productæ conuenirent, triangulumq; cõstituerent, cuius basis BK, &c. Quare si segmenta rectæ IK, transferantur in datam rectam H, erit recta H, secta, vt AB, secta est, ac si à perpendicularibus ex gradibus quadrantis, cuius semidiameter H, demissis diuideretur: propterea quod hæ perpendiculares ipsam H, secarent, ex lemmate præcedenti, in partes proportionales partibus rectæ AB.

QVOD si detur recta L, ita longa, vt in parallelas translata nimis oblique ipsas intersecet, ac proinde puncta intersectionum non facile discerni queant, transferenda est eius semissis LM, qualis est NO. Nam si huius segmenta duplicata transferantur in datam rectam L, diuisa erit quoque recta L, vt ipsa AB, vel NO; [a] cum segmenta rectę NO, easdem proportiones habeant, quas eorum dupla. Immo si semissis datæ rectæ adhuc nimis longa esset, transferenda esset eius quarta pars, vel octaua, & segmenta inter parallelas quadruplicata, vel octuplicata in datam rectam transferenda. [a] *15. quinti.*

SI vero data recta P, minor fuerit semidiametro AB, transferenda erit in triangulum æquilaterũ GBA, ita vt ipsi AB, æquidistet: quod fiet, si ipsi P, auferemus æquales GQ, GR. Ducta enim recta QR, [b] parallela erit ipsi AB, & æqualis ipsi P, siue vtrique GQ, GR, cum ex coroll. propos. 4. lib. 6. Eucl. triangulum GQR, triangulo GBA, simile sit, ac proinde & æquilaterum. Segmenta ergo rectæ QR, in datam rectam P, translata secabunt eam, vt QR, hoc est, vt BA, secta est; quòd ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. rectæ BA, QR, similiter secentur a rectis ex G, emissis. Quin etiam si quando semissis, vel quarta pars vel octaua datæ rectæ in figuram transferenda sit, vt supra diximus, eaque minor fuerit, quam AB, transferenda erit in triangulum GBA. Ita vides ST, semissem datæ rectæ S, translatam esse in triangulum, cuiusmodi est QR. Segmenta enim huius rectæ QR, duplicata secabunt datam rectam S, vt secta est AB. [b] *2. sexti.*

SED quoniam non semper opus habemus omnibus partibus rectæ eo modo diuisæ, quæ nimirum respondent omnibus gradibus quadrantis ex ea recta descripti; sed solum interdum indigemus in data recta vno puncto, quod proposito gradui, vel arcui respondeat, hoc est, in quod caderet perpendicularis ex dato gradu, vel arcu demissa, inueniemus ex eadem figura hoc loco constructa illud punctum hoc modo. Sit inueniendum in rectis eisdem datis punctum respondens gradui 52. numeratione a puncto E, incepta. Sumantur ex lemmate 3. duo arcus EV, FX, graduum 52. & recta iungatur VX, secans rectas IK, NO, in Y: Recta autem ex G, ducta ad punctum, vbi VX, rectam AB, secat, intersecet quoque rectam QR, in Y. Punctum enim Y, in respondentem rectam translatum, vt supra dictum est de aliis segmentis, dabit in recta punctum Z, quæsitum.

HAC arte si recte vtaris, non erit opus circa datam rectam quadrantem describere, eoque in gradus diuiso, ex punctis diuisionum perpendiculares de-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

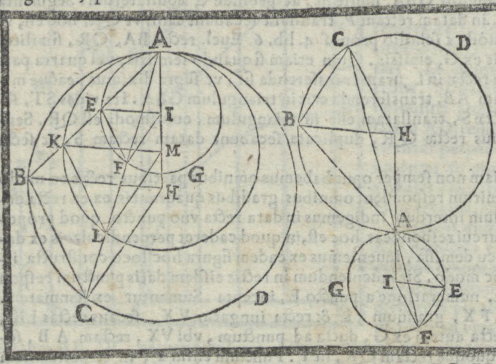
mittere, vt datam rectam in partes optatas distribuas: quæ res quantam habeat vtilitatem, ex nostro Astrolabio cognosces.

## LEMMA IX.

SI duo, pluresue circuli intus, vel duo extra se mutuo contingant, rectæ lineæ per contactum ductæ, similes circumferentias abscindunt: Et rectæ coniungentes bina puncta, in quibus duę rectę circulos secant, parallelę sunt.

*IDEM contingit in duobus circulis se mutuo non tangentibus, si pro contactu sumatur punctum in recta eorum centra coniungente, per quod transit recta connectens puncta alterna extrema diametrorum ad priorem rectam perpendicularium. Sed quando circuli intus se non contingunt, similes arcus sunt alterni, non autem eodem ordine sumpti, vt in illis.*

HOC theorema, quod ad circulos intus se tangentes attinet, in scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. demonstrauimus; quia tamen eo in iis, quæ sequuntur, indigemus, placuit idem hoc loco paulo aliter demonstrare, & quidem generalius, extendentes illud ad circulos extra sese tangentes, & ad circulos non se tangentes, qua etiam re in demonstrationibus sequentibus vtemur.




SINT ergo primū duo circuli ABCD, AEFG, quorum centra H, I, se mutuo tangentes in A, siue intus, siue extra: ducāturq; per A, cōtactum rectæ vtcunq; BE, CF, vtrumq; eorum secantes. Dico tā arcus ABC, AEF, similes esse, quam arcus AB, AE, & BC, EF, &c. Per centra enim H, I, recta HI, educatur, [a] quæ per contactum A, transibit; & ex C, & F, ad eadem centra rectæ adiungantur CH, FI. Quoniam igitur in triangulis ACH, AFI, angulus A, communis est, quando circuli intus se contingunt, vel quando contactus

[a] 11. vel 12 tertij.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

contactus est exterior, [a] anguli A, ad verticem æquales sunt: Latera autem circa alios angulos H,I, proportionalia: quippe quæ proportionem æqualitatis habeant. & reliquorum angulorum C,F, vterque recto minor, hoc est, acutus, ex coroll. 3. propos. 17 lib. 1. Eucl. quod vterque sit supra basem Isoscelis; [b] erunt ipsa triangula æquiangula, æqualesq; habebunt angulos ad centra H, I. Quod facile hoc etiam modo demonstrari potest. [c] Quoniam in circulis sese tangentibus interius, vterque angulus AFI, ACH, angulo FAI, æqualis est; at in circulis exterius se tangentibus, [d] ille æqualis est angulo FAI, hic autem angulo CAH: [e] suntq; anguli FAI, CAH, ad verticem æquales; erunt propterea & anguli, AFI, ACH, inter se æquales, externus, & internus, in circulis intus se tangentibus, vel alterni in circulis tangentibus se exterius. [f] Parallelæ ergo sunt CH, FI, [g] ac proinde anguli H, I, æquales erunt, internus & externus, quando intus se tangunt circuli, vel alterni, quando extra se contingunt. Igitur cum vtroque modo ostensi sint anguli H, I, in centris æquales; erunt segmenta ABC, AEF, quibus insistunt, similia, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Quibus demptis ex totis circulis, erunt ex eodem scholio, vel ex lemmate 6. & reliqua segmenta ADC, AGF, similia. Eademque ratione similia erunt segmenta AB, AE, (si ad centra ducantur rectæ BH, EI, quæ similiter ostendentur parallelæ, &c) & ex circulis reliqua ADB, AGE. Esse denique & arcus BC, EF, inter duas rectas comprehensos similes, ex eodem scholio liquet, propter eundem angulum BAC, in circulis intus se tangentibus, ad circumferentias constitutũ, at in circulis extra se tangentibus, propter angulos BAC, EAF, ad verticem æquales, & ad circumferentias constitutos. Quod si describatur alius circulus AKL, ex centro M, tangens alios duos interius, demonstrabimus eodem modo, ducta recta KM, arcus AKL, AK, tam arcubus ABC, AB, quam arcubus AEF, AE, similes esse, &c.

*a 15. primi.* *b 7. sexti.* *c 5. primi.* *d 5. primi.* *e 15. primi.* *f 28. vel 27 primi.* *g 29. primi.*

IVNGANTVR quoque rectæ BC, EF, quas dico esse parallelas. Quoniam enim arcus AB, AE, ostensi sunt similes; erunt ex scholio dicto propos. 22. lib 3. Eucl. anguli ACB, AFE, illis ad circumferentias insistentes (internus & externus, in circulis intus se tangentibus, vel alterni in circulis extra se tangentibus) inter se æquales. [h] Igitur BC, EF, parallelæ sunt, quod est propositum.

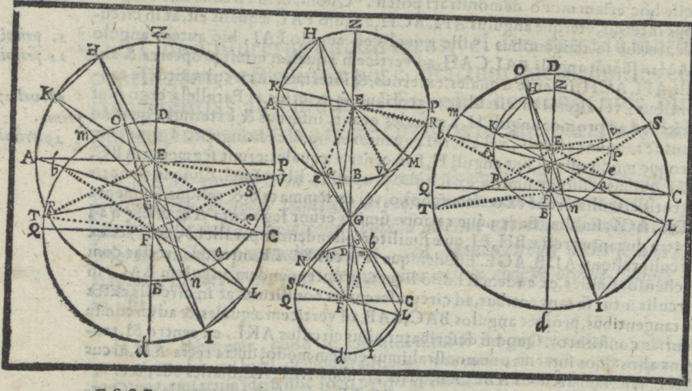
*h 28. vel 27 primi.*

DEINDE sint duo circuli AB, CD, quorum centra E, F, non se tangentes, sed vel se intersecantes, vel non intersecantes. siue vnus sit totus extra alterum, siue intra positus. Ducta recta EF, per eorum centra, excitentur ad eã diametri perpendiculares AE, CF. Iuncta autẽ recta AC, secante EF, in G, ducantur per G, rectæ utcunque HI, KL, vtrumque circulorum secantes. Dico tam arcus HAn, ICO, quam arcus HK, IL, &c. similes esse. Ductis namque rectis HE, n E; IF, OF; quoniam triãgula AEG, CFG, æquiangula sunt; ([i] Nam anguli E, F, sunt recti, & tam alterni A, C, [k] quam ad verticem AGE, CGF, inter se æquales) [l] erit vt GE, ad semidiametrum EA, ita GF, ad semidiametrum FC. Rursus quia in triangulis GEH, GFI, [m] anguli EGH, FGI ad verticem æquales sunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, cum ostensum sit esse, vt GE, ad EA, hoc est, ad EH, ita GF, ad FC, hoc est, ad FI; reliquorum autem angulorum H, I, vterque minor est recto, ex coroll. 3. propos. 17. lib. 1. Eucl. propterea quod supra bases Isoscelium EHn, FIO, existunt, [n] erunt anguli quoque GHE, GIF, æquales. [o] Sed GHE, ipsi GnE, in Isoscele EGn, & GIF, ipsi GOF, in Isoscele FIO, æqualis est. Igitur duo H, n, duobus I, O, æquales erunt; ac proinde & reliqui HEn, IFO, æquales erunt. Quocirca ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus HAn, ICO, quibus illi anguli ad centra insistunt, similes erunt: quibus demptis ex totis circulis, reliqui quoque arcus HPn, IQO, similes erunt. Atque hoc quidem

*i 29. primi.* *k 15. primi.* *l 4 sexti.* *m 15. primi.* *n 7. sexti.* *o 5. primi.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 5. primi. dem in 1. ac 3. figura. At vero in 2. figura, a erit angulus GHE, angulo EnH, in Iſoſcele EHn,& angulus GIF, angulo FOI, in Iſoſcele FIO, æqualis. Quare, vt prius, erunt duo EHn, EnH, duobus FIO, FOI, æquales, & reliquus HEn, reliquo IFO, ac proinde & arcus HAn, ICO, & ex circulis totis reliqui HPn, IQO ſimiles erunt.



b 15. primi. ESSE quoque arcus HK, IL, quas rectæ HI, KL, abſcindunt ſimiles, ſic demonſtrabitur. Iunctis rectis KE, LF, quoniam in triangulis GEK, GFL, b anguli EGK, FGL, ad verticem æquales ſunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, vt oſtenſum eſt; reliquorum autem angulorum K, L, vterque recto minor eſt; in 1. & 3. figura quidem, propterea quòd, ſi iungantur rectæ BA, zA; DL, c 31. tertij. dL, c anguli ad A, & L, recti fiunt in ſemicirculis, quorum illi partes ſunt; In 2. autem figura, eò quòd ſunt ſupra baſes Iſoſcelium, ſi iungantur rectæ Ea, Fm, ad puncta, vbi circumferentiæ à recta KL, ſecantur; (quæ ratio locum etiam habet in aliis duabus figuris.) d 7. ſexti. d erunt anguli GEK, GFL, æquales. Cum ergo & anguli toti GEH, GFI, oſtenſi ſint æquales; erunt etiam reliqui, HEK, IFL, æquales; ac propterea ex ſchol. propoſ. 22. lib. 4. Eucl. arcus HK, IL, ſimiles erunt.

NON ſecus oſtendemus, rectas Zd, HI, intercipere arcus alternos ſimiles HZ, Id, & HB, ID. Quoniam enim anguli GEH, GFI, oſtenſi ſunt æquales; erũt ex duobus rectis reliqui HEZ, IFd, æquales, ideóque ex prædicto ſcholio arcus HZ, Id, ſimiles erunt: Et ex eodem ſcholio, ſimiles erunt HB, ID, propter æquales angulos DEH, DFI.

PARI ratione demonſtrabimus, rectam AC, auferre arcus alternos ABe, e 29. primi. bDC, ſimiles. Iunctis enim rectis eE, bF, e quoniam anguli alterni EAe, FCb, f 5. primi. æquales ſunt, f & EAe, ipſi EeA, & FCb, ipſi FbC, æquales eſt; erunt EAe, EeA, ipſis FCb, FbC. æquales: ideóque & reliquus AEe, reliquo CFb, æqualis erit. Quocirca ex ſchol. propoſ. 22. lib. 3. Eucl. arcus ABe, bDC, ſimiles erunt, In ſecunda tamen figura colliguntur arcus Ae, bC, ſimiles, quibus ſublatis ex totis circulis, reliqui ABe, bDC, ſimiles quoque ſunt.

SIC etiam, vt alterum adhuc exemplum ponamus, demonſtrabimus, rectam RS, au-

RS, auferre arcus alternos similes RBV, SDT. *Iunctis* enim rectis RE, VE; SF, TF,[a] quoniam in triangulis GER, GFS, anguli EGR, FGS, ad verticem æquales sunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, vt mõstratum est: reliquorum autem angulorum R, S, vterq; minor est recto, propterea quòd supra bases triangulorum *Isoscelium* ERV, FST, existunt; [b] erunt quoque anguli ERG, FSG, æquales. [c] Est autem ille angulo EVG, & hic angulo FTG, æqualis. *Igitur* duo R, V, duobus S, T, æquales erunt; ac proinde & reliqui REV, SFT, in triangulis ERV, FST, æquales erunt; ideoque ex scholio propos. 22. lib 3 Eucl. in 1. & 3. figura arcus RBV, STD, similes erunt; in 2. vero figura arcus RV, ST, similes erunt, &c. a *15. primi* b *7. sexti.* c *5. primi.*

EODEM modo rectæ Zd, RV, intercipient alternos arcus similes RB, SD, & RZ, Sd. Quoniam enim in triangulis EGR, FGS, anguli R, S, ostensi sunt æquales; [d] & sunt quoque anguli ad verticem G, æquales; erunt reliqui anguli æquales REB, SFD. *Igitur* ex eodem scholio prædicto, similes erunt arcus RB, SD; ac proinde & ex semicirculis reliqui RZ, Sd. Eademq; ratio est de omni recta, quæ rectam Zd, per centra eiectam intersecat. d *15. primi.*

DENIQVE ex omnibus his infertur, duas rectas quomodocumque se in G, intersecantes intercipere arcus similes ad contrarias partes. Vt si intersecent sese in G, rectæ *HI*, *KL*; dico tam arcus *HK*, *IL*, quam Kn, LO, similes esse. De prioribus quidem iam paulo ante demonstratum est, de posterioribus vero ita probatur. Quoniam KB, ipsi LD, & Bn, ipsi Do, similis est, vt proxime ostendimus de rectis ipsam Zd, intersecantibus; erũt per lemma 6. etiam arcus Kn, LO, similes. Eadem ratione arcus HR, *I*S, similes erunt, propter rectas *HI*, RS, se intersecantes, &c.

QVOD si per G, ducatur recta G*M*, tangens in M, circulum *A*B, in 2. figura, tanget ea producta circulum quoque CD, in N, eruntq; rursum arcus abscissi BM, DN, similes. Ducta enim GN, tangente circulum CD, in N, iunctisq; rectis EM, FN; [e] erunt anguli *M*, N, recti. *Cum* ergo & latera circa angulos E, F, in triangulis GEM, GFN, sint proportionalia, & reliquorum angulorum ad G, vterque sit minor recto, ex coroll 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. [f] Erunt quoque tam anguli E, F, quam anguli ad G, æquales. *Igitur* ex ijs, quæ ad propos. 15. lib. 1. Eucl. ex Proclo demonstrauimus, rectæ MG, NG, vnam rectam constituent, ac proinde tangens GM, producta tanget etiam circulum CD, in N; atque arcus BM, DN, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. similes erunt. e *18. tertij.* f *7. sexti.*

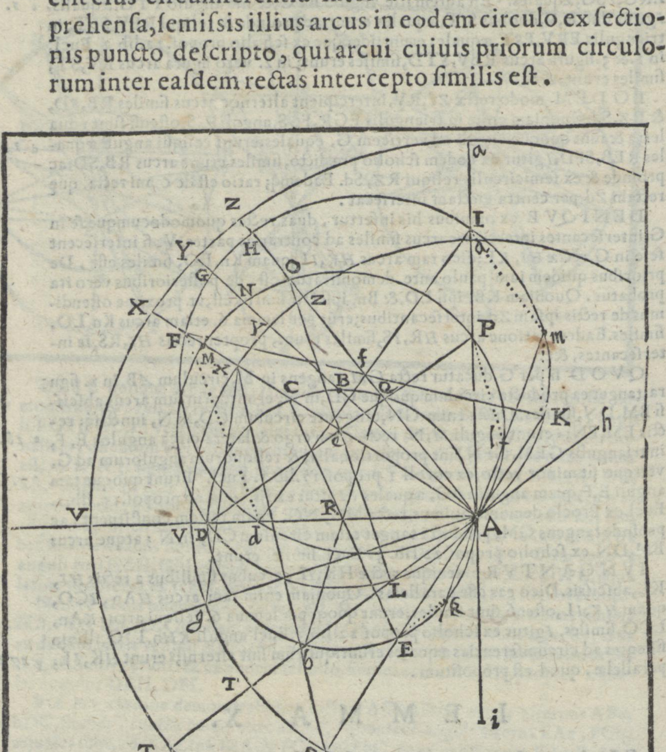
IVNGANTVR denique rectæ HK, *I*L, arcubus similibus a rectis *HI*, KL, abscisis. Dico eas esse parallelas. Quoniam enim tam arcus *H*An, *I*CO, quàm *HK*, *I*L, ostensi sunt similes; erunt quoq; per lemma 6. reliqui arcus *K*An, LCO, similes. *Igitur* ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. anguli *K*Hn, L*I*O, illis insistentes ad circumferentias æquales erunt: qui cum sint alterni; [g] erunt *H*K, *I*L, parallelæ. quod est propositum. g *27. primi.*

## LEMMA X.

SI duo, pluresue circuli se mutuo secent; rectæ lineæ per sectionis punctum ductæ, quæ vel ipsos secent; vel vtraque sit tangens, vel earum altera, intercipiunt circumferentias similes inchoatas ab vna earum rectarum,

& ver-

& versus eandem partem, atque ad punctum sectionis, vel contactus alterius rectæ progredientes. Si autem ex eodem sectionis puncto circulus quicunque describatur, erit eius circumferentia inter duas easdem rectas comprehensa, semissis illius arcus in eodem circulo ex sectionis puncto descripto, qui arcui cuiuis priorum circulorum inter easdem rectas intercepto similis est.



IN puncto A, se mutuo secent circuli ABCDE, AFGHIK, ALMNOP, ducanturq; primum duæ rectæ ipsos secantes vtcunque AB, AC, quæ intercipiant arcus

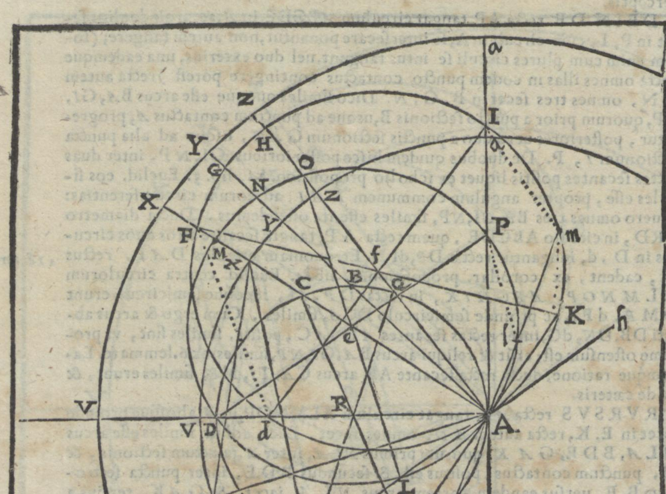
arcus BC, GF, HM, quos omnes dico esse similes. Cum enim cuilibet illorum insistat angulus communis MAN, ad circumferentiam sui circuli in puncto A, manifestum est ex schol. propos. 22, lib. 3. Eucl. ipsos similes esse. Eodem pacto ducta recta AH, omnes tres circulos secante, similes ostendentur, arcus BQ, GH, NO, propter angulum communem NAH, cuilibet illorum insistentem ad circumferentiam proprij circuli in puncto A. Idem dicendum est, ducta recta secante AD, de arcubus CD, Fd, MD, ob communem angulum DAM: atq. ita cæteri arcus quicunq. inter duas rectas secantes interiecti, similes demonstrabuntur. Id quod etiam in præcedenti lemmate demonstratum est de arcubus inter duas rectas ex puncto contactus duorum circulorum intus se tangentium emissas interceptis.

DEINDE recta AP, tangat circulum ABCDE, in A, ac proinde alios secet in P, I, cum circuli in A, se intersecare ponantur, non autem tangere; (solum enim cum plures circuli se intus tangunt, uel duo exterius, una eademque recta omnes illas in eodem puncto contactus contingere potest) recta autem AN, omnes tres secet in B, G, N. Dico similes quoque esse arcus BA, GI, NP, quorum prior a puncto sectionis B, usque ad punctum contactus A, progreditur, posteriores uero duo a punctis sectionum G, N, usque ad alia puncta sectionum I, P. De duobus quidem hisce posterioribus GI, NP, inter duas rectas secantes positis liquet ex scholio proposition. 22. lib. 3. Euclid. eos similes esse, propter angulum communem NAI, ad eorum circumferentias: at uero omnes tres BA, GI, NP, similes esse, ita ostendemus. Ducta diametro ARD, in circulo ABCDE, quem recta AP, tangit, secante alios duos circulos in D, d, iungantur rectæ DP, dI. a Et quoniam angulus DAI, rectus est, cadent, ex corollar. proposition. 5. lib. 4. Euclid. centra circulorum ALMNOP, AFGHIK, in rectas DP, dI, ideoque semicirculi erunt DMP, dFI, ac proinde semicirculo DCA, similes. Cum ergo & arcus ablati DB, DN, dG, inter rectas secantes AD, AC, positi, similes sint, vt proxime ostensum est; erũt & reliqui arcus BA, GI, NP, similes, ex 6. lemmate. Eademque ratione, ducta recta secante AF, arcus CA, FI, MP, similes erunt, & sic de cæteris. *a 18. tertij.*

RVRSVS recta AE, tangat circulum ALMNOP, in A, aliosque proinde secet in E, K, recta autem AN, omnes secet. Dico adhuc similes esse arcus NLA, BDE, GAK, quorum primus NLA, inter N, punctum sectionis, & A, punctum contactus, positus est, & secundus BDE, inter puncta sectionum B, E, uersus eandem partem arcus NLA, iacet, & GAK, tertius a puncto sectionis G, ad easdem partes priorum duorum usque ad punctum sectionis K, ultra A, computatur. Neque enim recta AE, circulum AFGHIK, citra punctum A, secat, vt alios. Hoc autem sic demonstrabimus. Ducta diametro AeM, in circulo ALMNOP, quem recta AE, tangit, secante duos alios circulos in C, & F; iungantur rectæ CE, FK. b Et quia tam angulus MAE, rectus est, quam MAK, cadent, ex corollar. proposit. 5. lib. 4. Euclid. centra circulorum ABCDE, AFGHIK, in rectas CE, FK, ideoque semicirculi erunt EDC, KAF, semicirculoque ADM, similes. Cum ergo & arcus MN, CB, FG, inter rectas secantes AF, AG, iacentes, sint similes, ut supra monstratum est; erunt toti quoque arcus NLA, BDE, GAK, ex lemmate 6. similes. Pari ratione similes erunt arcus DLA, DbE, dAK, quorum primus DLA, inter punctum sectionis D, & punctum contactus A, secundus uero DbE, inter puncta sectionum D, E, uersus eandem *b 18. tertij.*

D partem

partem arcus D L A; Tertius denique dAK, inter punctum sectionis d, citra A, & punctum sectionis K, vltra A, existit. Ducta enim rursus diametro AeM, in circulo ALMNOP, quē recta AE, tangit, secante alios duos circulos in C, & F, iūctisq; rectis CE, FK, ostēdemus, vt proxime factū est, EDC, KAF, semicirculos esse, semicirculoq; ADM, similes. Cū ergo & arcus ablati DM, DC, dF, similes sint, inter secantes rectas AD, AF, vt initio huius lēmatis demōstrauimus: erunt reliqui quoque arcus DLA, DbE, dAK, similes ex 6. lemmate. Non aliter probabimus, arcus NPA, GIK, BAE, esse similes, quorum primus inter punctum sectionis N, & punctum contactus A; secundus vero inter duo sectionum puncta G,K, ad easdem partes primi arcus intercipitur; tertius denique versus eandem




partem a puncto sectionis B, vsque ad alteram sectionem E, vltra A, numeratur. Facta namque eadem constructione, ostendemus, vt proxime, semicirculos esse

KAF.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

KIF, EAC, semicirculoque APM, similes. Quare cum & ablati arcus MN, FG, CB, inter rectas secantes AF, AG, similes sint, vt ostensum est ad initium huius lemmatis, erunt reliqui quoque arcus NPA, GIK, BAE, per 6. lemma, similes.

PRAETEREA recta AL, tangat circulum AFGHIK, in A, aliosque propterea secet in b, L, at recta AN, omnes secet. Dico rursum similes esse arcus GFA, BDb, NDL, quorum primus inter G, punctum sectionis, & A punctum contactus, secundus vero inter sectionum puncta B, b, & denique tertius inter sectionum puncta N, L, positus est. Ducta namque diametro AfH, in circulo AFGHIK, quem recta AL, tangit, secante alios duos in Q, O, iungantur rectæ Qb, OL. [a] Et quia angulus HAL, rectus est, cadent, ex coroll. propos. 5. lib. 4. Eucl. centra circulorum ABCDE, ALMNOP, in rectas bQ, Lo, ac proinde erunt bDQ, LMO, semicirculi, ideoque semicirculo AFH, similes. Sunt autem & arcus GH, BQ, NO, similes inter rectas secantes AH, AN, vt supra ostensum est. Igitur reliqui quoque arcus GFA, BDb, NDL, ex 6. lemmate similes erunt. Sic etiam ducta per A, recta klm, erunt arcus Ek, Al, Km, similes. Cum enim AE, circulum ALMNOP, tangat, erit, vt sæpius iam demonstratum est, arcus Al, inter punctum A, contactus, & punctum l, sectionis, similis arcui Km, inter duo sectionum puncta K, m, ex eadem parte arcus Al. Arcui autem Km, arcus Ek, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. similis est, ob angulos ad verticem æquales KAm, EAk, illis insistentes. Igitur omnes tres arcus Ek, Al, Km, similes sunt. [a] 18. tertij.

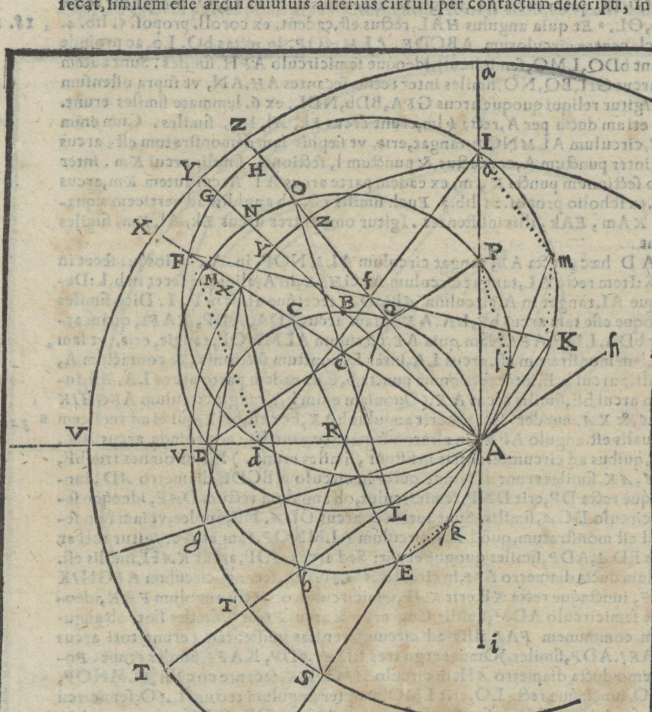
AD hæc, recta AE, tangat circulum ALMNOP, in A, aliosque secet in E, K: Item recta AL, tangat circulum AFGHIK, in A, aliosque secet in b, L: Denique AI, tangat in A, circulum ABCDE, secetque alios in P, I. Dico similes quoque esse tam arcus bE, LA, AK, quàm arcus EDA, ADP, KAFI, quàm arcus bDA, LMP, AFI. Nam quia AE, circulum ALMNOP, tangit, erit, vt iam pridem monstratum est, arcus LA, inter L, punctum sectionis, & contactum A, similis arcui b, E, inter sectionum puncta b, E, ex eadem parte arcus LA. Est autem arcui bE, similis arcus AK. (Quoniam enim hA, tangit circulum AFGHIK in A, & KA, eundem secat, [b] erit angulus hAK, hoc est, bAE, qui ei ad verticem æqualis est, angulo AFK, in alterno segmento æqualis: ac proinde arcus AK, bE, quibus ad circumferentias insistunt, similes erunt.) Igitur omnes tres bE, LA, AK, similes erunt. Deinde ducta in circulo ABCDE, diametro AD, iunctaque recta DP, erit DNP, semicirculus, ob angulum rectum DAP, ideoque semicirculo DCA, similis. Sunt autem & arcus DLA, DE, similes, vt iam non semel est monstratum, quòd AE, circulum ALMNOP, tangat, &c. Igitur toti arcus EDA, ADP, similes quoque erunt: Sed arcus ADP, arcui KAFI, similis est. (Nam ducta diametro AM, in circulo ALMNOP, secante circulum AFGHIK in F, iunctaque recta KF, erit KAF, semicirculus, ob rectũ angulum FAK, ideoque semicirculo ADM, similis. Cum ergo & arcus FI, MP, similes sint, ob angulum communem FAI, illis ad circumferentias insistentem; erunt toti arcus KAFI, ADP, similes.) Omnes ergo tres EDA, ADP, KAFI, similes erunt. Postremo ducta diametro AH, in circulo AFGHIK, secante circulũ ALMNOP, in O, iunctaque recta LO, erit LMO, propter angulum rectum LAO, semicirculus semicirculo bDQ, similis. Sunt autem & arcus OP, QA, similes, cum AP, circulum ABCDE, tangat, &c. Igitur toti arcus bDA, LMP, similes erunt: Sed arcus bDA, arcui AFI, similis est. (Ducta enim diametro AH, in circulo AFGHIK, secante circulum ABCDE, in Q, iunctaque recta bQ, erit bCQ, semicir- [b] 32. tertij.

 micir-

micirculus, ob angulum rectum bAQ, & semicirculo *AF*H, similis. Cum ergo & arcus Q*A*, H*I*, similes sint, quòd A*I*, circulum *A*BCDE, tangat, &c. erunt quoque toti arcus bD*A*, *AF*I, similes.) Quamobrem omnes tres arcus bD*A*, LM*P*, AFI, similes erunt.

PROPOSVI autem tot casus, ac tam varios huius propositionis, quamuis in omnibus eadem fere sit demonstrandi ratio, vt intelligas, quo pacto in aliis casibus te gerere debeas.

CAETERVM aliter, & paulo facilius ostendemus, arcum cuiuslibet circuli inter duas rectas comprehensum, quarum vna circulum tangit, & altera secat, similem esse arcui cuiusuis alterius circuli per contactum descripti, inter




easdem duas rectas incluso, quarum vel vtraque circulum secat, vel vna tangit, & altera secat. Nam quia *AP*, circulum *A*BCDE, tangit, & *A*Q, eundem secat, & vtra-

& vtraque alios duos circulos secat, [a] erit angulus AbQ. in alterno segmento abscisso à recta secante AQ, æqualis angulo PAQ. Ergo ex scholio propos. 22 lib. 3. Eucl. arcus AQ, inter duas rectas AP, AQ, comprehensus, & cui insistit angulus AbQ, similis est arcubus PO, IH, inter easdem rectas interceptis, & quibus communis angulus IAH, insistit, qui angulo A bQ, ostensus est æqualis. a 32. tertij.

RVRSVS quia AE, circulum ALMNOP, tangit, eundemq; AD, secat, & vtraq; circulos ABCDE, AFGHIK, secat in E, D, & K, d, ostendemus arcus ALD, ED, KAd, similes etiam esse. [b] Quia enim angulus EAD, angulo APD, in alterno segmento æqualis est; erunt ex schol. propos. 22 lib. 3. Eucl. arcus ED, ALD, quibus insistunt, similes. His autem similem quoque esse arcum KAd, ita perspicuum fiet. Tangat recta AL, circulum AFGHIK, secetque circulum ABCDE, in b. Iuncta ergo recta dF, [c] erit angulus bAD, angulo AFd, in segmento alterno æqualis, & angulus hAK, angulo AFK, in alterno segmento. [d] Cum ergo angulus hAK, angulo bAE, ad verticem æqualis sit; erit quoq; angulus bAE, angulo AFK, æqualis, ac proinde, cum ostensus sit angulus bAB, angulo AFD, æqualis, erit totus angulus EAD, toti angulo dFK, æqualis. Atque idcirco ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus ED, KAd, similes erunt. Quo circa cum ED, ostensus sit similis arcui ALD; erunt omnes tres ALD, ED, KAd, similes, inter rectas AE, AD, comprehensi. b 32. tertij. c 32. tertij. d 15. primi.

PRAETEREA cum Ab, tangat circulum AFGHIK, & Ad, eundem secet, atque vtraque duos alios circulos secet; [e] erit angulo AId, in alterno segmento æqualis angulus bAD. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3 Eucl. arcus Ad, inter duas rectas Ab, Ad, cui angulus AId, insistit, similis est arcubus bD, LD, inter easdem rectas, quibus angulus communis bAD, angulo AId, æqualis ostensus insistit. e 32. tertij.

AMPLIVS quia AK, circulum ALMNOP, tangit, aliosque secat in K, E. Item Ai, circulum ABCDE, tangit, aliosq; secat in P, I, [f] erit angulo ADP, in alterno segmento æqualis angulus KAP, ac proinde & angulus ad verticem IAE. [g] Sed hic æqualis quoque est angulo ACE, in segmento alterno. Igitur tres anguli ACE, ADP, KAI, æquales sunt, ac proinde ex scholio propos. 22. lib 3. Eucl. tres arcus AE, AP, KI, quibus insistunt, æquales sunt, inter rectas AK, Ai, comprehensi. f 32. tertij. g 32. tertij.

DENIQVE quia AP, circulum ABCDE, tangit, aliosque secat in P, I. Item AE, circulum ALMNOP, tangit, aliosque secat in E, K; iuncta recta kE, [h] erit tam angulo AkE, in alterno segmento angulus PAE, quàm angulo ALP, (iuncta recta lP,) in alterno segmẽto idem angulus EAP, æqualis. [i] Deinde quia iunctis rectis Km, mI, tam duo anguli KmI, KAI, quã duo AkE, ACE duobus rectis æquales sunt, [k] estque angulo ACE, in alterno segmento æqualis angulus iAE, hoc est, KAI, ad verticem, erit quoq; reliquus KmI, reliquo AkE æqualis. Igitur omnes tres anguli AkE, AlP, KmI, æquales sunt; ideoque ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. tres arcus ACE, ADP, KAI, similes erunt. Et sic de cæteris. h 32. tertij. i 22. tertij. k 32. tertij.

DIFFERT autem prima hæc pars lemmatis à prima parte lemmatis antecedentis, quòd hic solum demonstrantur illi arcus similes, qui inter duas rectas lineas, siue vtraque sit tangens, siue altera tantum, siue neutra, interijciuntur, non autem illi, quos recta aliqua abscindit: neque enim similes sunt arcus AQ, APO, AKH, quos recta AH, aufert. At vero in priori parte lemmatis antecedentis similes etiam ostenduntur arcus à quacunque linea recta abscisi.



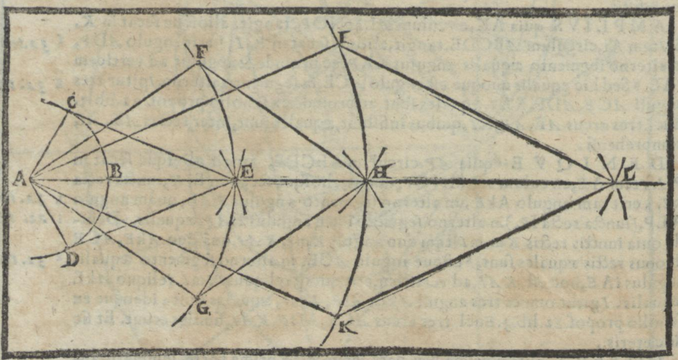
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

IAM verò ex sectionis puncto A, circulus quilibet describatur STV, ad quē vsque rectæ ex *A*, prodeuntes extendantur secantes eum in S, T, V, X, *Y*, *Z*, a. Dico arcum, verbi gratia, ST, semissem esse arcus, qui similis sit in eodem circulo, arcui *E*b: adeo vt numerus graduum in arcu ST, comprehensorum dimidiata pars sit numeri graduum in arcu *E*b, contentorum. Sumatur enim arcui ST, æqualis arcus Tg, ductaque recta g*A*, ducantur ex S, g, ad quodlibet punctum X, in circumferentia STVXY*Z*, duæ rectæ SX, gX. Quia igitur arcus ST, Tg, æquales sunt, [a] æquales quoque erunt anguli S*A*T, T*A*g, in centro *A*; ac proinde angulus S*A*g, anguli S*A*T, duplus erit, [b] Est autem idem angulus S*A*g, ad centrum *A*, duplus quoque anguli SXg, ad circumferentiam. Igitur auguli S*A*T SXg, æquales erunt, ideoque ex scholio propos. 22. lib. 3. *E*ucl. arcus *E*b, Sg, similes erunt; ac proinde arcus ST, semisis erit arcus Sg, qui arcui *E*b, similis est. Eademque ratio est de cæteris. quod constat etiam in arcubus Va, D*M*P, DC*A*, d*F*I, quorum prior Va, quadrans est continens gradus 90. propter angulum rectum V*A*a, posteriores vero tres, semicirculi continentes singuli gradus 180. existunt.

[a] 27. tertij.
[b] 20. tertij.

## LEMMA XI.

**RECTAM lineam breuissimam in cōtinuum extendere, vel (quod idem est) per duo puncta parum inter se distantia lineam rectam quantumlibet producere.**



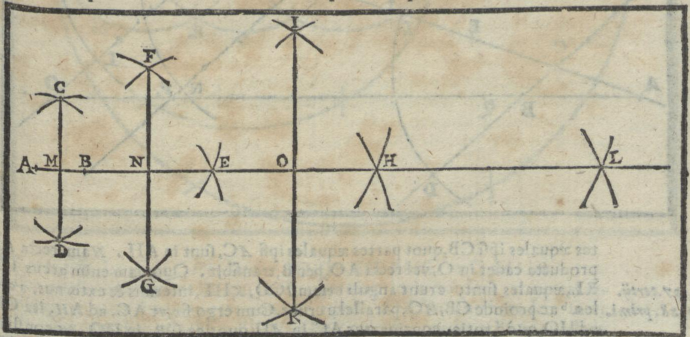

ACCIDIT frequenter, vt vel linea recta breuissima, qualis est AB, extendenda sit, vel (quod idem est) per duo puncta, quorum alterum ab altero propè abest, cuiusmodi sunt duo puncta *A*, B, recta linea quantumlibet extendenda; quæ res non paruam habet difficultatem, propterea quod regula, qua linea ducenda est, facile in hanc, illamue partem flecti potest: adeo vt quò longius producenda est linea, eò maior admitti possit error. Ne ergo in ea linea ducenda erremus,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

remus, vtendum erit hoc artificio. Ex A, per B, arcus circuli deſcribatur, in quo abſciſsis æqualibus arcubus BC, BD, (qui quo maiores erunt, eo felicius res ſuccedet) deſcribantur ex C, D, duo arcus tanto interuallo, vt commode ſe interſecare poſsint in E, hoc eſt, vt non admodum obliqua fiat ſectio, quia tunc non facile diſcerni poſſet interſectionis punctum. Deinde ex A, per E, iterum arcus deſcribatur, in quo abſciſsis duobus arcubus æqualibus EF, EG, deſcribantur ex F, G, tanto quoque interuallo duo arcus, vt commodè ſe interſecare queant in H. Rurſus ex A, per H, arcus deſcribatur, in quo abſciſsis duobus arcubus æqualibus HI, HK, deſcribantur quoque ex I, K, tanto interuallo duo arcus, vt commode ſe poſsint interſecare in L: atque in hunc modum progredi licebit, quantum libuerit. Dico rectam AB, productam tranſire per puncta E, H, L, &c. adeo vt applicata regula ad puncta A, L, recta linea ducatur per puncta *A*, *B*, exquiſitiſsime, quippe cum iunctæ AB, AE, A*H*, AL, omnes vnam conficiant rectam lineam. Ductis enim rectis AC, AD, AF, AG, A*I*, AK, CE, *D*E, *F*H, GH, *I*L, KL; quoniam latera AC, AE, lateribus AD, AE, æqualia ſunt, & baſis quoque CE, baſi DE, æqualis, ex conſtructione, ob æqualia ſumpta interualla ex C, D, vſque ad E; [a] erit angulus CAE, angulo DAE, ęqualis, hoc eſt, recta EA, angulum CAD, ſecabit bifariam: ſed & recta BA, eundem angulum CAD, bifariam diuidit, [b] quòd anguli BAC, BAD, æquales ſint propter æquales arcus BC, BD. Igitur recta *EA*, per B, tranſit, ne duæ rectæ dicantur eundem angulum C*A*D, bifariam partiri. Rurſus quia latera AF, AH, lateribus *A*G, AH, æqualia ſunt, & baſis FH, baſi G*H*, eadem de cauſa; [c] erunt quoque anguli FA*H*, GA*H*, æquales, id eſt, recta HA, angulum FAG, bifariam ſecabit. Cum ergo & eundem angulum bifariam ſecet recta E*A*, [d] quòd anguli EAF, EAG, ob æquales arcus EF, EG, æquales ſint; tranſibit recta HA per E: ac proinde & per B, cum recta E*A*, tranſire oſtenſa ſit per B. Non aliter demonſtrabimus, rectam LA, tranſire per H, ideoque & per E, B, &c.

[a] *8. primi.*
[b] *27. tertij.*
[c] *8. primi.*
[d] *27. tertij.*

HAEC praxis hoc etiam modo inſtitui poteſt. Ex punctis *A*, B, datis, vel ex-

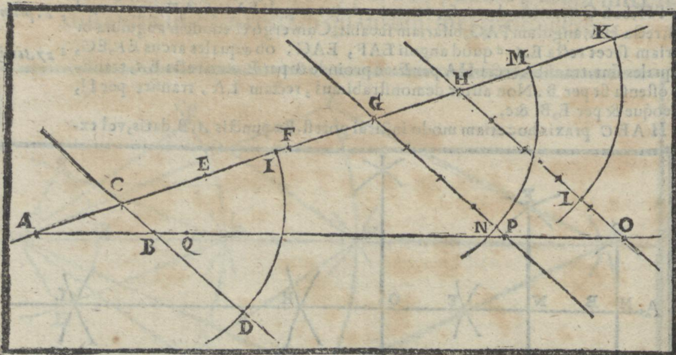



tremis datæ lineæ *A*B, ad quoduis interuallum, quod paulo maius ſit data recta A*B*, bini arcus hinc inde deſcribantur ſecantes ſeſe in C, D. Et ex C, *D*, alij duo arcus tãto interuallo, vt commode ſe interſecent in E. Rurſus ex B, E, bini alij arcus vtrinque ſecantes ſeſe in F, G. Et ex F, G, duo alij arcus ſe interſecẽt in *H*.

*Item*

Itẽ ex E, H, vtrinque se intersecent bini alij arcus in *I*, K. *A*tque ex I, *K*, alij duo arcus sese intersecent in L. *A*tque hoc modo, quantum libuerit, procedatur. Dico omnia puncta A, B, E, *H*, L, in vna recta iacere linea. Nam ex ijs, quæ in praxi propos. 11. lib. 1. Eucl. diximus, recta *AB*, rectam iũctam CD, diuidit ad angulos rectos, & bifariam in M: Item recta iuncta EM, ad eandem CD, perpendicularis est, ac proinde rectæ BM, congruit, hoc est, per punctum B, transit, ita vt vna recta sit *A*E. Rursus eodem modo H*N*, per E, transibit, vt vna recta sit *A*H, quòd tam recta B*E*, rectam FG, secet bifariam, & ad angulos rectos, quàm recta HN, ad eandem FG, perpendicularis sit. Non aliter ostendes LO, per H, transire, ideoque ABNEOHL, esse vnam rectam lineam, propterea quòd recta EH, rectam I*K*, secat bifariam, & ad rectos angulos, & recta iuncta LO, ad eandem *I*K, perpendicularis est.

ALITER. Per extremum *A*, educatur recta vtcunque ACK, faciens cum AB, angulum, nec valde magnum, nec valde acutum. Deinde per alterum extremum B, ducta vtcunque alia recta B*D*, secante A*K*, in C, ita tamen, vt AB, & AK non valde oblique secentur, sed ita, vt intersectionum puncta C, B, commode discerni possint, abscindantur ipsi *A*C, beneficio circini quotcunque rectæ æquales CE, E*F*, FG, GH; & ex C, & vltimo puncto H, interuallis æqualibus C*I*, HK, arcus describantur *I*D, *K*L; sumptoque arcu KL, æquali arcui *I*D, inter rectas CI, CD, intercepto, ducatur recta HL, ex qua vsque ad O, accipiantur tot par-




tes æquales ipsi CB, quot partes æquales ipsi *A*C, sunt in AH. *N*am recta AB producta cadet in O, vel recta AO, per B, transibit. Quoniam enim arcus ID, KL, æquales sunt; [a] erunt anguli etiam *I*CD, *K*HL, internus & externus, æquales, [b] ac proinde CB, *H*O, parallelæ erunt. Cum ergo sit, vt AC, ad A*H*, ita CB, ad HO, quòd toties contineatur AC, in *A*H, quoties C*B*, in HO, ex constructione; transibit ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. recta *A*O, per B, & recta AB, per O. Quòd si ex G, alius arcus describatur M*N*, ad idem interuallum C I, vel *H*K, sumaturque arcus MN, eidem arcui ID, æqualis, erit eodem argumento ducta GN, ipsi CD, parallela. Si igitur in GN, accipiantur rursus tot partes vsque

a 27. tertij.
b 28. primi.

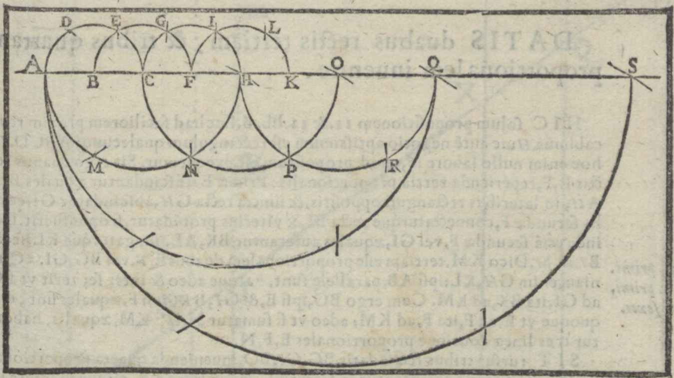
ad

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

ad *P*, ipsi C*B*, æquales, quot partes ipsi *A*C, ęquales sunt in *A*G, transibit eadem recta *A*O, per punctum etiam *P*: quòd eadem sit proportio *A*G, ad *AH*, quæ G*P*, ad *H*O, propterea quòd multitudo partium ipsius *A*G, est æqualis multitudini partium GP: & multitudo partium ipsius AH, æqualis multitudini partium ipsius *H*O, &c. Atque hac ratione plura puncta inuenientur, per quæ recta AB, extensa transibit, si nimirum ex aliis partibus ipsius A*H*, parallelæ ipsi CB, agantur, &c.

POTES quoque, si placet, antequam rectam CD, per B, ducas, sumere in A*K*, quotcunque partes æquales ad libitum AC, CE, &c. & per C, rectam ducere, quæ rectam AB, ductam in puncto aliquo secet. Vt si puncta data essent A, Q ducta esset per C, recta CD, secans AQ in B. Nam si reliqua fiant, quæ prius, absoluemus id, quod propositum est, eodem modo. Atque hac posteriori via non opus est circino partem AC, accipere, (quæ si nõ exquisite accipiatur, necessario efficitur, vt eius multiplex A*H*, vel AG, sit vel nimis magna, vel nimis parua; qui error vitatur, si ante ductum lineæ CD, sumantur, vt dictum est, quotuis partes æquales AC CE, &c.) sed satis est, si CB, circino accipiatur, & in rectas *H*L, GN, toties transferatur, quoties AC, in A*H*, AG, existit.

LIBET hoc idem tertia adhuc ratione facillima absoluere, & quidem si lubet, vnico circini interuallo. Sint enim rursus data duo puncta *A*, B, vel recta AB, producẽda. Ex B, per A, arcus describatur AC, ex quo ad idem interuallum




AB, tres æquales arcus abscindantur AD, DE, EC. Rursus ex C, ad idem interuallum describatur arcus BF, qui per B, centrum prioris transibit, cum eius semidiameter huius semidiametro ponatur æqualis. Abscisis autem eodem interuallo tribus arcubus æqualibus BE, *E*G, GF; (cadetque punctum E, in punctum intersectionis arcuum AC, BF, ob semidiametrorum æqualitatem) describatur quoque ex F, arcus C*H*, ad idem interuallum, qui eadem de causa per C, centrum antecedentis arcus incedet. Sumptis eodem interuallo tribus arcubus ęqualibus CG, G*I*, I*H*, (cadetque eadem ratione punctum G, in sectionem arcuum



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

BF, CH) describatur rursum per F, eodem interuallo ex H, arcus FK, in quo iterum sumantur eodem interuallo tres æquales arcus FI, IL, LK, atque in hunc modum constructio eadem continuetur, quantum libuerit, aut opus fuerit. Dico rectam AB, extensam transire per omnia puncta inuenta C, F, H, K. Quoniam enim ex coroll. propos. 15. lib. 4 Eucl. arcus AD, DE, EC, tres sextæ partes circuli sunt; erit ADEC, semicirculus, ideoque diameter AC, per centrum B, transibit. Eadem ratione transibit BF, per C, & CH, per F, & FK, per H, &c.

QVANDO data linea AB, est perexigua, ne praxis longior, quàm par est, euadat, inuento puncto C, extensaque recta AB, vsque ad C, si ex C, ad interuallum rectæ CA, arcus describatur AH, in eoque accipiantur eodem interuallo CA, tres arcus æquales AM, MN, MH, inuentum erit punctum H: Ex quo si ad idem interuallum per C, arcus describatur, reperietur eodem modo punctũ O: & si ex hoc ad idem interuallum OH, arcus describatur, inuenietur eadem ratione punctum Q, & sic deinceps. Immo inuento puncto H, si ex eo arcus AQ, ad interuallum HA, describatur, reperies similiter punctum Q; atque ex inuento puncto O, si arcus per A, describatur AS, inuenies punctum S. Denique infinitis modis praxin mutare poteris in arcubus describendis, &c.

## LEMMA XII.

**DATIS duabus rectis tertiam, & tribus quartam proportionalem inuenire.**

HIC solum propositionem 11. & 12. lib. 6. Eucl. ad faciliorem praxim reuocabimus. Huic autẽ negotio aptissimum est rectangulum qualecunq; ABCD. In hoc enim nullo labore id, quod propositum est, exequemur. Sit ergo duabus rectis E, F, reperienda tertia proportionalis: Primæ E, abscindantur æquales BG, AH, in lateribus rectanguli oppositis, & iuncta recta GH, abscindatur GI, æqualis secundæ F, connectaturque recta BI, & vlterius protẽdatur, si opus fuerit. Deinde etiã secundæ F, vel GI, æquales auferantur BK, AL, iungaturque KL, secãs BI, in M. Dico KM, tertiam esse proportionalem duabus E, F, vel BG, GI. [a] Quoniam enim GH, KL, ipsi AB, parallelę sunt, [b] atque adeo & inter se; [c] erit vt BG ad GI, ita BK, ad KM. Cum ergo BG, ipsi E, & GI, BK, ipsi F, æquales sint, erit quoque vt E, ad F, ita F, ad KM; adeo vt si sumatur N, ipsi KM, æqualis, habeantur tres lineæ continue proportionales E, F, N.

[a] 33. primi.
[b] 30. primi.
[c] 4. sexti.

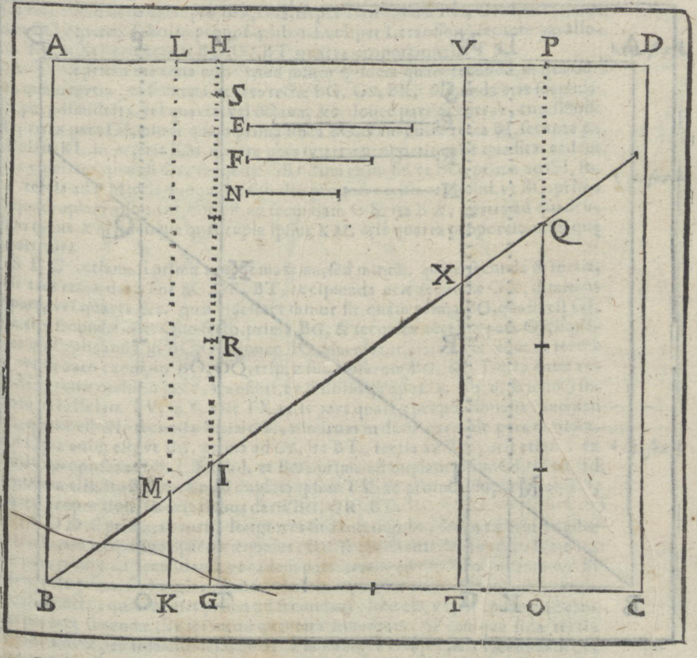
SIT rursus tribus rectis datis BG, GI, BO, inuenienda quarta proportionalis. Prima ac tertia collocentur in latere BC, initio facto à B, eisque in laterę opposito æquales abscindantur AH, AP: Iunctis autem rectis GH, OP, & à termino primæ abscissa GI, æquali ipsi secundæ, ducatur recta BI, quæ producta secet OP, in Q. Dico OQ, esse quartam proportionalem quæsitam. [d] Erit enim, vt prius, BG, prima ad GI, secundam, quemadmodum BO, tertia ad OQ, quartam. Sic tribus rectis BO, OQ, BG, reperietur quarta proportionalis GI.

[d] 4. sexti.

VERVM vt omnia hæc fiant quàm exquisitissime, diligenter hæ cautiones adhibendæ sunt. Primum quando duabus rectis tertia inuenienda est proportionalis, si quidem prima æqualis est, vel maior quàm secunda, cuiusmodi fuerunt duæ

duæ E,F, quibus æquales abscissæ sunt BG,GI, nihil in præcepto dato immutandum est, eo quod tunc recta BI, non admodum oblique rectas GI, KM, secat; ex quo fit, punctum intersectionis M, commode discerni posse, quod secus accideret si GI, obliquius secaretur.

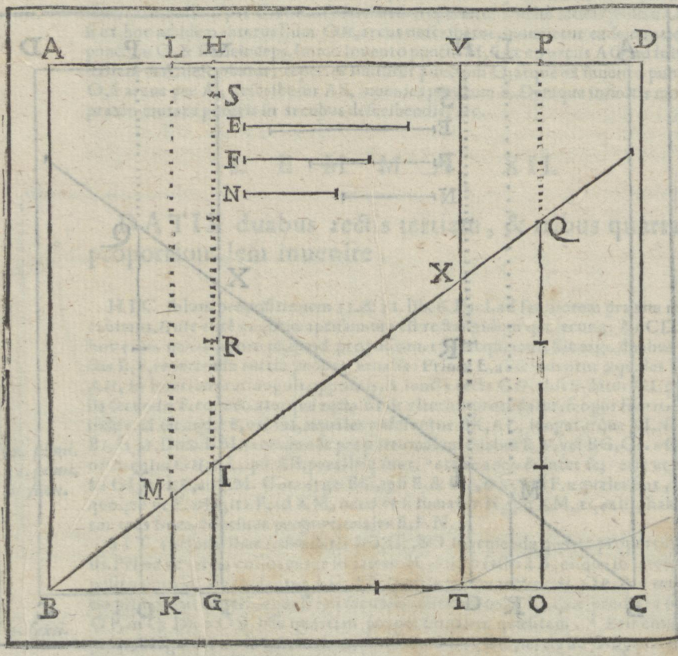
SI vero prima fuerit minor quàm secunda, vt si datæ sint duæ BG, GS, quoniam tunc ducta recta BS, & oblique valde ipsam GS, intersecat, & longius produci debet, vt cum TV, (sumpta BT, æquali ipsi secundæ GS) conueniat, secabimus secundã GS, bifariam in R, & GR, rursus bifariam, atque ita deinceps, donec in partem incidamus, quæ vel æqualis sit primæ BG, vel minor, qualis hic est GI, quarta pars secundæ. Et quia ducta recta BI, licet non nimis oblique ip-




sam GI, secet; tamen quia longius produci debet, vt intersecet ipsam TV; rectius fecerimus, si in latere BC, sumamus aliquot partes primæ lineæ BG, æquales, donec inueniamus rectam BO, ipsius BG, multiplicem, quæ vel æqualis sit rectæ BT, vel maior, (In exemplo est BO, primę BG, tripla) atque in parallela OP, ac-

cipiamus OQ, ita multiplicem ipsius GI, vt est BO, ipsius BG, multiplex. Nam ducta recta BQ (quæ omnino per I, transibit, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclidis, cum sit, vt BG, ad BO, ita GI, ad OQ, ex constructione) secabit parallelam TV, in X, eritque TX, (quarta proportionalis ipsis BG, GI, BT,) quarta pars tertiæ proportionalis quæsitæ, eadem nimirum pars, quæ est GI, secūdæ lineæ GS, adeo vt TX, quater sumpta conficiat totam tertiam proportionalem.[a] Cum enim sit, vt BG, prima ad GI, ita BT, secunda ad TX; erit quoque ex scholio propos. 22. lib. 5. Eucl. vt BG, prima ad quadruplam ipsius GI, hoc est, ad GS, secundam, ita BT, secunda ad quadruplam ipsius TX, atque idcirco quadrupla ipsius TX, erit tertia proportionalis quæsita.

[a] 4. sexti.




QVOD si prima, vel secunda linea data fuerit longior, quàm rectangulum, quod quidem vel propter spatij angustiam produci nequit, vel producere non libet, sumendæ erunt earum semisses, & harum semissium iterum dimidiatæ partes, & sic deinceps, donec partes habeantur rectangulo breuiores. Inuenta namque

que tertia proportionali hisce partibus, si ea toties multiplicetur, quoties illæ partes in totis lineis continentur, conficietur tertia proportionalis quæsita, a quòd partes cum pariter multiplicibus eandem habeant proportionem. a 15. quinti.

DEINDE quando tribus rectis adiungenda est quarta proportionalis, si quidem prima est omnium maxima, seruandum est præceptum supra traditum ad vnguem, sicut patuit in rectis BO, OQ, BG, quibus quarta proportionalis inuenta est GI.

SI vero prima non sit maxima, maior tamen quàm secunda, vt si datæ sint tres rectæ BG, GI, BT, multiplicanda erit prima BG, in recta BE, donec habeatur BO, maior quàm tertia BT, vel æqualis: Et in ducta parallela OP, multiplicanda secunda GI, vsque ad Q, toties, quoties prima BG, vsque ad O, multiplicata fuit: vt in dato exemplo BO, OQ, triplæ sunt ipsarũ BG, GI. Ducta enim recta BQ (quæ ex scholio propos. 4 lib. 6. Eucl. per I, transibit) secante parallelam TV, in X; b erit tribus BG, GI, BT, quarta proportionalis TX. b 4. sexti.

AT si prima maxima non sit, sed minor quidem quàm secunda, maior autem quàm tertia, vt si datæ sint tres rectæ BG, GS, BK, sumenda erit secundæ GS, pars dimidiata, vel quarta, vel octaua, &c. donec pars occurrat, cuiusmodi est quarta pars GI, minor quàm prima linea BG. Nam ducta recta BI, secante parallelam KL, in M, erit KM, quarta pars quartæ proportionalis quæsitæ, eadem pars videlicet, quæ est GI, secundæ GS. c Cum enim sit, vt BG, prima ad GI, ita BK, tertia ad KM; erit quoque ex scholio propos. 22. lib. 5. Euclid. vt BG, prima ad quadruplam ipsius GI, hoc est, ad secundam GS, ita BK, tertia ad quadruplam ipsius KM; ideoque quadrupla ipsius KM, erit quarta proportionalis, quę inquiritur. c 4. sexti.

SIC etiam, si prima non sit maxima, sed minor, quàm secunda & tertia, vt si tres rectæ datæ sint BG, GR, BT, accipienda erit secundæ GK, dimidiata pars, vel quarta, &c. quæ videlicet minor sit, quàm prima BG, qualis est GI, semissis secundæ GR. Quo facto, prima BG, & secundæ accepta pars GI, æqualiter multiplicandæ in BO, OP, donec BO, inueniatur maior, vel æqualis tertiæ BT: vt in dato exemplo BO, OQ, triplæ sunt ipsarum BG, GI. Ducta enim recta BQ (quæ omnino per I, transibit, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid.) secante parallelam TV, in X, erit TX, talis pars quartæ proportionalis inueniendæ, qualis est GI, secundæ lineæ GR, nimirum in dato exemplo pars dimidiata. d Quia enim est, vt BG, prima ad GI, ita BT, tertia ad TX, erit etiam, ex scholio propos. 22. lib. 5. Euclid. vt BG, prima ad duplam ipsius GI, id est, ad secundam GR, ita BT, tertia ad duplam ipsius TX, ac proinde dupla ipsius TX, quarta proportionalis erit tribus datis BG, GR, BT. d 4. sexti.

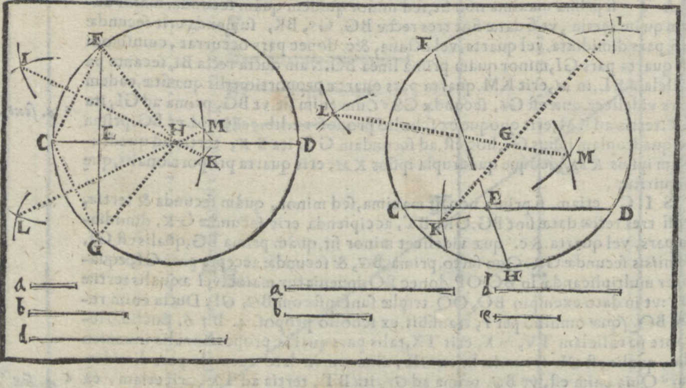
QVOD si prima, ac tertia longiores sint rectangulo, secandæ erunt ambæ bifariam, vel in quatuor partes æquales, &c. secunda intacta relicta. Nam ita erit pars primæ ad secundam, vt eadem pars tertiæ ad quartam inuentam. Si autem sola prima sit longior, diuidendæ erunt pariter prima & secunda, tertia intacta relicta: quia ita erit prima ad secundam, hoc est, vt pars primæ ad eandem partem secundæ, vt tertia ad quartam inuentam. Si denique sola tertia longior fuerit, ea sola diuidenda erit. Ita namque erit prima ad secundam, vt pars tertiæ ad eandem partem quartæ inuentam. Si ergo toties sumatur pars quartæ inuenta, quoties accepta pars tertiæ in tertia continetur, conflabitur tota quarta proportionalis, quæ quæritur.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## SCHOLIVM.

*SED totum hoc lemma hac alia ratione absoluemus, quæ quidē in Astrolabio, & plerisque alijs in rebus commodissima est, præsertim quando duabus rectis tertia proportionalis adinuenienda proponitur. Sit duabus rectis a, b, adiungenda tertia proportionalis. In recta quauis CD, sumatur prima a, æqualis CE, & per E, ducta ad CD, perpendiculari FG, sumantur EF, EG, secundæ b, æquales: Et per tria puncta F, C, G, circulus describatur ex centro H, secans CD, in D. Dico ED, tertiam esse proportionalem ad duas CE, EF, hoc est, ad duas a, b. Quoniam enim ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. EF, media proportionalis est inter CE, ED; erit vt CE, ad EF, ita EF, ad ED. Sumpta igitur d, ipsi ED, æquali, erit quoque vt a, ad b, ita b, ad d; ac proinde d, ipsis a, b, tertia proportionalis est. quod est propositum. Centrum autem H, inuenietur, si ex C, F, ad idem interuallum ex vtraque parte quatuor arcus describantur intersecantes sese in I, K; Et ex C, G, alij quatuor secantes sese in L, M. Nam rectæ IK, LM,*




*se intersecabunt in H, centro, quod in scholio propos. 25. lib. 3. Euclid. demonstrauimus: eritque centrum H, in recta GD, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Euclid. Quod etiam inuenietur, si ductis rectis CF. CG, angulis FCE, GCE, æquales fiant CFH, CGH. Rectæ namque FH, GH, secabunt CD, in H, centro: propterea quod tres rectæ HF, HC, HG, æquales sunt. Nam HF, HG,* [a] *æquales sunt, propter duo latera EF, EH, æqualia duobus lateribus EG, EH, & angulos rectos ad E.* [b] *At vtrauis HF, HG, ipsi HC, æqualis est, ob angulos æquales ad C, F, vel C, G.*

a 4. primi.
b 6. primi.

*SIT rursum tribus rectis a, b, d, reperienda quarta proportionalis. In qualibet recta CD, abscindantur secundæ b, & tertiæ d, æquales CE, ED, & per E, ducta recta FH, vtcunque, siue perpendiculari ad CD, siue non, sumatur primæ a, æqualis EF. Et per tria puncta F, C, D, circulus describatur ex centro G, secans EH, in H. Dico EH, esse ipsis a, b, d, hoc est, ipsis EF, EC, ED, quartam proportionalem: adeo vt e, ipsi EH, æqualis, sit quæsita quarta proportionalis.* [c] *Quoniam enim rectangulum sub EF, prima, & EH, quarta, rectangulo sub EC, secunda, & ED, tertia, æquale est;* [d] *erit vt*

c 35. tertij.
d 16. sexti.

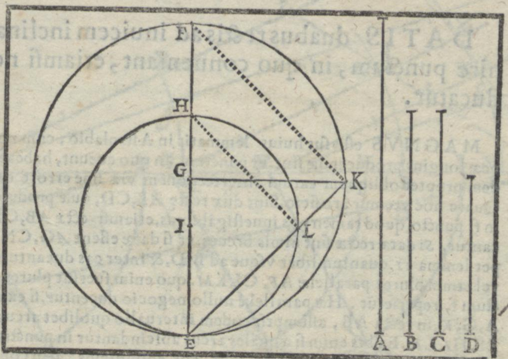


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

EF, prima ad EC, secundã, ita ED, tertia ad EH, quartam. quod est propositum. Centrum autẽ G, reperietur quoque hic, si ex F, D, ad idem interuallum ex vtraque parte quatuor arcus describantur se intersecantes in I, K: Et ex C, F, alij quatuor sese intersecantes in L, M. Rectæ namque IK, LM, in centro G, se mutuo diuident, vt in dicto scholio propos. 25. lib. 3. demonstratum est à nobis.

ALITER adhuc, si placet, totum Lemma expediemus hoc modo. Sit duabus rectis A, B, inuenienda tertia proportionalis, sitque primum A, prima maior. Sumpta recta EF, ipsi A, æquali, describatur circa eam ex medio puncto G, circulus EKF, in quo applicetur recta EK, ipsi B, æqualis, eidemque æqualis abscindatur EH, circa quam ex medio puncto I, circulus describatur ELH, secans EK, in L. Dico EL, tertiam proportionalem esse. Quoniam enim iunctæ rectæ FK, HL, per 9. lemma parallelæ sunt, quod circuli se mutuo tangant in E, ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. erunt triangula EFK, EHL, æquiangula. [a] Igitur erit, vt EF, hoc est, vt A, ad EK, id est, ad B, ita EH, vel B, ad EL. a 4. sexti.

SIT deinde duabus rectis D, C, inuenienda tertia proportionalis, sitque D, prima minor. Sumpta recta EH, secundæ maiori C, æquali, describatur circa eam ex puncto medio I, circulus ELH, in quo applicetur recta EL, primæ D, æqualis, ex qua producta abscindatur EK, ipsi EH, vel secundæ C, æqualis, anguloq; KEH, æqualis fiat EKG, [b] ita vt rectæ GE, GK, æquales sint. Descripto autem ex G, circulo per E, K, secante EH, productam in F; dico EF, esse tertiam proportionalem. [c] Erit enim vt prius, ita EL, vel prima D, ad EH, vel ad C, secundam, vt EK, vel C, secunda, ad EF. b 6. primi. c 4. sexti.




RVRSVS tribus rectis A, B, C, quarum prima maior sit, quam secunda & tertia, inuenienda sit quarta proportionalis. Circa rectam EF, primæ A, æqualẽ circulus describatur EKF. Et circa rectam EH, secundæ B æqualẽ circulus EHL, describatur; applicetur; in priori circulo recta EK, tertiæ C, æqualis secans posteriorem circulum in L. Dico EL, esse quartam proportionalem. [d] Erit enim vt prius, ita EF, ad EK, vt EH, ad EL. Igitur permutando, vt EF, vel A, prima ad EH, vel ad B, secundam, ita EK, vel C, tertia ad EL. d 4. sexti.

ITEM tribus rectis C, D, A, quarum prima maior sit, quàm secunda, minor autem, quàm tertia, sit inuenienda quarta proportionalis. Circa rectam EH, primæ C, æqualem describatur circulus ELH, in quo applicetur EL, secundæ D, æqualis. Et ex EH, producta, abscissa EF, tertiæ A, æquali, describatur circa eam circulus EKF, secans EL, productam in K. Dico EK, esse quartam proportionalem. [e] Erit enim vt e 4. sexti.

prius,

*prius, ita* EH, *vel* C, *prima, ad* EL, *vel ad* D, *secundam, vt* EF, *vel tertia* A, *ad* EK.

*PRÆTEREA tribus rectis* B, A, D, *quarum prima minor sit, quàm secunda, maior autem quàm tertia, inuenienda quarta proportionalis. Circa* EH, *primæ* B, *æqualem describatur circulus* ELH, *in quo applicetur* EL, *tertiæ* D, *æqualis. Sumptaque in* EH, *producta, recta* EF, *secundæ* A, *æquali, describatur circa eam circulus* EKF, *secans* EL, *productam in* K. *Dico* EK, *esse quartam proportionalem.*
[a] 4. sexti. [a] *Erit enim vt prius, ita* EH, *ad* EL, *vt* EF, *ad* EK. *Igitur permutando, vt* EH, *hoc est, vt* B, *prima, ad* EF, *vel ad* A, *secundam, ita* EL, *vel* D, *tertia, ad* EK.

*DENIQVE tribus rectis* D, C, B, *quarum prima sit minor, quàm secunda & tertia, inuenienda quarta proportionalis. Circa* EH, *secundæ* C, *æqualem describatur circulus* ELH, *in quo applicetur* EL, *primæ* D, *æqualis, ex qua producta abscindatur* EK, *tertiæ* B, *æqualis, anguloque* KEH, *æqualis*
[b] 6. primi. *fiat* EKG, [b] *ita vt rectæ* GE, GK, *æquales sint. Descripto autem ex* G, *per* E, K, *circulo secante* EH, *productam in* F; *dico* EF, *esse quartam proportionalem.*
[c] 4. primi. [c] *Erit enim vt prius, ita* EL, *vel prima* D, *ad* EH, *vel ad secundam* C, *vt* EK, *vel tertia* B, *ad* EF.

## LEMMA XIII.

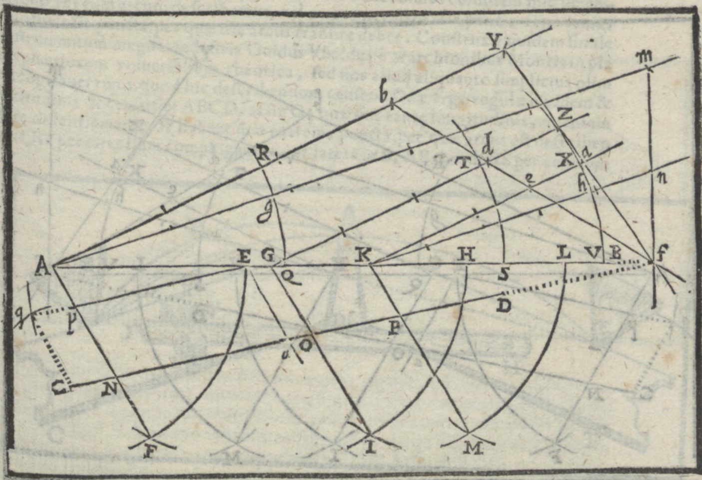
### DATIS duabus rectis ad inuicem inclinatis, inuenire punctum, in quo conueniant, etiamsi neutra producatur.

MAGNVS est vsus huius lemmatis in Astrolabio, cum non raro duæ lineæ longius producendæ sint, vt punctum, in quo coeunt, habeatur, quod quidem propter obliquam earum intersectionem vix sine errore discerni potest. Quare hoc vtemur artificio. Sint duæ rectæ AB, CD, quæ productæ coeant vere in f, puncto, quod tamen nos inuestigabimus, etiamsi rectæ AB, CD, non producantur. Si datæ rectæ sint nimis breues, vt si datæ essent AG, CN, producantur per lemma 11. quantumlibet vsque ad B, D, & inter eas ducantur duæ, vel tres, vel etiam plures parallelæ AF, GI, KM. quo enim fuerint plures, eo certius punctum f, reperietur. Hæ parallelæ nullo negocio ducentur, si ex diuersis centris A, G, K, in recta AB, assumptis eodem interuallo quolibet arcus describantur, EF, HI, LM. Ex his enim si æquales arcus abscindantur in punctis F, I, M. (Nos eodem interuallo, quo descripti sunt, eos abscidimus, ac si constitui deberent
[d] 28. primi. æquilatera triangula AEF, GHI, KLM, quod tamẽ necessarium nõ est) [d] erũt du-
[e] 27. tertij. ctæ AF, GI, KM, ex cẽtris parallelæ, [e] quod anguli ad A, G, K, æquales sint, ob æquales arcus EF, HI, LM; secabũtq; rectã CD, in N, O, P. Rursus per A, G, K, parallelæ ducantur acutos angulos cum AB, efficientes, quæ facile etiam ducentur hoc modo. Descriptis ex A, G, K, arcubus QR, ST, VX, eodem interuallo quantocunque, (quo autem fuerit maius, eo melius) resecentur arcus non valde ma-
[f] 28. primi. gni æquales in punctis R, T, X. [f] Ductæ enim rectæ AR, GT, KX, parallelæ
[g] 27. tertij. erunt, [g] quòd anguli æqualibus arcubus QR, ST, VX, insistentes in centris A, G, K, sint æquales. In his autem parallelis AR, GT, KX, accipiantur partes re-

ctis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

ctis AN, GO, KP, æquales numero quotlibet vſque ad Y, Z, a. Recta etenim per hæc puncta ducta ſecabit vtramque AB, CD, productam in ſectionis puncto f: atque ita ſi alterutra earum, vel vtraque producatur, habebitur punctum f, ſatis exquiſite, etiamſi oblique ſeſe interſecent. *E*t ſi per alia puncta b, d, e, terminantia alias partes numero æquales ducatur recta, tranſibit ea per idem punctum f, atque ita magis exquiſite inuentum erit punctum interſectionis f; Immo hac ratione punctum f, habebitur, in quo conuenire debent datæ rectæ AB, CD, etiamſi productæ non ſint. Eadem ratione ſi vltra Y, *Z*, a, ſumantur aliæ partes ipſis AN, GO, K*P*, æquales, (Curandum autem eſt, vt tot numero æquales accipiantur, quot ſatis eſſe videbuntur, vt per extremitates ducta linea, non admodum oblique ſecet vtramque AB, CD, vel alteram earum) dabit recta per earum extrema puncta ducta idem punctum f. *I*n figura ductæ ſunt aliȩ duȩ rectȩ Am, *K*n, inter ſe parallelæ propinquiores ipſi AB, per arcus æquales abſciſſos Qg, Vh, & in vtraque ſumptæ ſunt AN, *K*P, quinquies vſque ad m, n. *I*ta enim recta mn, in idem punctum f, incidet.




QVAMLIBET autem rectarum be, Ya, mn, cadere in punctum f, vbi vere rectæ AB, CD, ſeſe interſecant, ita demonſtrabimus. Quoniam [a] eſt vt Af, ad AN, ita *G*f, ad GO; erit permutando vt Af ad Gf, ita AN, ad GO. [b] Vt autem AN, ad GO, ita quoque eſt *A*Y, ad Gz, quòd hæ ſint illarum æque multiplices. *I*gitur erit etiam, vt Af, ad Gf, ita AY, ad Gz; ac proinde ex ſcholio propoſ. 4, lib. 6. Eucl. recta Yf, per *Z*, tranſibit; ideoque Y*Z*, producta in f, incidet. Eademque ratio eſt de alijs.

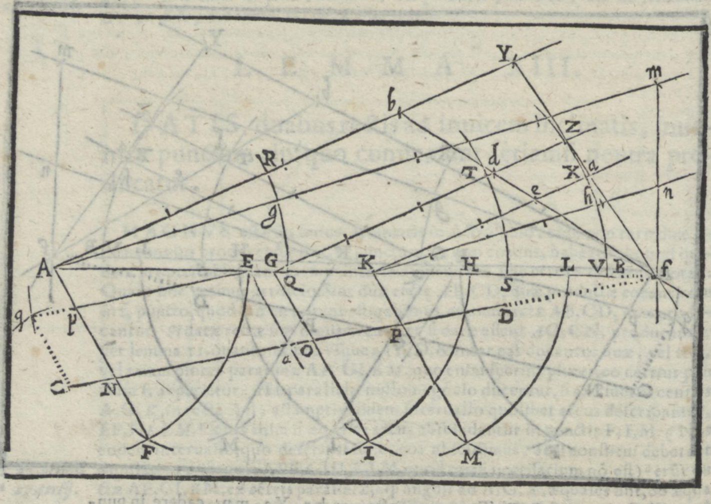
a *4. ſexti.*
b *15. quinti.*

QVOD si quando contingat, rectas datas esse tam parum inter se distantes, vt parallelæ inter ipsas sint nimis paruę, ac propterea incommode id, quod proponitur, effici possit, cuiusmodi sunt duæ AG, pE, ducenda erit vtcunque recta Ap, eaque producta aliquoties sumēda, vt V. g. ter vsq; ad N, ac per N, ipsi pE, parallela ducenda NO, inueniendumq́ue punctum f, in quo conueniunt AG, NO, productę. Nam si, qualis pars est Ap, ipsius AN, talem partem ex Af, abscindas AE, conuenient AG, pE, in E; [a] propterea quòd parallela pE, proportionaliter secare debet latera AN, Af, &c.

[a] *4. sexti.*

ALITER. Ducta recta AN, vtcunque ab extremo A, quæ ipsam CD, non valde oblique secet, ducatur ex quouis puncto *E*, rectæ *A* B, ipsi CD, parallela secans AN, in p: quæ facile hoc modo ducetur. Ducatur *E* α, vtcunque secans CD, in α, & interuallo *E* α, ex C, arcus describatur, quem in q, secet alius arcus ex *E*, ad interuallum α C, descriptus. Nam recta *E* q, secans AN, in p, parallela erit ipsi CD; quòd quadrilaterum E α C q, sit ex scholio propos. 34. lib. 1. Euclid. parallelogrammum, ob latera opposita æqualia. [b] Quia igitur est, vt pA, ad AE, ita N *A*, ad A f; si tribus pA,

[b] *4. sexti.*




A *E*, N A, inueniatur, per lemma præcedens, quarta proportionalis, eiq́ue ęqualis ex AB, abscindatur, initio facto à puncto A, incidemus in punctum f. Vel sic. [c] Quoniam est vt Ap, ad pN, ita A*E*, ad *E*f, si tribus Ap, pN, *AE*, quarta inueniatur proportionalis *E*f, dabit ea idem punctum f, translata in rectam AB, initio facto à puncto *E*.

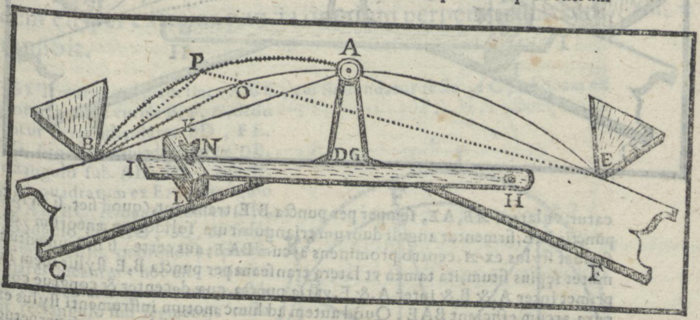
[c] *2. sexti.*

LEMMA

# LEMMA XIIII.

**INSTRVMENTVM construere, quo per data tria puncta, etiamsi secundum lineam ferme rectam constituta sint, arcus circuli possit describi, siue auxilio circini.**

IN Astrolabij constructione accidit nonnunquam, vt per tria puncta iu rectam ferme lineam constituta arcus circuli describendus sit, quod circino vix, aut ægre fieri potest, propterea quod centrum eius circuli nimis procul à datis punctis abest, (quando enim centrum commode haberi potest, docuimus in scholio propos. 25. lib. 3. & in scholio propos. 5. lib. 4. Eucl. qua id ratione inueniendum sit) idcirco hoc loco structuram docebimus cuiusdam instrumenti, quo vel eum arcum describamus, vel certe inter data tria puncta reperiamus quotuis alia puncta, per quæ ille arcus transire debet. Construxit quidem simile instrumentum magna industria Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis in planisphæriorum vniuersalium theorica, sed nos aliud aliquanto simplicius olim excogitaueramus, quod hic describendum censeo: Duæ ergo regulæ eiusdem & latitudinis & crassitiei ABCD, AEFG, quæ sint tantę longitudinis, quantam fere distantiam inter se habent duo extrema puncta, per quæ arcus est describendus, ita per circellum compingantur, vt latera AB, AE, producta per centrum



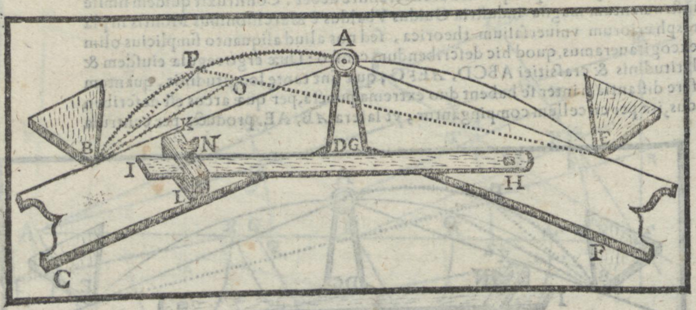

transeant, ipsæque regulæ circa idem centrum, tanquam cardinem, moueri queant, vt videlicet modo magis, modo minus dilatari posśint, aut constringi, prout angulus BAE, debet esse magis aut minus obtusus: cuius rei causa resecandæ sunt particulæ quædam prope centrum A, vt nimirum anguli fiant acuti DAB, GAE. Si enim anguli prope A, essent recti, conficerent latera AB, AE, vnam lineam rectam & regulæ ipsæ constringi non possent, vt continerent angulum obtusum BAE. Non est autem necesse, vt constringi posśint ad angulum acutum efficiendum: quia quando rectæ proxima bina puncta connecten-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

tes constituunt acutum angulum, facilius per scholium propos.25.lib.3.vel per scholium propos.5.lib.4. Euclid. quàm beneficio huius instrumenti, arcus circuli per ea puncta describitur. In centro autem A, promineat deorsum versus stylus quidam perexiguus & acutus ad arcus delineandos. Deinde in aliquo puncto H, regulæ AEFG, affigatur regula quædam exigua HI, ita vt circa H, circumuerti posit. Postremo in puncto alterius regulæ AC, quod constitutis lateribus AB, AE, in lineam rectam, tantum absit a puncto H, quanta est longitudo regulæ HI, affigatur rectangulum quodpiam solidum paruum æneum KL, vt circa dictum illud punctum posit etiam circumuolui, & regula HI, intra ipsum rectangulum immitti queat, & cochleola aliqua N, ita astringi, vt regulæ duæ AC, AF, immobiles persistant, hoc est, angulum BAE, non mutent.

DESCRIPTVRVS igitur hoc instrumento arcum per data tria puncta B, A, E, immittat regulam HI, in rectangulum KL, & stylum ex centro A, prominentem in puncto intermedio A, statuat, lateraque regularum AB, AE, ita dilatet, constringatur, vt omnino per reliqua duo puncta B, E, transeant: quibus ita constitutis, cochleola N, cóstringat regulam HI, vt regulæ AC, AF, angulum BAE, mutare nequeant. Nam si instrumentum sic paratum circumdu-




catur, vt latera AB, AE, semper per puncta B, E, transeant, (quod fiet, si in ipsis punctis B, E, firmentur anguli duorum triangulorum solidorum æneorum) describet stylus ex A, centro prominens arcum BAE; aut certe, si instrumentum mutet sepius situm, ita tamen vt latera transeant per puncta B, E, stylus idem imprimet inter A, & B, & inter A, & E, varia puncta, quæ decenter & congrue connexa arcum efficient BAE. Quòd autem ad hunc motum instrumenti stylus ex A prominens describat arcum circuli, ex eo liquet, quòd in eo arcu perpetuo idem angulus BAE, existat: quod quidem proprium est segmenti cuiusuis circuli, a vt Euclides demonstrauit. Nam si, verbi gratia, instrumento eum habente situm, vt stylus in O, ponatur, & latera sint OB, OE, dicat quis, arcum circuli per tria puncta B, A, E, descriptum (posse enim per quæuis tria puncta arcum describi, b demonstratum est ab Euclide, dummodo ea in recta linea non iaceant, sed rectæ ea coniungentes triangulum constituant) non transire per punctum O, secabit is necessario rectam EO, vel vltra O, productam, vel citra O. c secet eam vltra O, in P, iungaturque recta BP. Erit ergo angulus BPE, angulo BAE,

a 21. tertij.

b 5. quarti.

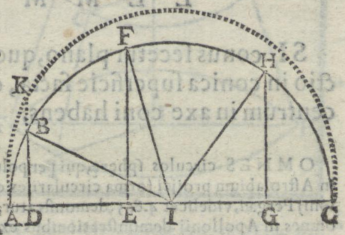
c 21. tertij.

BAE, æqualis, cum ambo ſint in eodem circuli ſegmento cer puncta B, P, *A*, E, deſcripto, Cum ergo & angulus BOE, eidem angulo BAE, æqualis ſit, immo idem omnino, cum ſolum ſitum mutarit; erunt æquales inter ſe anguli BOE, BPE, externus & internus, quod eſt abſurdum; a cum externus ſit interno maior. Non ergo arcus ſecat EO, productam: eademque ratione eam neque citra O, ſecabit. Quocirca arcus per tria puncta B, A, E, deſcriptus per O, tranſibit; atque eadem de cauſa per omnia alia puncta, quæ per inſtrumentum inueniuntur, tranſibit. a *16. primi.*

## LEMMA XV.

CVRVA linea, cui ſubtenſa ſit recta linea, & quadrata omnium perpendicularium ex punctis lineæ curuæ ad ſubtenſam rectam demiſſarum æqualia ſint rectangulis contentis ſub ſegmentis eiuſdem ſubtenſæ factis à perpendicularibus, hoc eſt, omnes perpendiculares ſint mediæ proportionales inter ſegmenta ſubtenſæ ab ipſis factæ, ſemicirculus eſt, eiuſque diameter recta illa ſubtenſa, hoc eſt, ſemicirculus circa illam rectam ſubtenſam deſcriptus curuæ datæ lineæ congruet, ſiue (quod idem eſt) per extrema puncta omnium perpendicularium tranſibit.

SIT curua quæpiam linea ABC, cui ſubtendatur recta *A*C, ad quam ex quotuis punctis curuæ B, *F*, *H*, deducantur perpendiculares BD, FE, HG, ſitque tam quadratum ex *D*B, rectangulo ſub AD, DC, æquale, quàm quadratum ex EF, rectangulo ſub AE, EC, & quadratum ex GH, rectangulo ſub AG, GC, & ſic de omnibus alijs, quotquot perpendiculares ducantur: hoc eſt, cuiuſuis perpendicularis quadratum æquale ſit rectangulo ſub ſegmentis rectæ AC, ab ea perpendiculari factis, ſiue (quod idem eſt) omnes perpendiculares ſint mediæ proportionales inter ſegmenta rectę AC, ab ipſis facta: quia hac ratione erunt earum quadrata rectangulis ſub ſegmentis æqualia. a *17. ſexti.* Dico ABC, eſſe ſemicirculum, eiuſque diametrum AC, hoc eſt, ſemicirculum circa diametrum AC, ex eius puncto medio *I*, deſcriptum, tranſire per



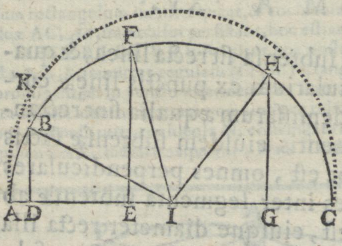

omnia

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

omnia puncta extrema perpendicularium, ita vt a curua linea ABC, non differat. Ductis enim rectis IB, IF, IH, ex I, puncto medio ad extrema puncta omnium perpendicularium; [a] quoniam rectangulum sub AD, DC, vna cum quadrato ex DI, æquale est quadrato ex AI; & ponitur ei rectangulo æquale quadratum ex DB; erunt quoque duo quadrata ex DI, DB, æqualia quadrato ex AI. [b] Est autem eisdem quadratis æquale quadratum ex IB. Igitur quadrata ex IA, IB, æqualia, ideoque & rectæ IA, IB, æquales erunt. Eadem ratione demonstrabuntur & IF, IH, & aliæ rectæ omnes ex medio puncto I, ad extremitates perpendicularium omnium ductæ eidem AI, ac proinde & inter se, æquales. Quare cum omnes rectæ ex I, in curuam lineam ABC, cadentes æquales sint, semicirculus erit ABC, eiusque diameter AC, ex definitione circuli; hoc est, semicirculus diametri AC, per omnia puncta extrema perpendicularium transibit, & à curua linea data non differet.

[a] 5. secundi.

[b] 47. primi.




ALITER. Si semicirculus circa AC, ex eius medio puncto I, descriptus dicatur non transire, verbi gratia, per punctum B, secabit is perpendicularem DB, vel infra B, vel supra, vt in K; eritque propterea ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. DK, media proportionalis inter AD, DC, [c] ideoque quadratum ex DK, rectangulo sub AD, DC, æquale erit: Ponitur autem eidem rectangulo æquale quadratum ex DB. Quadrata igitur ex DK, DB, æqualia, ideoque & rectæ ipsæ DK, DB, æquales erunt, totum & pars. quod est absurdum. Transit ergo semicirculus diametri AC, per punctum B, eademque ratione per puncta F, H, & alia aliarum perpendicularium transibit.

[c] 17. sexti.

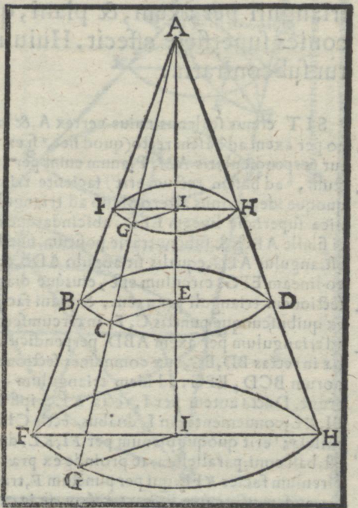
## LEMMA XVI.

**SI conus secetur plano, quod basi coni æquidistet, sectio in conica superficie facta, circumferentia circuli est, centrum in axe coni habens.**

OMNES circulos sphęrę, qui per polum mundi australem non ducuntur, in Astrolabium proijci forma circulari, ex duabus propositionibus lib. 1. Apollonij Pergæi, videlicet 4. & 5, demonstratur, vt suo loco dicemus. Quia vero non omnes in Apollonij demonstrationibus exercitati sunt, libet vtramque illam propositionem hic inserere, præsertim quòd earum demonstrationes clarissimæ sunt, ne cogatur studiosus lector Apollonium ipsum, qui obscurissimus auctor est, propter duas tantummodo propositiones, easque faciles, adire. Nam propositio 1. & 3. eiusdem primi libri, quæ ad illas duas assumuntur demonstrandas,

ex ipſa coni deſcriptione, quam ad defin. 20. lib. 11. Euclid. ex Apollonio attu-
limus, nullo negotio colliguntur. Nimirum *(Rectas lineas, quæ à vertice coni ad
puncta, quæ in ſuperficie conica ſunt, ducuntur, in ipſa ſuperficie coni exiſtere,)* Item
*(Si conus plano per verticem ſecetur, ſectionem triangulum eſſe.)* Quia enim linea
recta à vertice ad circumferentiam baſis coni ducta, ſi circumferentiam eiuſ-
dem baſis percurrat, vertice coni manente immoto, deſcribit ex defin. ſuperficiẽ
conicam, ita vt omnia eius puncta tangat, perſpicuum eſt, omnes rectas à vertice
ad quælibet puncta in ſuperficie ductas eſſe in ipſa ſuperficie, cum partes aliquan
do fiant eius rectæ, quæ circa circumferentiam baſis circumducitur in conicæ
ſuperficiei deſcriptione. Atque hinc alterum ſequitur. Nam cum planum per [a] *3. vndecim*
coni verticem ductum [a] ſecet baſem coni per lineam rectam, ſi ab extremitati-
bus huius rectæ ad verticem ducantur duæ rectæ, exiſtent hę in ſuperficie coni-
ca, vt diximus, eruntque propterea communes ſectiones plani per verticem du-
cti, & conicæ ſuperficiei. Quare triangulum cum illa recta in baſi conſtituent,
quod nimirum à plano ſecante efficitur. Quòd ſi planum ſecans per axem coni
ducatur, appellatur triangulum illud factum, triangulum per axem. His poſitis,
facile lemma propoſitum demonſtrabitur.

SIT conus ſiue rectus ſiue ſca
lenus, cuius vertex A, & baſis cir-
culus BCD, & axis AE, cadens in
E, centrum baſis. Secetur conus
plano, quod baſi ęquidiſtet, facien
te in conica ſuperficie lineam
FGH, ſiue hoc fiat ſupra baſim, ſi-
ue infra, cono videlicet producto.
Dico lineam FGH, eſſe circumfe-
rentiam circuli, cuius centrum
punctum *I*, in axe, vbi à plano ſe-
cante diuiditur. Ducto enim per
axem AE, plano faciente triangu
lum per axem ABD, ſecanteque
planum ſecans per rectam *FH*, ſu
matur in linea facta *FGH*, quod-
libet punctum G, per quod ex ver
tice A, recta ducatur *A*G, quæ
cum ſit in ſuperficie coni, occur-
ret baſi in C. Ducatur rurſus per
rectas AI, AC, planum [b] faciens [b] *3. vndecim*
in baſi BCD, & linea FGH, com-
munes ſectiones rectas EC, IG.
Quoniam igitur plana parallela
BCD, *F*GH, ſecantur tam plano
trianguli ABD, quàm plano trian
guli *A*EC; [c] erunt tam commu-




nes ſectiones factæ BD, *FH*, quàm EC, *IG*, parallelę. [d] Igitur erit, vt AE, ad *E*B, [c] *16. vndec.*
ita AI, ad IF; & permutando, vt *A*E, ad A*I*, ita EB, ad *IF*. Eademque ratione [d] *4. ſexti.*
erit, vt AE, ad AI, ita E*D*, ad IH, & *EC*, ad IG. [e] ac proinde erunt tres I*F*, I*H*, [e] *11. quinti.*
IG, tribus EB, ED, EC, proportionales, hoc eſt, erit vt EB, ad *IF*, ita E*D*, ad IH,
& EC, ad I*G*; & permutando vt EB, ad *E*D, ita I*F*, ad IH, & vt ED, ad EC, ita
IH, ad

IH, ad IG. Cum ergo tres EB, ED, EC, è centro E, ſint æquales; erunt quoque tres IF, IG, IH, æquales; atque eadem ratione omnes rectæ ex I, ad lineam FGH, ductæ demonſtrabuntur æquales ipſis IF, IH. Circulus igitur eſt figura FGH, cuius centrum I, in axe coni AE.

## LEMMA XVII.

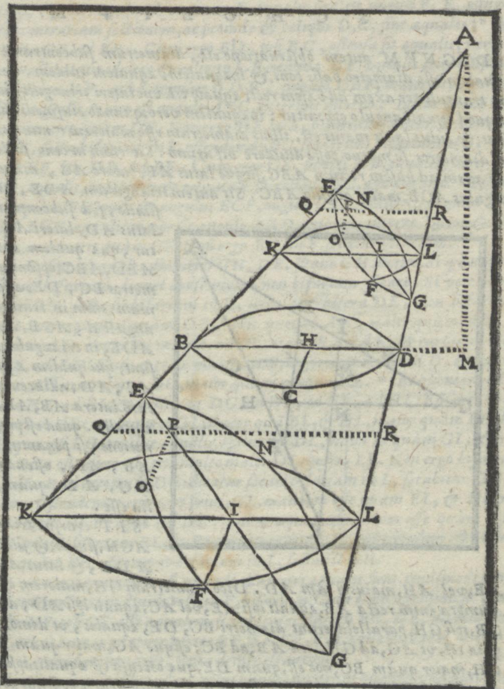
SI conus ſcalenus ſecetur plano per axem, quòd ad baſem rectum ſit, ſeceturque altero plano ad triangulum per axem à priore plano factum recto, quòd triangulum ex triangulo per axem abſcindat ſimile quidem ipſi triangulo per axem, ſubcontrarie vero poſitum: ſectio circulus eſt, cuius diameter eſt communis ſectio trianguli per axem, & plani, quod ipſam ſectionem in conica ſuperficie effecit. Huiuſmodi autem ſectio vocetur ſubcontraria.

SIT conus ſcalenus, cuius vertex A, & baſis circulus BCD, ſeceturque pla-
a 11. vndec. no per axem ad baſem recto (quod fiet,[a] ſi ex vertice A, ad planum baſis demitta-
tur perpendicularis AM. Planum enim per axem, & perpendicularem AM, du-
b 18. vndec. ctum,[b] ad baſem rectum erit) faciente triangulum per axem ABD. Secetur
quoque idem conus altero plano ad triangulum per axem recto, faciente in co-
nica ſuperficie lineam EFG, abſcindatque ex triangulo per axem triangulum
ei ſimile AEG, & ſubcontrarie poſitum, ſiue hoc fiat ſupra baſem, ſiue infra, hoc
eſt, angulus AEG, ęqualis ſit angulo ADB, & angulus AGE, angulo ABD. Di-
co lineam EFG, circulum eſſe, eiuſque diametrum EG, communem videlicet
c 11. vndec. ſectionem trianguli per axem, & plani facientis ſectionem EFG.[c] Si namque
ex quibuſcunque punctis C, F, in circumferentia BCD, & linea EFG, ſumptis
d 38. vndec. ad triangulum per axem ABD, perpendiculares CH, FI, demittãtur,[d] cadent
hæ in rectas BD, EG, quæ communes ſectiones ſunt trianguli per axem, & pla-
e 6. vndec. norum BCD, EFG, ad idem triangulum rectorum,[e] atque inter ſe parallelæ
erunt. Ducta autem per I, recta KL, ipſi BD, parallela; quoniam duæ rectę
FI, KL, conuenientes in I, duabus rectis CH, BD, in H, conuenientibus ſunt pa-
f 15. vndec. rallelæ;[f] erit quoque planum per FI, KL, ductum plano per CH, BD, ducto, id
eſt, baſi coni, parallelum; ac proinde ex præcedente lemmate, in ſuperficie coni
circulum faciet KFL, qui per punctum F, tranſibit, cum tranſire ponatur per re-
ctam FI, punctumque F, in coni ſuperficie exiſtat, eiuſque circuli diameter erit
recta KL. Et quoniam FI, ad planum AKL, recta poſita eſt; erit eadem ex defi-
nitione 3. lib. 11. Euclid. ad rectam KL, perpendicularis, ideoque media propor-
g 17. ſexti. tionalis inter ſegmenta KI, IL, ex ſcholio propoſitionis 13. lib. 6. Euclid.[g] ac
h 29. primi proinde quadratum ex FI, rectangulo ſub KI, IL, ęquale erit.[h] Quoniam vero
angulus EKI, angulo ABD, ęqualis eſt, eidemque angulo ABD, æqualis ponitur
i 15. primi. angulus LGI; erunt inter ſe æquales anguli EKI, LGI:[i] Sed & anguli ad verti-
cem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

cem I, æquales sunt. Aequiangula ergo sunt triangula EKI, LGI; a atque idcirco erit, vt KI, prima ad IE, secundam, ita GI, tertia ad IL, quartam; b atque ob id rectangulum sub KI, IL, prima & quarta, rectangulo sub IE, GI, secunda ac tertia, æquale erit. Ostensum est autem rectangulo sub KI, IL, quadratum ex FI, æquale. Igitur & rectangulo sub IE, GI, idem quadratum ex FI, æquale erit. Similiter demonstrabimus, quadrata omnium perpendicularium à punctis lineæ EFG, in EG, cadentium æqualia esse rectangulis sub segmentis rectæ EG, à perpendicularib⁹ factis. Igitur per lema 15. semicirculus erit EFG, cuius diameter EG: Eademque ratione semicirculus demonstrabitur alia pars sectionis ENG. Tota ergo sectio EFGN, circulus est, cuius diameter EG. quod est propositum.

a 4. sexti.
b 16. sexti.




PERSPICVVM autẽ est, sectionem EFGN, circulum esse, etiã si eius diameter basis diametrũ secet. Vt si coni basis statuatur circul⁹ KFL. & sectio sit EFG. Eadem enim omnino erit demonstratio, nisi quòd quãdo punctum in linea EFG, sumptum est in communi sectione circumferentiæ KFL, & lineæ EFG, quale est F, non est ducendum aliud planum basi æquidistans, vt fiat circulus. Et tunc, quia vtrumque planum KFL, EFG, ad triangulum AKL, rectum est, c si ex F, vbi basis circumferentia lineam EFG, secat, ad ipsum perpendicularis deducatur, d cadet hæc in vtramque sectionem communem KL, EG; atque

c 11. vndec.
d 38. vndec.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

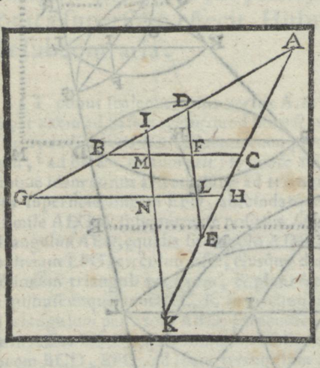
EG; atque adeo in punctum I, vbi communes eæ sectiones se mutuo secant. Eritque, vt prius, quadratum ex FI, rectangulo sub EI, IG, æquale, &c.

QVOD si in linea facta EFG, accipiatur punctum quodlibet O, præter commune punctum sectionis F, demittenda erit perpendicularis OP, ac per P, ducenda QR, parallela ipsi KL, basi trianguli per axem, & denique per OP,
a 15. vndec. QR, quæ ipsis FI, KL, æquidistant, ducendum planum, [a] quod parallelum erit basi coni KFL, ideoque circulum faciet, vt prius, &c.

## *SCHOLIVM.*

Quando diameter subcontrariæ sectionis diametro basis coni æqualis sit, & quãdo inæqualis.

*DIGNVM autem obseruatione est, diametrum subcontrariæ sectionis posse æqualem esse diametro basis coni, & inæqualem; æqualem quidem, quando vnum latus tranguli per axem ad basem recti æquale est vni lateri trianguli subcontrarie positi, quod æquali angulo opponitur: inæqualem vero, quando eiusmodi latera inæqualia sunt, & cuius latus maius est, illius diametrum esse maiorem: nunquam tamen hasce diametros se mutuo posse diuidere bifariam. Sit enim in cono scaleno triangulum per axem ad basem rectum ABC, sitque latus AB, latere AC, maius, [b] ideoque &*
b 18 primi. *angulus ACB, maior angulo ABC. Sit autem triangulum ADE, triangulo ABC, simile, sed subcontrarie positum, & latus AD, lateri AC, æquale ponatur, quæ quidem æqualibus angulis AED, ABC, opponuntur. Dico diametros BC, DE, esse æquales. Quoniam enim in triangulo ACB, duo anguli A, ACB, duobus angulis A, ADE, in triangulo ADE, æquales sunt, qui quidem æqualibus lateribus AC, AD, adiacent;*
c 26. primi. *[c] erunt quoque tam latera AB, AE, quàm BC, DE æqualia. quod est propositum. Eadem ratione, si ponantur æqualia latera AB, AE, ostendemus tam latera AC, AD, quàm BC, DE, æqualia esse.*




*SIT rursus triangulo per axem AGH, simile, & subcontrarie positum ADE, & latus AG, maius latere AE, vel AH, maius quàm AD. Dico diametrum GH, maiorem esse diametro DE. Sumpta enim recta AB, æquali ipsi AE, vel AC, æquali ipsi AD, ductaque BC, vel*
d 4. sexti. *CB, ipsi GH, parallela; erunt diametri BC, DE, æquales, vt demonstratum est. [d] Et*
e 14. quinti. *quia est, vt AG, ad GH, ita AB, ad BC; estque AG, maior quàm AB; [e] erit quoque GH, maior quàm BC, hoc est, quàm DE, quæ ostensa est æqualis ipsi BC. Eodem pacto, si triangulo per axem ABC, simile sit, & subcontrarie positum AIK, & latus AI, maius latere AC, vel AK, maius quàm AB; ostendemus diametrum IK, maiorem esse diametro BC. Nam sumpta recta AD, æquali ipsi AC, vel AE, æquali ipsi AB, ductaque DE, vel ED, ipsi IK, parallela; erunt diametri BC, DE, æqua-*
f 4. sexti. *les, vt ostensum est. [f] Et quia est, vt AI, ad IK, ita AD, ad DE; estque AI, ma-*
g 14. quinti. *ior quàm AD; [g] erit quoque IK, maior quàm DE, hoc est, quàm BC, quam ipsi DE, ostendimus æqualem.*

*DICO*

*D I C O præterea, diametros* BC, *DE, ſiue æquales ſint, ſiue inæquales, nunquam* Diametrum ſubcontrariæ ſectionis, & diametrũ baſis coni nunquam ſe mutuo biſariam ſecare.
*ſe mutuo ſecare biſariam, ſed vel vtramque ſecari non biſariam, vel ſi altera earum*
*biſariam ſecetur, alteram non biſariam ſecari.* Secent enim ſeſe in F, *& ſint primum*
*æquales diametri* BC, *DE. Et quoniam tam AB, AE, quàm* AD, *AC, æquales ſunt,*
*alioquin non eſſent æquales BC, DE, vt demonſtrauimus; erunt quoque reliquæ BD,*
*CE, æquales. Quòd ſi neutra ipſarum BC, DE, biſariam ſecetur, perſpicuum eſt, eas*
*ſe mutuo biſariam non ſecare:* Si *vero altera earum, nimirum BC, dicatur ſecari bi-*
*ſariam, ſecabitur altera DE, non biſariam. Quoniam enim triangula BDF, ECF,*
*æquiangula ſunt,* [a] *quòd anguli ad verticem F, æquales ſint, & anguli B, E, æquales* a 15. primi.
*ponantur, ob ſubcontrariam ſectionem, ac proinde & reliqui D, C, ſint æquales;* [b] *Erit* b 4. ſexti.
*vt DB, ad BF, ita CE, ad EF. Cum ergo BD, ipſi EC, oſtenſa ſit æqualis;* [c] *erit &* c 14. quinti.
*BF, ipſi EF, æqualis; atque idcirco & reliqua* CF, *reliquæ DF, æqualis erit.* [d] *Eſt au-* d 19. primi.
*tem* BF, *maior quàm DF, quòd angulus* B D F, *angulo DBF, maior ſit,* [e] *quia &* e 16. primi.
*BCE, ipſi BDF, æqualis, maior eſt angulo ABC, externus interno. Igitur & EF, ipſi*
*BF, æqualis, maior erit, quàm DF. Non ergo DE, in F, biſariam ſecatur.* Eodem *mo-*
*do ſi dicatur DE, ſecta biſariam in F, oſtendemus BC, ſecari non biſariam in F.* [f] *Erit* f 4. ſexti.
*enim vt CE, ad EF, ita DB, ad BF.* Cum *ergo CE, ſit ipſi DB, æqualis;* [g] *erit quo-* g 14. quinti.
*que EF, ipſi BF, æqualis, ac proinde & reliqua FD, reliquæ FC, æqualis erit.* [h] *Eſt au-* h 19. primi.
*tem EF, maior quàm FC, quia & angulus ECF, angulo CEF, maior eſt,* [i] *quòd & an-* i 16. primi.
*gulus BDE, ipſi ECF, æqualis maior ſit angulo AED, externus interno. Igitur & BF,*
*ipſi EF, æqualis, maior erit quàm CF. Non ergo BC, in F, ſecatur biſariam.*

*D E I N D E ſint inæquales diametri GH, DE, ſitque GH, maior. Si igitur neu-*
*tra earum ſecetur biſariam, liquet eas ſe mutuo non biſariam ſecare. Si vero altera*
*earum, nimirum GH, ſecta ſit biſariam in L, ſecta erit altera DE, non biſariam.*
*Quia enim GH, maior ponitur quàm DE,* [k] *erit quoque AG, maior quàm AE, &* k 14. quinti,
*AH, maior quàm AD,* [l] *cum ſit, vt* GH, *ad AG, ita DE, ad AE; & rurſus vt GH,* l 4. ſexti.
*ad AH, ita* DE, *ad AD. Cum ergo ex maiore AG, auferatur minor AD, & ex mi-*
*nore AE, maior* AH *erit reliqua DG, maior quàm reliqua HE.* [m] *Et quoniam eſt vt* m 4. ſexti.
*DG, ad GL, ita HE, ad EL; & rurſus vt DG, ad DL, ita HE, ad HL: Eſt autẽ DG,*
*oſtenſa maior quàm HE;* [n] *erit quoq; GL, maior quã EL, & DL, maior quàm LH, hoc* n 14. quinti.
*eſt, quàm* GL, *quæ ipſi LH, ponitur æqualis. Igitur cũ DL, maior ſit quàm GL, et* GL,
*maior quàm LE, vt oſtenſum eſt, erit multo maior* DL, *quàm LE. Non ergo biſariam*
*ſecta eſt DE, in L. Pari ratione ſi DE, dicatur ſecari biſariam in L, ſecabitur* GH, *in*
*L, non biſariam. Oſtendemus enim, vt prius, GL, maiorem eſſe quam EL, & DL, ma-*
*iorem quàm LH, hoc eſt, EL, quæ ipſi DL, ponitur æqualis, maiorem eſſe quàm LH.*
*Igitur cum GL, maior ſit quam EL, & EL, maior quàm* LH, *vt oſtenſum eſt; multo*
*maior erit GL, quàm LH. Non ergo biſariam in L, ſecta eſt GH.*

*N E QV E vero prætereundum eſt, quando diametri æquales ſunt, cuiuſmodi ponun-* Quando diameter ſubcontrariæ ſectionis æqualis eſt diametro baſis coni, neutram diuidi biſariam.
*tur BC, DE, neutram earum diuidi poſſe in F, biſariam. Cum enim oſtenſum ſit, tunc*
*BF, ipſi EF, & DF, ipſi CF, eſſe æqualem, ſi vtrauis rectarum BC, DE, dicatur ſecta*
*biſariam in F, erunt omnes quatuor partes BF, EF, CF, FD, æquales. Vtraque ergo di-*
*uiſa eſt biſariam, quod fieri non poſſe, ſupra demonſtrauimus.*

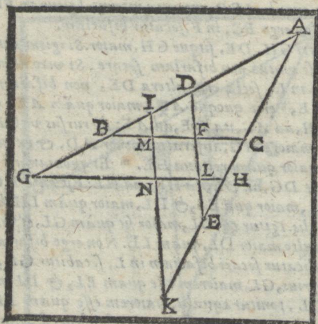
*S E D & hoc ſine magno labore demonſtrabimus, nimirum quando vna diametro-* Quando diameter ſectionis ſubcontrariæ inæqualis eſt diametro baſis coni, & altera earum ſecatur biſariam, alteram eſſe maiorem.
*rum diuiditur biſariam, eam eſſe minorem, alteram vero maiorem. Secta enim ſit IK,*
*biſariam in N. Dico GH, maiorem eſſe quàm IK. Si namque maior non eſt, erit vel*
*æqualis, vel minor. Sit primum, ſi fieri poteſt, æqualis. Ergo vt proxime demonſtraui-*
*mus, neutra diametrorum biſariam diuiditur. quod eſt contra hypotheſim, quippe*
*cũ IK, ſecta ponatur in N, biſariã. Sit deinde ſi fieri poteſt GH, minor quàm* IK. [o] *Et*
*quia eſt, vt GH, ad GA, ita IK, ad AK; Itẽ vt GH, ad AH, ita IK, ad AI; Et GH,* o 4. ſexti.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 14. quinti. ponitur minor quàm IK, a erit quoque AG, minor quàm AK, & AH, minor quam AI. Quare cum ex minore AG, auferatur maior AI, & ex maiore AK, minor AH;
b 4. sexti. erit reliqua GI, minor quàm reliqua HK. b Quoniam vero est, vt GI, ad IN, ita HK, ad HN: Item vt GI, ad GN, ita HK, ad KN; & GI, minor est ostensa, quam HK;
c 14. quinti. c erit quoque IN, minor quàm HN, & GN, minor quàm KN. Itaque quia GN, minor est quàm KN, hoc est, quàm IN, & IN, minor quàm HN; erit multo minor GN,
d 16. primi. quàm NH. [d] Et quia angulus GIN, maior est angulo AKI, hoc est, angulo IGN;
e 19. primi. e erit GN, maior quam IN. Ergo NH, quæ maior ostensa est quàm GN, multo maior erit quam NK, quæ ipsi IN, æqualis ponitur; atque idcirco tota GH, maior erit quã IK. Posita autem est ab aduersario GH, minor quàm IK. Minor ergo est & maior GH, quàm IK, quod est absurdum. Est igitur GH, maior quàm IK. Vbi vides, rectam GH, hoc ipso, quòd minor ponitur quàm IK, demonstrari maiorem esse quàm IK: quod argumentandi genus etiam adhibuit Euclid. propos. 12. lib. 9. & Theod. propos. 12. lib. 1

VEL postquam probatum est, reliquam GI, reliqua HK, minorem esse, ita pro-
f 4. sexti. cedemus. [f] Quoniam est vt GI, ad GN, ita HK, ad KN; est autem GI, ostensa minor quàm HK, erit quoque GN, minor quàm KN, hoc est, quàm IN, quæ ipsi KN, posita
g 18 primi. est æqualis. g Ergo angulus GIN, minor erit angulo IGN. [h] Sed externus angulus
h 16. primi. GIN, maior est interno opposito AKI, hoc est, angulo IGN. Idem ergo angulus GIN, & minor, & maior est eodem angulo IGN, quod est absurdum. Non ergo minor est GH, quàm IK: sed neque æqualis est ostensa. Igitur maior. quod est propositum.




EODEM pacto, si GH, dicatur bifariam secta esse in N, demonstrabimus IK, esse maiorem. Si enim maior non est, erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, IK, ipsi GH, æqualis. Ergo, vt paulo ante demonstrauimus, neutra diametrorum GH, IK, bifariam diuiditur. quod est absurdum. Ponitur enim GH, diuisa in N, bifariam. Sit deinde, si fieri potest, IK, minor quàm GH.
i 4. sexti. [i] Quia igitur est, vt IK, ad AK, ita GH, ad AG; Item vt IK, ad AI, ita GH, ad
k 14. quinti. AH: Ponitur autem IK, minor quam GH; [k] erit quoque AK, minor quàm AG, & AI, minor quàm AH. Quocirca cum ex minore AK, detrahatur maior AH, & ex
l 4. sexti. maiore AG, minor AI; erit reliqua HK, minor quàm reliqua GI. l Quoniam autem est, vt HK, ad HN, ita GI, ad IN, estque HK, minor ostensa quàm GI; erit quoque
m 18. primi. HN, hoc est, GN, minor quàm IN. [m] Igitur angulus GIN, minor erit angulo IGN,
n 16. primi. hoc est, angulo HKN, externus interno opposito. quod est absurdum. [n] Est enim externus interno opposito maior. Non ergo minor est IK, quam GH; sed neque æqualis est ostensa. ergo maior est. quod est propositum.

VEL sic. QuoniãHK, minor est ostensa quàm GI; o estque vt HK, ad KN, ita
o 4. sexti. IG, ad GN; p erit quoque KN, minor quàm GN. Igitur quia KN, minor est quam
p 14. quinti. GN, hoc est, quàm HN; & HN, minor est quàm IN, vt paulo ante ostendimus; erit

KN,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*KN, multo minor quàm IN.* [a] *Et quoniam angulus externus KHN, maior est interno opposito AGH, hoc est, angulo HKN;* [b] *erit KN, maior quàm HN. Cũ ergo IN, maior sit ostensa quàm NK; erit IN, multo maior quàm HN, hoc est, quàm GN. Tota igitur IK, maior est quã tota GH. Posita est autẽ IK, ab aduersario minor quã GH. Minor ergo est, & maior eadem IK, quàm GH. quod fieri non potest. Non est ergo IK, minor quàm GH: sed neque æqualis, vt ostendimus. Igitur maior. Vbi vides eundem modum argumentandi, quo vsus est Euclid. propos. 12. lib. 9. & Theod. lib. 1. propos. 12.*

a 16. primi.
b 19. primi.

*ITAQVE quando diametri sunt æquales, neutra bifariam diuiditur, quando vero inæquales sunt, diuidi potest bifariam minor, maior autem nunquam.*

*DENIQVE facili negotio demonstrabimus, quando minor diameter bifariam secatur, (quæ sola diuidi potest bifariam, vt ostensum est) maiorem partem maioris diametri semper vergere ad eam partem, vbi cum latere trianguli per axem minorem angulum facit. Secetur enim IK, bifariam in N, ac propterea GH, maior sit. Dico partem GN, maiorem esse parte NH.* [c] *Erit enim GH, ad AG, vt IK, ad AK. Cum ergo GH, maior sit quàm IK;* [d] *erit etiam AG, maior quàm AK. Eodem modo erit AH, maior quàm AI. Quocirca cum ex maiore AG, detrahatur minor AI, & ex minore AK, maior AH; erit reliqua GI, maior quàm reliqua HK.* [e] *Est autem GI, ad IN, ita KH, ad HN; item vt GI, ad GN, ita HK, ad KN. Cum ergo GI, maior sit quam HK,* [f] *erit quoque IN, maior quàm HN, & GN, maior quàm KN, hoc est, quàm IN. Quamobrem cum GN, maior sit quàm IN, & IN, maior quàm NH; erit multo maior GN, quàm NH.*

Quando diameter subcontrariæ sectionis inæqualis est diametro basis, coni, & minor diuiditur bifariam; maiorem partem maioris vergere ad minorem angulũ trianguli per axem, quem illa diameter cũ latere eiusdem trianguli facit.

c 4. sexti.
d 14. quinti.
e 4. sexti.
f 14. quinti.

*SIC etiam si dicatur GH, secta bifariam in N, erit, vt ostensum est, IK, maior, maiorque erit eius pars NK, quàm IN. quod eodem modo demonstrabitur.* [g] *Quia enim est, vt IK, ad AK, ita GH, ad AG: Item vt IK, ad AI, ita GH, ad AH. Cum ergo IK, maior sit quàm GH;* [h] *erit quoque AK, maior quàm AG, & AI, maior quã AH. Quia ergo ex maiore AK, demitur minor AH, & ex minore AG, maior AI, erit reliqua HK, maior quàm reliqua GI.* [i] *Quoniam vero est, vt HK, ad HN, ita GI, ad IN, & vt HK, ad KN, ita GI, ad GN: Est autem HK, maior quam GI;* [k] *erit quoque HN, maior quàm IN, & KN, maior quàm GN, hoc est, quàm NH. Itaq; cum KN, maior sit quàm NH, & NH, maior quam IN; erit multo maior KN, quàm IN. Verum ergo est, maiorem partem maioris diametri vergere semper ad angulum minorem, quem cum latere trianguli per axem facit, cuiusmodi sunt anguli G, K.*

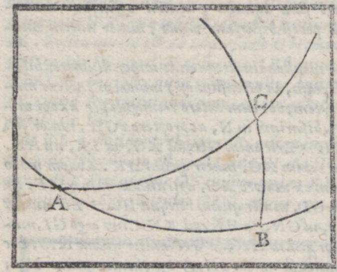
g 4. sexti.
h 14. quinti.
i 4. sexti.
k 14. quinti.

## LEMMA XVIII.

QVAM proportionem habet sinus totus ad sinum maximæ declinationis Eclipticæ ab Aequatore, eandem habet sinus rectus arcus Eclipticæ inter quodvis eius punctum, & proximũ punctum æquinoctiale interiectus ad sinum rectum declinationis eiusdem illius puncti Eclipticæ ab Aequatore.

SIT in superficie sphæræ segmentum Aequatoris AB, & aliud Eclipticæ AC, secans illud Aequatoris in A, vt angulus A, sit angulus maximæ declinationis

tionis Eclipticæ ab Aequatore, quem videlicet metitur arcus Coluri solstitiorum ex polo A, descripti interceptus inter primum punctum Cancri, vel Capricorni, & Aequatorem. Per quodcunque autem punctum Eclipticæ C, intelligatur descendere ex polo mundi siue Aequatoris, circulus maximus declinationis secans Aequatorem in B: eritque angulus B, rectus, ex propos. 15. lib. 1. Theod. ac propterea arcus CB, declinationem puncti C, ab Aequatore metietur. Dico ergo, vt est sinus totus ad sinum anguli A, maximæ declinationis Eclipticæ, ita esse sinum arcus Eclipticæ AC, inter assumptum punctum Eclipticæ C, & punctum æquinoctiale A, proximum interiecti, ad sinum arcus CB, qui arcus est declinationis puncti C, ab Aequatore. Quoniam enim ex propositione 41. nostrorum triangulorum sphæricorum est, vt sinus arcus AC, ad sinum anguli recti oppositi B, hoc est, ad sinum totum (recto enim angulo debetur quadrans, vt ad defin. 6. nostrorum triangulorum sphæricorum diximus, ac proinde eius sinus erit sinus toti quadranti respondens) ita sinus arcus CB, ad sinum anguli oppositi A; erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum arcus AC, ita sinus anguli A, ad sinum arcus CB: Et permutando, vt sinus totus ad sinum anguli A, maximæ declinationis, ita sinus arcus AC, Eclipticæ ad sinum arcus CB, declinationis puncti C. quod est propositum.




## LEMMA XIX.

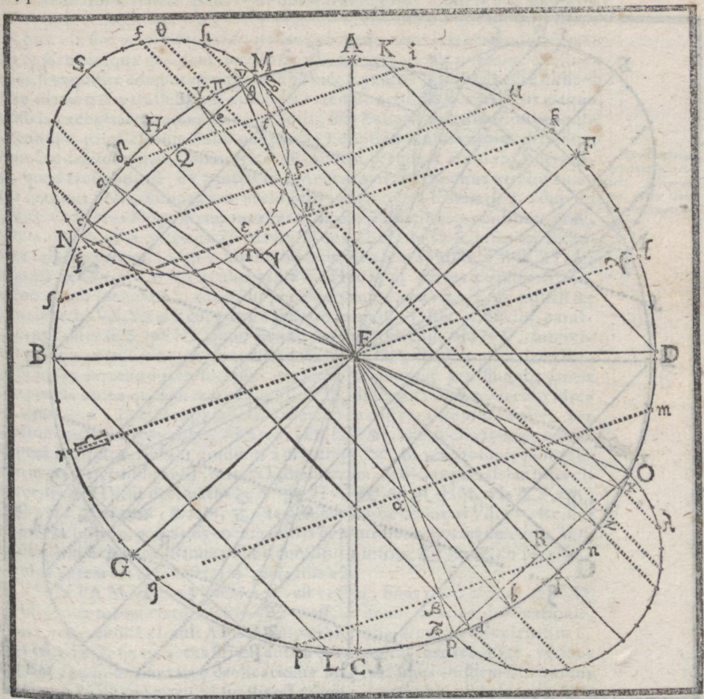
### ANALEMMA ad datam poli altitudinem quamcunque describere.

EST Analemma figura quædam circularis, quæ circa centrum mundi intelligitur descripta in plano Meridiani, vel cuiusuis alterius circuli maximi per mundi polos ducti, continens communes sectiones, quas plana aliorum circulorum sphæræ (præcipue vero Aequatoris, eiusque parallelorum, Eclipticæ, Horizontis, Verticalis, & paralleli cuiusque eorum, &c.) in Meridiano, vel alio illo circulo maximo faciunt. Huius autem constructionem, quam in Gnomonica propos. 1. lib 1. tradidimus, libenter hoc loco repetimus, ob insignem eius vtilitatem in circulis sphæræ in Astrolabio describendis: præsertim quòd descriptionem parallelorum Aequatoris per Eclipticæ puncta ductorũ longe facilius hic ex præcedenti lemmate demonstrabimus, ea videlicet ratione, quam in scholio propos. 1. lib. 1. Gnomonices insinuauimus.

SIT ergo in plano Meridiani circulus ABCD, circa centrum mundi E, descriptus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

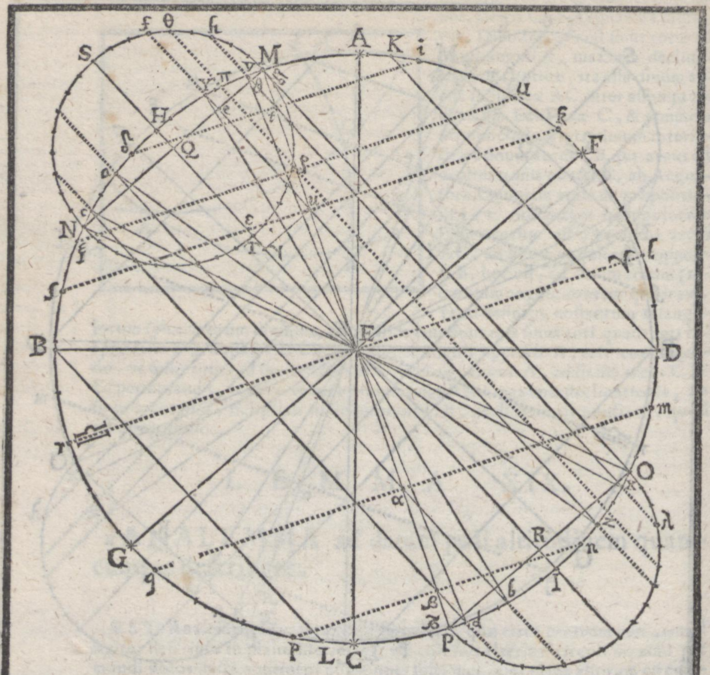
scriptus, cuius & Horizontis sectio communis sit recta BD. Supputata autem altitudine poli illius loci, pro quo Analemma construitur, à punctis D, & B, in diuersas partes vsque ad F, G, ducatur diameter FG, quæ axis mundi erit, cum angulus DEF, in centro sit angulus altitudinis poli, quem axis cum Horizonte constituit. Deinde ducatur diameter AC, ad Horizontem BD, perpendicularis, quæ communis sectio erit Meridiani, ac Verticalis primarij. Quia enim Me-




ridianus, Verticalisque ad Horizontem recti sunt; [a] erit eorum communis sectio ad eundem perpendicularis, ac propterea ex definitione 3. lib. 11. *Euclid.* perpendicularis quoque erit ad lineam Horizontalem BD. in centro *E*, per quod omnes hi circuli maximi ducuntur. Igitur AC, ad *BD*, perpendicularis communis sectio est Meridiani ac Verticalis, & A, vertex capitis, siue polus Horizontis superus, atque C, polus eiusdem inferus. Rursus ducatur ad axem F*G*, diameter perpendicularis HI; quod fiet, si arcubus *DF*, BG, æquales sumantur AH, CI:

[a] *19. vndec.*

AH, CI: Ita enim, additis communibus arcubus FA, GC, erunt toti quadrantes DA, BC, totis arcubus FH, GI, æquales; ideoque & hi arcus quadrantes erunt, ac proinde anguli FEH, GEI, recti, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. Erit autem HI, communis sectio Meridiani & Aequatoris. Cum enim axis FG, per polos Aequatoris F, G, incedens rectus sit, ex propos. 10. lib. 1. Theod. ad Aequatorem, transeatque per centrum sphæræ E, erit ex definitione 3. lib. 11. Euclid.




idem axis FG, ad communem sectionem Meridiani & Aequatoris in centro *E*, perpendicularis; ac proinde HI, ad FG, perpendicularis, communis erit sectio Meridiani & Aequatoris. Quod si per D, B, Aequatori HI, parallelas agamus DK, BL, erunt hæ, communes sectiones Meridiani, & parallelorum, qui sunt omnium semper apparentium, semperque latentium maximi; quandoquidem Meridianus Aequatorem, & dictos parallelos secans, [a] sectiones communes facit parallelas, & parallelus quidem maximus semper apparentium Horizontem in D, tangit,

[a] *16. vndec.*

D, tangit, maximus vero semper occultorum eundem *H*orizontem tangit in B Atque hæc lineamenta Analemmatis alia atque alia fiunt in variis poli altitudinibus, prout videlicet angulus altitudinis poli DE*F*, variatur.

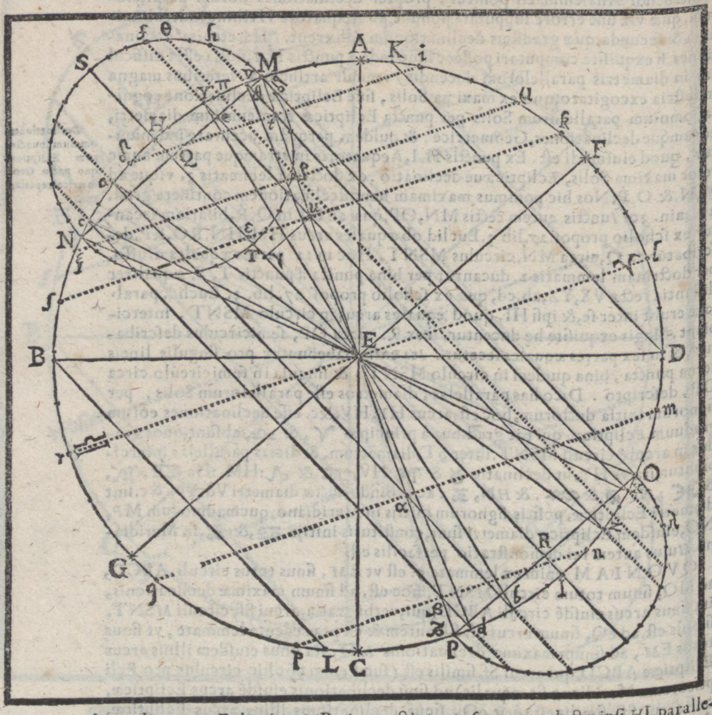
VT autem parallelos Aequatoris, siue Solis, qui per initia signorum, & singula Eclipticæ puncta ducuntur, habita ratione declinationis cuiusuis paralleli ab Aequatore, describamus, qua quidem in re totus labor atque industria construendi Analemmatis ponitur, propter declinationes horum parallelorum, quæ vix sine errore supputari possunt ab Aequatore HI, hinc inde, ob minuta & secunda, quæ gradibus declinationum adhærent, (Hæ etenim declinationes, si exquisite computari possent hinc inde à punctis H, *I*, nulla esset difficultas in diametris parallelorum ducendis) vtemur artificio à veteribus magna industria excogitato, quo ex maxima Solis, siue Eclipticæ declinatione cognita, omnium parallelorum Solis per puncta Eclipticæ transeuntium diametri, eorumque declinationes, Geometrice, & quidem perquàm accurate inueniuntur, quod eiusmodi est. Ex punctis H, I, Aequatoris in vtramque partem numeretur maxima Solis, Eclipticæue declinatio, ex doctrina lemmatis 3. vsque ad M, N, & O, P. Nos hic ponimus maximam hanc declinationem continere grad. 23. min. 30. *I*unctis autem rectis MN, OP, quæ ab HI, in Q, R, bifariam secantur, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. ob æquales arcus HM, HN, RO, RP, describatur ex Q, circa MN, circulus MSNT. Hoc in 12. partes æquales diuiso, per doctrinam lemmatis 2. ducanrur per bina puncta à punctis T, S, æqualiter distantia rectæ VX, Y*Z*, ab, cd, quæ ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt inter se, & ipsi HI, quòd æquales arcus in circulo MSNT, intercipiant. Magis exquisite hę ducentur, si ex R, circa OP, semicirculus describatur, & in sex partes æquales secetur. *I*ta enim habebuntur pro singulis lineis terna puncta, bina quidem in circulo MSNT, & singula in semicireulo circa OP, descripto. Dico has parallelas, diametros esse parallelorum Solis, per signorum initia ductorum, hoc est, arcus HY, HV, &c. esse declinationes eorum graduum *E*clipticæ, qui tot gradibus à principio ♈, & ♎, absunt, quot gradus in arcub⁹ circuli MSNT, inter ST, diametrum, & dictas parallelas intercipiuntur, ita vt HY, sit declinatio ♉, & ♍: HV, ♊, & ♌: HM, : Ha ♋, ♏, & ♓: *H*c ♐, & ♒, & *H*N, ♑: ac proinde ductæ diametri Vd, Yb, &c. sint diametri Eclipticæ, positis signorum initijs in *M*eridiano, quemadmodum M*P*, NO, eiusdem Eclipticæ diametri sunt, constitutis initijs ♋, & ♑, in Meridiano. *H*uius autem rei demonstratio perfacilis est.

*Declinationes omnium punctorum Eclipticæ quo pacto Geometrice reperiantur.*

QVONIAM enim ex lemmate 5. est vt E*M*, sinus totus circuli ABCD, ad MQ, sinum totum circuli *M*SNT, hoc est, ad sinum maximæ declinationis, ita sinus arcus eiusdẽ circuli ABCD, qui, verbi gratia, arcui Sf, circuli *M*SNT, similis est, ad eQ, sinum arcus Sf: Est autem & ex præcedente lemmate, vt sinus totus E*M*, ad sinum maximæ deelicationis *M*Q, ita sinus eiusdem illius arcus Eclipticæ ABCD, qui arcui Sf, similis est, (sumi enim pôt hic circulus pro Ecliptica, cum Meridiano sit æqualis) ad sinũ declinationis eiusdẽ arcus Eclipticæ, qui arcui Sf, similis est; erit eQ, sinus declinationis illius arcus Eclipticæ, qui arcui Sf, similis est. Cum ergo eQ, sinus sit arcus *M*eridiani HY, erit HY, arcus declinationis extremi puncti illius arcus *E*clipticæ ab æquinoctio inchoati, qui arcui Sf, similis est: atque ita de cæteris. Eodem enim prorsus modo demonstrabimus, gQ, sinum esse declinationis ęxtremi puncti illius arcus *E*clipticæ ab æquinoctio numerati, qui arcui Sh, similis est, &c.

Declinationes omnium puncto rum Eclipticæ quo pacto aliter reperiatur.

VERVM commodiſsime etiam eoſdem arcus declinationum inueniemus, ſiue parallelos Solis ducemus, hac alia ratione. Sumatur circulus ABCD, pro Ecliptica, diuidaturque in 12. figu ra æqualia in punctis i, k, l, m, n, P, p, q, r, ſ, ʃ, M, ita vt l, ſit principium ♈; k, ♉; i, ♊; M, ♋; ʃ, ♌; ſ, ♍; r, ♎; q, ♏; p, ♐; P, ♑; n, ♒; m, ♓. Deinde ductis rectis per bina puncta ab M, vel P, æque rmota, quæ ex ſchol. propoſ. 27. lib. 3. Eucl. parallelæ ſunt, ſeca-




bitur diameter Eclipticæ MP, in punctis t, u α, β, per quæ ductæ ipſi HI, parallelæ, (quæ facile ducentur, ſi ſegmentis parallelarum kſ, i ʃ, inter puncta u, t, & diametrũ HI, interceptis, in alijs parallelis æqualia ſegmento accipiantur, vt u. g. ſi ſegmẽto uʒ, parallelæ KS, in alijs parallelis i ʃ, lr, mq, np, æqualia ſegmẽta accipiãtur, initio ſemper facto à recta HI. Ita enim plura puncta habebimus, per quę parallelę ipſi HI, ducẽdę ſunt.) dabũt diametros parallelorũ Solis per ſignorum initia ductorũ, veluti prius. Quod facile demonſtrabimus in hunc modum.

QVO-

QVONIAM est, vt EM, ſinus totus ad MQ, ſinum maximæ declinationis, ita Eu, ſinus arcus Eclipticæ lk, principium ♉, terminantis ad uγ: (ducta uγ, parallela ipſi MQ, vel perpendiculari ad HI,) Eſt autem & ex lemmate præcedente, vt EM, ſinus totus ad MQ, ſinum maximæ declinationis, ita Eu, ſinus arcus Eclipticæ principium ♉, terminantis ad ſinum declinationis principij ♉; erit uγ, ſinus declinationis principij ♉; ac proinde arcus HY, cuius ſinus eſt uγ, declinationem metietur principij ♉, &c. Eademque de cæteris eſt ratio. Hę autem declinationes inuentæ in omnibus poli eleuationibus eædem ſunt, neq; vnquàm mutătur, niſi prius maxima Solis declinatio mutata inueniatur. Habita namque ratione maximæ declinationis HM, inuentæ ſunt aliorum Eclipticæ punctorum declinationes HY, HV, &c.

LIQVET ex his, qua ratione inuenienda ſit declinatio cuiuſuis puncti Eclipticæ dati. Nam ſi datum punctum ſit inter ♈, & ♋, numerabimus eius diſtantiam ab ♈, in circulo MSNT, à puncto S, verſus M: ſi vero inter ♎, & ♋, fuerit, numerabimus eius diſtantiam à ♎, ex puncto T, verſus M: ſi autem inter ♈, & ♑, ab S, verſus N; ſi denique inter ♎, & ♑, ex T, verſus N, diſtantiam eius, quam à proximo puncto æquinoctij, nimirum ab ♎ habet, numerabimus. Parallela enim ipſi HI, ducta ex fine numerationis, erit diameter paralleli illius puncti dati, ſecabitque arcum MN, in declinatione quæſita. Vt ſi detur gradus 10. ♉, qui 40. gradibus ab ♈, verſus ♋, abeſt, numerabimus gradus 40. à puncto S, verſus M, vſque ad θ, & per θ, ipſi HI, parallelam agemus θπ, pro diametro paralleli Aequatoris, qui per 10. gradum ♉, tranſit, eiuſque declinatio erit Hπ. Hanc eandem alia ratione ſic reperiemus. Quando punctum datum eſt inter ♈, & ♋, ſupputabimns eius diſtantiam, quam ab ♈, habet, a puncto l, verſus M: ſi vero inter ♎, & ♋, à puncto r, verſus M, diſtantiam eius, quam à ♎, habet, numerabimus: Si autem inter ♈, & ♑, à puncto l, verſus P: ſi denique inter ♎, & ♑, à puncto r, verſus P, eius diſtantiam à proximo æquinoctij puncto, ni mirum a ♎, numerabimus. Nã ſi à fine numerationis ipſi lr, parallelã agemus, ſecabitur MP, diameter Eclipticæ in puncto, per quod parallela ducta ipſi HI, erit diameter paralleli per punctum in Ecliptica datum tranſeuntis, &c. Vt ſi detur idem gradus 10. ♉, numerabimus gradus 40. (Tantum enim punctum datum ab ♈, ver ſus ♋, abeſt) à puncto l, verſus M, vſque ad μ, & per μ, ipſi lr, parallelam ducemus μ ξ, (quod facile fiet, ſi arcui lμ, æqualem abſcindemus rξ.) quæ ipſam MP ſecet in ρ. Parallela enim ipſi HI, per ρ, ducta, erit diameter paralleli quæſiti, &c. veluti prius.

SCIENDVM quoque eſt, ſegmentum diametri Horizontis BD, inter MO, NP, diametros parallelorum ♋, & ♑, poſitum à parallelis intermediis ita diuidi, vt recta MN, vel OP, ab eiſdem diuiſa eſt. Nam ſegmentum ſemidiametri ED, inter E, & parallelam MO, ſectum eſt, vt recta EM, ſecta eſt; [a] propterea quòd parallelæ lineæ diuidunt latera trianguli proportionaliter. Cum ergo eandem ob cauſam recta EM, ſecta ſit, vt diuiſa eſt MQ; erit dictum ſegmentum diuiſum, vt MQ, recta diuiſa eſt. Non aliter diuiſum erit ſegmentum diametri EB, inter E, & parallelam NP, vt diuiſa eſt recta NQ; propterea quòd ſectum eſt, vt recta EN, & hæc, vt recta NQ. Igitur totum ſegmentum diametri Horizontis BD, inter parallelas MO, NP, ſectum erit, vt recta MN, diuiſa eſt à parallelis. quod eſt propoſitum.

IAM vero, qua ratione aliorum circulorum ſiue maximorum, ſiue non maximorum diametri, ſiue communes cum Meridiano ſectiones in Analemmate

Declinatio cuiuſuis puncti Eclipticæ quo pacto Geometrice reperiatur.

a 2. ſexti.



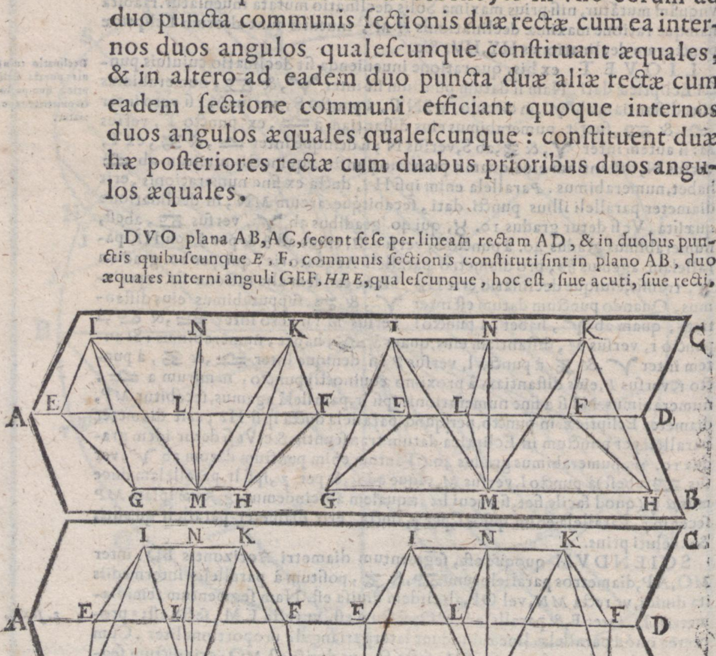
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

describantur; & quomodo Analemma pro quibusdam circulis interdum in alio circulo maximo, etiam non per mundi polos ducto, construatur, in progressu Astrolabij, cum id vsus postulauerit, propriis locis docebimus.

## LEMMA XX.

SI duo plana se mutuo secent, & in vno eorum ad duo puncta communis sectionis duæ rectæ cum ea internos duos angulos qualescunque constituant æquales, & in altero ad eadem duo puncta duæ aliæ rectæ cum eadem sectione communi efficiant quoque internos duos angulos æquales qualescunque: constituent duæ hæ posteriores rectæ cum duabus prioribus duos angulos æquales.

DVO plana AB, AC, secent sese per lineam rectam AD, & in duobus punctis quibuscunque *E*, F, communis sectionis constituti sint in plano AB, duo æquales interni anguli GEF, *HFE*, qualescunque, hoc est, siue acuti, siue recti,




siue obtusi; & in iisdem punctis in plano AC, sint constituti duo alij anguli interni qualescunque æquales IEF, K*FE*. Dico angulos GEI, HF*K*, æquales esse. In prima figura omnes anguli sunt acuti; in secunda obtusi; in tertia priores

duo ob-

duo obtusi, & duo posteriores acuti; in quarta denique priores duo recti, & duo posteriores acuti. In omnibus tamen hisce casibus, & aliis eadem semper erit demonstratio. Sint enim æquales inter se tam rectæ EG, FH, quam rectæ EI, FK, iunganturque GH, IK, quæ ipsi EF, parallelæ erunt. Quoniam enim duo anguli GEF, HFE, æquales sunt, si vterque sit acutus, conuenient rectæ EG, FH, productæ ad partes G, H, [a] constituentque triangulum Isosceles. a 6.primi.
Cum ergo recta GH, secet latera proportionaliter, quod EG, FH, æquales sint, ac proinde & reliquæ lineæ vsq; ad concursum; [b] erunt EF, GH, parallelæ. b 2.sexti.
Si autem anguli GEF, HFE, sint obtusi, conuenient rectæ GE, HF, productæ ad partes E, F, quòd anguli illis deinceps fiant acuti supra rectam EF, constituentque eodem modo triangulum Isosceles, cuius basis GH. [c] Latera enim c 6.primi.
supra basim EF, æqualia erunt: Ergo additis æqualibus EG, FH, fient quoque latera supra GH, æqualia. Cum igitur recta EF, secet ea latera proportionaliter, auferens ex vtraque partes æquales; [d] parallelæ erunt EF, GH. Si denique 2.sexti.
vterque angulus GEF, HFE, sit rectus, [e] erunt rectæ EG, FH, parallelæ. Cum ergo sint & æquales, [f] erunt quoque EF, GH, æquales ac parallelæ. Eadem ratione ostendemus EF, IK, parallelas esse; [g] ac proinde & GH, IK, inter se parallelæ erunt. Diuisa autem EF, bifariam in L, excitentur in planis AB, AC, ad EF, perpendiculares LM, LN, quæ ipsas GH, IK, secabunt quoque bifariam. Si enim anguli æquales GEF, HFE, sint acuti, ita vt EG, FH, productæ versus G, H, faciant triangulum Isosceles, erit ex scholio propos. 26. lib. 1. Euclid. recta ex angulo ducta ad punctum L, medium basis, ad EF, perpendicularis, ideoque cum LM, coincidet. Cum ergo eadem recta, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. secet rectas EF, GH, in partes proportionales, secta quoque erit GH, in M, bifariam. Si vero anguli GEF, HFE, sint obtusi, ita vt GE, HF, productæ vltra EF, constituant triangulum Isosceles, cuius basis EF, vel GH; erit rursus ex schol. propos. 26. lib. 1. Euclid recta ex angulo ad L, punctum medium basis EF, ducta, ad EF, perpendicularis; ideoque producta cum LM, coincidet. Cum ergo ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. eadem recta secet rectas EF, GH, in partes proportionales, secta quoque erit GH, bifariam in M. Si denique anguli GEF, HFE, sint recti, erunt EH, EM, FM, parallelogramma rectangula, [h] ideoque latera opposita æqualia, hoc est, GM, ipsi EL, & HM, ipsi FL, æquale. Cum ergo EL, FL, sint æqualia, erunt quoque GM, HM, æqualia. Non aliter ostendemus rectam IK, in N, sectam esse bifariam.

e 28.primi.
f 33.primi.
g 9.vndec.
h 34.primi.

QVIA vero recta EL, ad duas LM, LN, sese in L, tangentes perpendicularis est; [i] erit eadem EL, (ducta recta MN,) ad planũ trianguli LMN, recta. [k] Igitur & vtraq; GM, IN, ad idem planum recta erit; ideoq; ex defin. 3. lib. 11. Eucl. vtraq; GM, IN, ad rectam MN, in eodem plano existẽtem perpendicularis erit. Iunctis igitur rectis GI, IM, MK, KH, [l] quę omnes vna cũ MN, in codẽ sunt plano parallelarũ GH, IK, quoniã duo latera IN, NM, duobus lateribus KN, NM æqualia sunt, angulosq; cõtinent ęquales, nimirũ rectos, vt ostendimus; [m] erũt & bases IM, KM, & anguli IMN, KMN, ęquales, ideoq; & ex rectis reliqui GMI, HMK, ęquales erũt. Cũ ergo duo latera GM, MI, duob⁹ lateribus HM, MK, sint ęqualia, angulosq; cõtineant æquales, vt monstratum est; [n] erunt & bases GI, HK, ęquales. Deniq; cum latera EG, EI, lateribus FH, FK, ęqualia sint, & basis GI, basi HK; [o] erunt quoque anguli GEI, HFK, æquales, quod est propositum.

i 4. vndec.
k 8. vndec.
l 7. vndec.
m 4. primi.
n 4. primi.
o 8. primi.

ATQVE hęc demonstratio vniuersalis est in omnibus casibus, siue angulus inclinationis planorum MLN, obtusus sit, siue acutus, siue rectus, vt perspicuum est.

QVOD

QVOD si tam duo anguli GEF, HFE, quam duo IEF, KFE, recti fuerint, facilior erit demonstratio. Quia enim tunc anguli GEI, HFK, sunt anguli inclinationis plani AC, ad planum AB, ex definitione 6. lib. 11. Euclid. ipsi inter se æquales erunt.

## LEMMA XXI.

SI in diametris circulorum æqualium puncta sumantur æqualiter à centris remota, ab eisque rectæ egrediantur vsque ad circumferentias constituentes cum diametris ad easdem partes æquales angulos; rectæ illæ & æquales erunt, & arcus abscindent æquales. Et si lineæ sint æquales, constituent rectæ illæ cum diametris æquales angulos ad easdem partes, abscindentque rursus æquales arcus. Si denique arcus æquales abscindantur ad easdem partes, erunt quoque rectæ illæ æquales, constituentque cum diametris ad partes easdem angulos æquales.

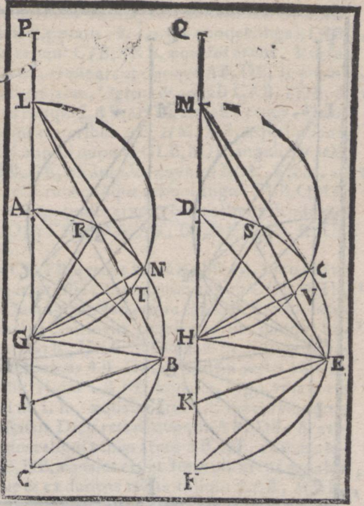
HOC idem demonstrauimus propositione penultima scholij propos. 29. lib. 3. Euclid. quando punctum in diametro assumptum est intra circulum; sed quia eo etiam indigemus in ijs, quæ sequuntur, quando punctum est acceptum in diametro producta extra circulum, libuit id vniuersaliter hoc loco demonstrare. Sint ergo circuli æquales ABC, DEF, quorum centra G, H; diametri AC, DF; & sumantur primum intra circulos puncta I, K, æqualiter distantia à centro, hoc est, rectæ GI, HK, sint æquales: ducanturque rectæ vtcunque IB, KE, facientes vel angulos CIB, FKE, vel AIB, DKE, æquales. Dico & rectas IB, KE, & tam arcus abscissos CB, FE, æquales esse, quàm arcus AB, DE. Ductis enim rectis GB, HE, ex centris, si quidem anguli GIB, HKE, ponantur æquales; erunt duo latera GI, GB, circa angulum IGB, duobus lateribus HK, HE, circa angulum KHE, æqualia, & angulus I, angulo K, æqualis, qui quidem æqualibus lateribus GB, HE, opponuntur. Est autem reliquorum GBI,
a 31. tertij. HEK, vterque recto minor; a quòd ductæ rectæ AB, CB, DE, FE, faciant angulos ABC, DEF, in semicirculis rectos, quorum illi partes sunt. Igitur ex ijs, quæ ad finem lib. 1. Euclid. demonstrata sunt à nobis, & rectæ IB, KE, & anguli IGB,
b 26. tertij. KHE, æquales sunt in centris; b ideoque & arcus CB, FE, ac proinde & ex semicirculis reliqui AB, DE, æquales erunt. Si vero anguli CIB, FKE, æquales po-
c 13. primi. nantur; erunt etiam reliqui GIB, HKE, ex duobus rectis (c Tam enim duo anguli ad I, quàm duo ad K, duobus sunt rectis æquales) inter se æquales. Quare, vt iam ostensum est, erunt & rectæ IB, KE, & tam arcus CB, FE, quam arcus AB, DE, æquales.

DEINDE accipiantur puncta A, D, in extremitatibus diametrorum, à quibus rectæ eductæ AB, DE, angulos æquales efficiant CAB, FDE, vel LAB, MDE. Dico rursus rectas AB, DE, & tam abscissos arcus CB, FE, quam arcus

AB,

AB,DE, æquales esse. Si enim anguli CAB,FDE ,æquales sint; [a] erunt quoque arcus CB,FE,ac propterea ex semicirculis reliqu i AB,DE æquales ; [b] ideoque & rectæ AB,DE,æquales inter se erunt. Si vero anguli LAB , MDE , ponantur æquales,erunt quoque ex duobus rectis reliqui CAB,FDE,æquales, Quare , vt iam demonstratum est, erunt & tam arcus *CB*,FE,quam arcus *AB*,DE,& rectæ AB,DE, æquales. a 26. tertij. b 29. tertij.

POSTREMO accepta sint puncta L, M, in diametris productis extra circulos æqualiter à centris distantia,ita vt rectæ GL,H*M*,sint æquales:Et ducantur rectę LN,*MO*,facientes angulos æquales CLN,F*M*O,vel *PLN*,Q*M*O,abscindentesque arcus AN,DO,vel CN,*F*O.Dico rectas LN,MO, & tam arcus AN,DO, quam arcus CN,*F*O, esse æquales. Aut enim altera rectarum,nimirum L*N*,tangit circulum in N,aut non tangit. Si tangit,tanget & recta *M*O,circulum in O.Nam si anguli CL*N*,FMO ponantur æquales, & MO non tangat circulum, [c] ducatur tangens MS,iungáturque rectæ GN, HS, [d] quæ facient angulos GNL, *HSM*,rectos.Quia igit duo latera GN,GL,circa angulũ LGN,duobus lateribus HS,*HM*,circa angulũ MHS,æqualia sunt, & laterib[9] æqualibus GL,H*M*, opponuntur anguli ęquales GNL,HSM,vt pote recti , reliquorum aũt LGN; *M*HS,vterque recto minor est,ex coroll. 1.propos.17.lib.1.Euclid. erunt ex iis , quæ ad finem lib. 1. Euclid. demonstrauimus , anguli quoque GL*N*,HMS,æquales:Est autem eidem angulo GLN , per hypothesim , æqualis angulus *H*MO.Igitur anguli quoq;*HM*S, HMO,æquales erunt, pars & totum, quod est absurdum. Tangit ergo recta MO, circulũ in O.Iunctis ergo rectis G*N*,HO; [e] erunt anguli GNL, HOM,recti & ęquales.Ponuntur autẽ & anguli GL*N*,HMO,æquales Igitur & reliqui LGN,MHO,ęquales erunt,ex coroll. 1.propos.32.lib.1.Eucl.Quare cũ duo latera GN,GL,duobus lateribus HO, HM, æqualia sint, angulosq; contineant æquales,vt ostensum est ; [f] erunt etiã bases LN, MO , æquales . Item & [g] arcus AN,DO,ob ęquales angulos AGN,DHO, ad centra;ideoq; & ex semicirculis reliqui arcus CN,FO,æquales erunt.Quod si æquales ponantur anguli PL*N*,QMO,erunt etiam ex duobus rectis reliqui CLN,FMO,æquales.Quare, vt iam demonstratum est,& tam arcus AN,DO, quam arcus CN,FO , & rectæ LN,*MO*,tangevtes æquales erunt.




c 17. tertij.
d 18. tertij.
e 18. tertij.
f 4. primi.
g 26. tertij.

SI vero duæ rectæ LR, *M*S, vel LB, ME, faciant vel angulos CLR, FMS, vel PLR, QMS;aut CLB,FM*E*, vel PLB, QME, æquales, non tangat autem LR, vel

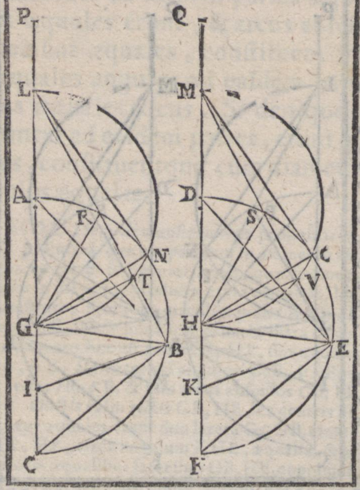
LB,

LB, circu lum, ſed ſecet in R, vel B, ducta tangente LN, cadet LR, vel LB, citra tangent em LN, facietque angulum CLR, vel CLB, minorẽ angulo CLN. Quia vero ducta tangẽte MO, anguli GLN, HMO, æquales ſunt, vt proxime demon ſtratũ eſt, angulus autem FMS, angulo CLR, vel angulus FME, angulo CLB, po nitur æ qualis, erit quoq; angulus FMS, vel FME, minor angulo FMO, ac proin de recta MS, vel ME, citra tangentẽ MO, cadet. Secabit ergo vtraq; LR, MS, vel vtraq; LB, ME, circulum proprium duobus punctis R, B, & S, E, inter quæ poſita ſunt p uncta contactuũ N, O. Sumantur ergo primũ puncta R, S, citra cõtactus, & anguli GLR, HMS, ponantur æquales. Dico & rectas LR, MS, & tam arcus AR, DS, quám arcus CR, FS, æquales eſſe. Iunctis enim rectis GR, HS; quoniam duo latera GR, GL, circa angulũ LGR, duobus lateribus HS, HM, circa angulũ MHS, æqualia ſunt, & anguli GLR, HMS, æqualibus lateribus GR, HS, oppoſiti, æquales ponuntur, reliquorũ autem angulorum GRL, HSM, vterq; recto maior

a 21. primi.

eſt, [a] quòd tã GRL, maior ſit recto angulo GNL, quàm HSM, angulo recto HOM; erũt ex iis, quæ demõſtrauimus ad finẽ lib. 1. Eucl. & rectę LR, MS, & anguli LGR, MHS, æquales. [b] Igitur & arcus AR, DS, ideoq; & ex ſemicirculis reliqui CR, FS, ęquales erũt. Quòd ſi ęquales ponant anguli PLR, QMS, erunt quoq; ex duobus rectis reliqui GLR, HMS, æquales. Quare, vt iam eſt oſtenſum, erunt & rectæ LR, MS, & tam arcus AR, DS, quàm arcus CR, FS, æquales.

b 26. tertij.




SVMANTVR deinde pũcta B, E, vltra cõtactus, & anguli GLB, HME, ponantur æquales. Dico rurſus & rectas LB, ME, & tã arcus AB, DE, quàm arcus CB, FE, æquales eſſe. Iũctis enim rectis GB, HE, erit vterque angulus GBL, HEM, recto minor. Deſcriptis namq. circa æquales rectas GL, HM, ſemicirculis, qui per contactus N, O, tranſibunt ex ſcholio propoſ. 31. lib. 3. Eucl. ob rectos angulos ad N, O, ſecabuntq; rectas LB, ME, in T, V; ſi iungantur rectæ GT, HV, [c] fient anguli GTL, HVM, in ſemicirculis recti. [d] Cũ ergo tã GTL, angulo GBL, quã HVM, angulo HEM, maior ſit, externus interno; erit tàm GBL, quàm HEM, recto minor: quod etiam ex eo conſtat, quòd rectæ in B, E, cum GB, HE, rectos angulos conſtituentes, circulos tangãt in B, E, ex coroll. propoſ. 16. lib. 3. Eucl. Hinc enim fit, vt ſecãtes rectæ LB, ME, cum eiſdem GB, HE, acutos angulos efficiãt. Quoniam igitur duo latera GB, GL, circa angulum LGB, duobus lateribus HE, HM, circa angulum MHE, æqualia ſunt, & anguli GLB, HME, lateribus æqualibus GB, HE, oppoſiti, ponuntur æquales, reliquorum autem angulorum GBL,

c 31. tertij.
d 16. primi.

HEM,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

HEM, vterque recto minor est ostensus; erunt ex demonstratis à nobis ad finem lib. 1. Euclid. & rectæ LB, ME, & anguli LGB, MHE, æquales; a Igitur & arcus AB, DE, atque idcirco & ex semicirculis reliqui CB, FE, ęquales erunt. Quod si ponantur æquales anguli PLB, QME, erunt etiam ex duobus rectis reliqui CLB, FME, æquales. Quare vt demonstratum iam est, erunt & rectę LB, ME, & tam arcus AB, DE, quàm arcus CB, FE, æquales. a 26. tertij.

DEINDE æquales sint rectæ IB, KE, vel AB, DE, vel LN, MO, vel LR, MS, vel denique LB, ME. Dico & angulos ad I, K, vel ad A, D, vel ad L, M, & tam arcus CB, FE, vel CN, FO, vel CR, FS, quam arcus AB, DE, vel AN, DO; vel AR, DS, esse ęquales. Quia enim duo latera GI, GB, duobus lateribus HK, HE, ęqualia sunt, & basis IB, basi KE, æqualis ponitur; b erunt quoque anguli IGB, KHE, ęquales. c Igitur & arcus CB, FE, ideoque & semicirculorum reliqui AB, DE, æquales erunt. Item quia duo latera IG, IB, duobus lateribus KH, KE, æqualia ponuntur, & basis GB, basi KE, ęqualis est; d erunt quoque anguli GIB, HKE, ideoque & duorum rectorum reliqui CIB, FKE, æquales erunt. Rursus quia rectæ AB, DE, ponuntur æquales, e erunt arcus quoque AB, DE, ac proinde & semicirculorum reliqui CB, FE, ęquales. f Igitur & anguli CAB, FDE, & propterea duorum rectorum quoque reliqui LAB, MDE, æquales erunt. Denique quia tria latera GB, GL, LB, tribus lateribus HE, HM, ME, æqualia sunt, erunt ex coroll. propos. 8. lib. 1. Eucl. anguli quoque GLB, BGL, angulis HME, EHM, æquales. g Igitur & arcus AB, DE, ob angulos ęquales BGL, EHM, ad centra æquales erunt, ac propterea rectorum quoque reliqui anguli PLB, QME, & semicirculorum reliqui arcus CB, FE, æquales erunt. Non aliter ostendemus & angulos ad L, M, & arcus AN, DO, & CN, FO, & AR, DS, & CR, FS, & AB, DE, & denique CB, FE, esse ęquales.

b 8. primi. c 26. tertij. d 8. primi. e 28. tertij. f 27. tertij. g 26. tertij.

TERTIO sint æquales arcus CB, FE, a rectis IB, KE, abscisi. Dico rectas etiam IB, KE, & angulos ad I, K, æquales esse. h Erunt enim anguli CGB, FHE, æquales, ob arcus æquales CB, FE. Quia igitur duo latera GI, GB, duobus lateribus HK, HE, sunt æqualia, angulosque continent ęquales; i erunt quoque bases IB, KE, æquales, nec non & anguli GIB, HKE; ideoque & ex duobus rectis reliqui CIB, FKE. Quod si ęquales sint arcus AB, DE, ab eisdem rectis IB, KE, abscisi, erunt quoque ex semicirculis reliqui CB, FE, æquales. Ergo, vt iam est ostensum, & rectæ IB, KE, & anguli ad I, K, æquales erunt. Sint rursus arcus ęquales CB, FE, à rectis AB, DE, abscisi. Dico rectas quoque AB, DE, & angulos ad A, D, ęquales esse. Erunt enim reliqui etiam arcus AB, DE, ex semicirculis æquales, k ideoque & rectæ AB, DE, æquales erunt. Item ob arcus ęquales CB, FE, l anguli CAB, FDE, ideoque & ex duobus rectis reliqui LAB, MDE, æquales erunt. Quod si ęquales sint arcus AB, DE, ab eisdem rectis AB, DE, abscisi, erunt etiam ex semicirculis reliqui CB, FE, æquales. Ergo, vt proxime demonstrauimus, erunt rursus rectę AB, DE, & anguli ad A, D, ęquales. Pręterea sint arcus AN, DO, æquales abscisi a rectis LN, MO. Dico has rectas, & angulos ad L, M, ęquales esse. m Erunt enim anguli NGL, OHM, ęquales, propter ęquales arcus AN, DO. Igitur quia duo latera GN, GL, duobus lateribus HO, HM, ęqualia sunt, angulosque complectũtur æquales, n erunt & bases LN, MO, & anguli GLN, HMO, atque idcirco & ex duobus rectis reliqui PLN, QMO, æquales erunt. Eadem ratione ostendes rectas LR, MS, æquales esse, & angulos ad L, M, si æquales sint arcus abscisi AR, DS, & sic de cæteris.

h 27. tertij. i 4. primi. k 29. tertij. l 27. tertij. m 27. tertij. n 4. primi.



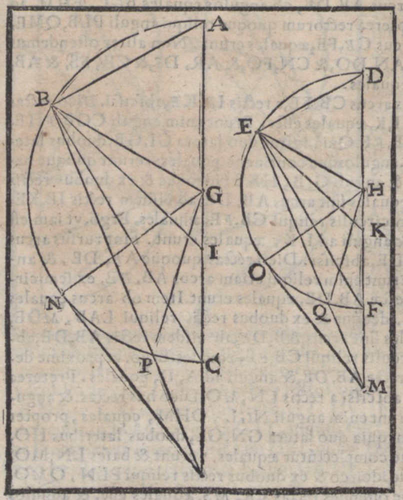
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## SCHOLIVM.

QVOD si in diametris circulorum inæqualium puncta ſumantur ſimiliter à centris remota, ita vt eorum diſtantiæ à centris eandem proportionem habeant, quam ſemidiametri, & ab eis punctis rectæ egrediantur conſtituentes cum diametris ad eaſdem partes angulos æquales; abſcindentur ab eis arcus ſimiles. Et ſi arcus abſciſsi ſint ſimiles ad eaſdem partes, conſtituent rectæ abſcindentes cum diametris ad partes eaſdem angulos æquales.

*IN circulis enim inæqualibus ABC, DEF, quorum centra G, H, ſumantur in diametris duo puncta I, K, ſimiliter diſtantia à centris, hoc eſt, ita ſit IG, ad KH, vt GC, ad HF, & permutando, ita IG, ad GC, vt KH, ad HF; conſtituanturque anguli æquales GIB, HKE. Dico tam arccus BC, EF, quàm AB, DE, ſimiles eſſe. Iunctis enim rectis GB, HE; quoniam anguli I, K, æquales ſunt, & latera circa angulos G, H, in triangulis BGI, EHK, proportionalia, & reliquorum angulorum B, E, vterque recto minor, quòd partes ſint rectorum, quos rectæ CB, AB; FE, DE, in ſemicirculis efficiunt; a erunt anguli BGI, EHK, in centris æquales. Igitur ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. arcus BC, EF, ſimiles ſunt; ideoque & ex ſemicirculis reliqui AB, DE, ſimiles erunt, ex lemmate 6.*

a 7. ſexti.




*EADEM ratione, ſi ad puncta C, F, ſimiliter à centris diſtantia, cum per ſemidiametros diſtent, fiant anguli æquales GCB, HFE, oſtendemus tam arcus BC, EF, quàm AB, DE, ſimiles eſſe. Iunctis enim rectis GB, HE; erunt rurſum in triangulis BCG, EFH, anguli C, F, æquales, & latera circa angulos G, H, proportionalia e Cum ergo reliquorum angulorum B, E, vterque recto minor ſit, quòd partes ſint rectorum, quos rectæ CB, AB; FE, DE, conſtituunt in ſemicirculis;*

micirculis: [a] erunt anguli G, H, in centris æquales. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus BC, EF, similes sunt, &c. Quod breuius sic demonstrabitur. Quoniam æquales sunt anguli ACB, DFE, erunt ex prædicto scholio, arcus AB, DE, similes; ideoque & ex semicirculis reliqui BC, EF, per lemma 6. similes erunt. — [a] 7. sexti.

NON aliter, si puncta L, M, similiter distent à centris, fianque æquales anguli GLB, HME, demonstrabimus similes esse & arcus BC, EF, & AB, DE, & CP, FQ, & AP, DQ, & BP, EQ. Iunctis enim rectis GB, HE; erunt rursum in triangulis BGL, EHM, anguli L, M, æquales, & circa G, H, latera proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum B, E, vterque sit minor recto; (Nam iunctis rectis GP, HQ; erunt anguli B, P; E, Q, in Isoscelibus BGP, EHQ, acuti, ex coroll. 3. propos. 17. lib. 1. Euclid.) [b] erunt tam anguli G, H, quàm B, E, æqualee. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus BC, EF, ideoque per lemma 6. & ex semicirculis reliqui AB, DE, similes erunt. Et quia anguli B, E, æquales sunt ostensi, erunt quoque P, Q, in Isoscelibus BGP, EHQ. ([c] cum illis æquales sint) æquales; ac proinde & reliqui anguli BGP, EHQ, æquales erunt, quibus demptis ex æqualibus BGL, EHM, reliqui etiam PGL, QHM, æquales erunt; ac propterea ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus CP, FQ, ideoque per lemma 6. & ex semicirculi reliqui AP, DQ, similes erunt, à quibus si demantur similes AB, DE, reliqui BP, EQ, per lemma 6. similes quoque erunt. — [b] 7. sexti. [c] 5. primi.

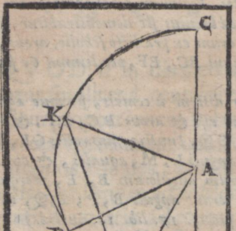
QVOD si quando contingat, rectarum angulos æquales constituentium vnam, verbi gratia, LN, circulum tangere, tanget & altera MO, circulum. Nam tangente LN, circulum ABC, si ducatur MO, tamgens circulum DEF, erit angulus GLN, angulo HMO, æqualis. Iunctis enim rectis NG, OH; [d] erunt anguli N, O, recti, & æquales. Cum ergo circa angulos NGL, OHM, latera sint proportionalia, & reliquorum angulorum L, M, vterque recto minor, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Euclid. [e] erunt & anguli G, H, & L, M, æquales. Ex quo fit, si LN, circulum tangat, nullam ex M, duci posse, præter tangentem MO, quæ angulum ad M, angulo ad L, æqualem constituat, cum omnis talis angulus vel maior foret angulo HMO, vel minor. — [d] 18. tertij. [e] 7. sexti.

SED sint iam arcus similes BC, EF, & puncta I, K, similiter distantia à centris. Dico ductis rectis BI, EK, angulos I, K, æquales esse. Iunctis namque rectis BG, EH; erunt ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. anguli G, H, æquales. Cum ergo & latera circa eosdem sint proportionalia; [f] æquiangula erunt triangula BGI, EHK, & anguli I, K, æquales. — [f] 6. sexti.

EODEM pacto æquales quoque erunt anguli C, F, & L, M, etiam, siue similes ponantur arcus BC, EF, siue CP, FQ. quod est propositum.

## COROLLARIVM.

EX his inferre licet & hoc theorema. Si ex duobus centris A, B, in eadem recta existentibus describantur duo circuli CDE, FGH, ea conditione, vt extra vtrumque accipi possit punctum I, similiter à centris distans, id est, vt eadem sit proportio IA, ad IB, quæ semidiame-




*tri AE, ad semidiametrum BH, & permutando eadem IA, ad AE, quæ IB, ad BH; Recta linea ID, tangens vnum circulorum, tanget & alterum, & recta IK, vtrumque secans abscindet arcus similes EK, HM, CK, FM, &c. Quia enim circuli inæquales sunt, & punctum I, instar duorum similiter à centris abest, fit vt ducta recta ID, tangente circulum CDE, recta IG, faciens angulum BIG, æqualem angulo AID, hoc est, eundem, tangat quoque circulum FGH, similesque sint arcus DE, GH. Sic etiam ducta recta IK, si ducatur recta IM, faciens angulum FIM, æqualem angulo CIK, hoc est, eundem, efficitur vt arcus KE, MH, &c. similes sint, vt in scholio proximo demonstratum est. Hoc tamen corollarium demonstrari poterit ijsdem vijs, quibus scholium demonstratum est, vt constat, si rectæ iungantur, vt in figura apparet.*

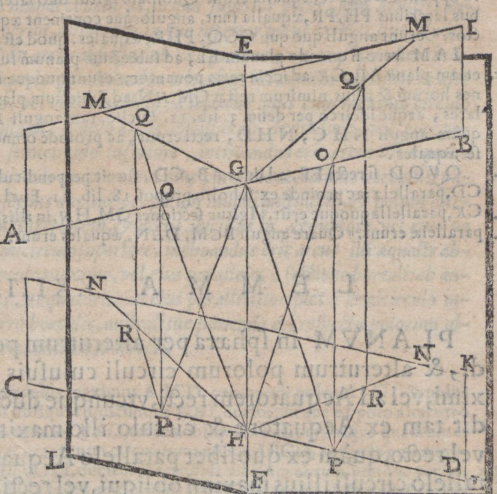
## LEMMA XXII.

SI in plano subiecto inter duas rectas cadat transuersa recta linea faciens cum illis angulos internos ex vtraque parte inter se æquales, siue omnes recti sint, siue duo obtusi, & duo acuti; in rectis autem illis duabus plano subiecto insistant duo plana ad angulos rectos: planum per transuersam lineam ductum vtcunque faciet cum planis rectis communes sectiones, lineas rectas, quæ cum datis duabus rectis in plano subiecto angulos continebunt æquales.

IN subiecto plano sint duæ rectæ AB, CD, inter quas in transuersum cadat recta EF, faciens tã internos angulos HGB, GHD, quã internos HGA, GHC, inter se æquales, siue rectos, siue duos obtusos, & acutus duos. Sint autem primum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

mum HGB,GHD,obtusi,& *H*GA,G*H*C,acuti,& in rectis AB,CD,insistant ad planum subiectum duo plana recta AI,CK: Per rectam quoque EF, transuersam ducatur planum EL, vtcunque inclinatum ad planum subiectum siue ad partes B,D, siue ad partes A,C, secans plana recta A*I*, CK, per rectas GM, *H*N. Dico tam angulos BGM, DHN, quàm angulos AGM, CHN, inter se æquales esse. Sumptis namque rectis æqualibus GO, HP, uersus eam partem, in quam planum EL, ad subiectum planum est inclinatũ, ita tamen, vt ex parte acutorum angulorum AGH, CHG, abscindantur ante concursum linearum GA, *H*C, vt vtrobiq; eadẽ semper sit demonstratio; iungantur rectæ OP, GP, OH. Quia igit duo latera GH, GO, duobus laterib⁹ *H*G, HP, æqualia sunt, angulosq́ue continent æquales ex hypothesi;




[a] erunt triangula GHO,HG*P*, æquàlia. [b] Igitur rectæ GH,O*P*, parallelæ sunt. In plano deinde AI,ducatur ex O,ad AB, communem sectionem plani AI, & plani subiecti perpendicularis OQ, quæ ex definitione 4. lib. 11. Euclid. recta erit ad planum subiectum; ideoque ex definitione 3. eiusdem lib. angnlus GOQ, rectus erit. *P*roducatur autem OQ, donec in Q, secet GM, communem sectionem plani EL, & plani *A* I. Secabit autem eam omnino, cum in eodem plano AI, existant, & anguli QOG, OGQ, sint duobus rectis minores, quippe cum planum EL, ponatur inclinatum ad planum subiectum, ac proinde angulus OGQ, acutus sit. Nam si rectus foret, esset GQ, ex defin. 4. lib. 11. Euclid. ad planum subiectum recta; [c] ac proinde & planum *E*L, per rectam GQ, ductum ad subiectum planum esset rectum. quod non ponitur. In plano quoque CK, ducatur ex P, ad CD, communem sectionem plani C*K*, & plani subiecti perpendicularis PR, quæ similiter ad planum subiectum recta erit, & producta cum *H*N, communi sectione plani EL, & plani *C*K, conueniet in R. Iuncta autem recta QR, in plano EL, in quo puncta Q,R, existunt; si per GH, concipiatur duci planum æquidistans plano OR, (potest autem duci, cum GH, ipsi OP, ostensa sit

parallela.

a *4. primi.*
b *39. primi*
c *18. vndec.*

parallela. Ita enim fit, vt planum per GH, ductum tamdiu circumuolui possit circa rectam GH, donec parallelum sit plano OR, per rectam OP, ducto) erunt cōmunes sectiones GH, QR, factæ in planis illis parallelis à plano EL, per rectas GH, QR, ducto parallelæ. Cum ergo eidē GH, sit ostensa parallela OP; [a] erunt quoque OP, QR, inter se parallelæ. [b] Sed & OQ, PR, ad planum subiectum rectæ inter se parallelæ sunt. Parallelogrammum ergo est OR; [c] ac proinde latera opposita OQ, PR, æqualia erunt. Quoniam igitur duo latera OG, OQ, duobus lateribus PH, PR, æqualia sunt, angulosque continent æquales, vtpote rectos; [d] erunt anguli quoque OGQ, PHR, æquales. quod est propositum.

a 9. vndec. b 6. vndec. c 34. primi. d 4. primi.

IAM vero si quando planum EL, ad subiectum planum fuerit rectum, cum etiam plana AI, CK, ad idem recta ponantur; [e] erunt quoque communes sectiones horum & illius, nimirum rectæ GM, HN, ad subiectum planum perpendiculares, atque idcirco per defin. 3. lib. 11. Euclid. tam anguli MGA, MGB, quàm anguli NHC, NHD, recti erunt, ac proinde omnes quatuor inter se æquales.

e 19. vndec.

QVOD si recta EF, ad duas AB, CD, fuerit perpendicularis; [f] erunt AB, CD, parallelæ; ac proinde ex scholio propos. 18. lib. 11. Eucl. plana recta AI, CK, parallella quoque erũt. [g] Igitur sectiones GM, HN, in illis factę à plano EL, parallelæ erunt. [h] Quare anguli BGM, DHN, æquales erunt.

f 28. primi. g 16. vndec. h 10. vndec.

## LEMMA XXIII.

PLANVM in sphæra per alterutrum polorum mundi, & alterutrum polorum circuli cuiusuis obliqui maximi, vel ad Aequatorem recti, vtcunque ductum, abscindit tam ex Aequatore & circulo illo maximo obliquo, vel recto, quàm ex quolibet parallelo Aequatoris, & parallelo circuli illius maximi obliqui, vel recti, (qui tamen æqualis sit parallelo Aequatoris, & qui tanto interuallo ab assumpto suo polo absit, quãto parallelus Aequatoris ab assumpto mundi polo distat) duos arcus æquales, inter planum secans, & circulum maximum per assumptos duos polos descriptum interceptos.

*SED quia circulus ille maximus per mundi polos, & polos alterius circuli maximi descriptus binis in locis singulos circulos ex assumptis duobus polis descriptos secat; vt sciamus, à quibusnam duabus sectionibus arcus æquales abscissi incipiant, consideranda hæc sunt. Quando planum secans ducitur per polum mundi australem, & polum circuli alterius maximi superiorem, (Quia enim alter hic circulus maximus, quando obliquus est, pro Horizonte alicuius regionis sumi potest, erit eius polus ab australi polo*

*remotior,*

*remotior, superior, instar verticis siue Zenith, & alter inferior, instar Nadir, qui nimirum polo australi propior est: quando autem alter hic circulus ad Aequatorem rectus est, ita vt sit Horizon quidam rectus, alteruter polorum eius accipi potest pro superiore, siue pro Zenith. Ex quo etiam fit, vt semicirculus maximi circuli per polos mundi, & polos alterius circuli transeuntis, inter polos mundi conclusus, in quo superior polus, siue Zenith continetur, dicatur superior, alter vero, in quo inferior polus existit, siue Nadir, inferior vocetur:) & arcus abscissus ab Aequatore, vel eius parallelo incipit à semicirculo superiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione eius cum maximo circulo per polos ducto australi: si vero arcus abscissus ab Aequatore, vel eius parallelo, incipiat à semicirculo inferiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione boreali. Quãdo autem planum secans ducitur per polum mundi australem, & polum alterius circuli maximi inferiorem, & arcus abscissus in Aequatore, vel eius parallelo, incipit à semicirculo superiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione boreali: ab australi vero, si arcus Aequatoris, vel eius paralleli, incipiet à semicirculo inferiore. Sectio porrò borealis, australisue sumenda est respectu polorum alterius circuli maximi obliqui, vel recti.*

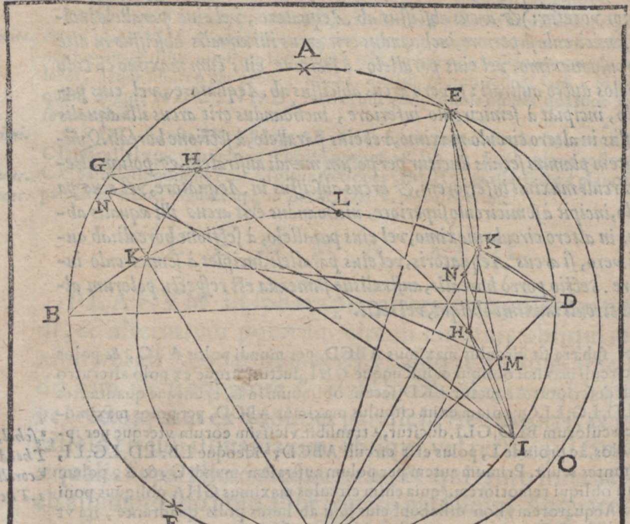
---

IN sphæra sit circulus maximus ABCD, per mundi polos A, C, & polos
E, F, circuli maximi obliqui cuiuscunque *GH*I, ductus, sitque ex polo alterutro
mundi descriptus Aequator BKD, secans obliquum in L, eruntque quadrantes
LB, LD, LG, LI. Quoniam enim circulus maximus ABCD, per polos maximo-
rum circulorum BLD, GLI, ducitur, [a] transibit vicissim eorum vterque per ip- [a] *schol, 15. 1*
sius polos, ac proinde L, polus erit circuli ABCD; [b] ideoque LB, LD, LG, LI, *Theod.*
quadrantes erunt. Primum autem per polum australem mundi C, & *E*, polum [b] *coroll. 16.*
circuli obliqui remotiorem, (quia enim circulus maximus GH*I*, obliquus poni *1. Theod.*
tur ad Aequatorem, non distabunt eius poli ab huius polis quadrante, ita vt
eius poli sint B, D: [c] alioquin circulus obliquus trãsiret per polos Aequatoris A,
C; [d] ideoque rectus esset ad Aequatorem, quod pugnat cum hypothesi. Igitur [c] *coroll. 16.*
vnus polus, nimirum *F*, vicinior erit polo mundi C, alter vero *E*, remotior) du *1. Theod.*
catur planum quodpiam, [e] faciens in sphęrę superficie circulum CH*E*, [f] & cum [d] *15. 1. Theo.*
plano circuli maximi ABCD, communem sectionem rectam CE: Secetque hic [e] *1. 1. Theod.*
circulus CH*E*, primum Aequatorem & circulum maximum obliquum in pun- [f] *3. vndec.*
ctis K, H, quæ vel existant in quadrantibus LD, LI, vel in quadrantibus LB,
LG, hoc est, arcus abscissi D*K*, IH, sint vel quadrante minores, vel maiores. Di
co arcus DK, IH; Item B*K*, *GH*, (Nam D*K*, in *A*equatore incipit à semicirculo
superiore CDA, & I*H*, in circulo obliquo à sectione australi I: At vero B*K*, ini-
tium sumit in Aequatore à semicirculo inferiore CBA. & G*H*, in obliquo cir-
culo à sectione boreali *G*.) æquales esse. Ductis enim rectis CD, EI, quæ se inter
secabunt in M, cum sint in plano maximi circuli ABCD, punctumque *I*, inter
C, & D, existat; [g] Quoniam CD, EI, quadrantes sunt; ablatoque propterea arcu [g] *coroll. 16.*
communi *1. Theod.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 27.tertij. b 6.primi. c 16.1.Theo. d 28.tertij.

communi D*I*, reliqui arcus CI, *E*D, æquales; [a] erunt anguli C*EI*, ECD, æquales; [b] ideoque & rectæ EM, C*M*, æquales erunt, Rursus ducatur in plano circuli CHE, rectæ CK, EH, quæ æquales erunt, [c] cum sint latera quadratorum in circulis maximis descriptorum; [d] ideoque & arcus CK, E*H*, æquales; & ablato communi arcu *HK*, quando circulus CHE, secat quadrantes LD, LI, quod tunc punctum H, sit inter *C*, & Aequatorem, vel addito communi arcu *H*K, quando circulus CHE, secat quadrantes LB, LG, quòd tunc punctum H, sit vltra Aequatorem; æquales fient quoque vel reliqui arcus, vel conflati C*H*, EK; [e] ac proinde & anguli C*EH*, ECK, æquales erunt, atque hinc rectæ CN, *E*N, (Nam rectæ C*K*, EH, necessario coibunt, quod vterque angulorum çqualium C E H, EC*K*, recto minor sit, vt probabimus) [f] æquales etiam erunt. Rectas autem CK, E*H*, coire, quando circulus CHE, quadrantes LD, L*I*, secat, perspicuum est, cum se mutuo in plano eius circuli secent, propterea quod punctum *H*, est inter puncta




e 27. tertij.

f 6. primi.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

puncta C, & K: At vero easdem rectas CK, EH, quando circulus CHE, quadrantes LB, LG, secat, coire, hoc est, angulos æquales CEH, ECK, esse minores duobus rectis, ita manifestum erit. Quoniam circulus CHEO, non maximus est, cum puncta K, H, per quæ ducitur, non sint in circulo maximo ABCD, qui solus maximus est inter omnes circulos per puncta C, E, non per diametrum opposita descriptos, (Per duo namque puncta in sphæra non per diametrum
opposita vnus tantum circulus maximus describi potest a vt ex Theodo- a 20.1.Theo.
sio constat) Vel certe si maximus esset, b secaret circulum ABCD, bifariam in b 11.1.Theo.
E, C. quod est absurdum, cum bifariam secetur in A, C; c auferet vtraque re- c lemma 6.
cta CK, EH, ex circulo CHEO, maiorem arcum, quam vt similis sit arcui, 3.Theod.
quam vtraque earum ex maximo circulo aufert: Aufert autem vtraque ex
maximo circulo quadrantem, d quod vtraque lateri quadrati in maximo circu- d 16.1.Theo.
lo descripti sit æqualis. Igitur vterque arcus CK, EH, quadrante maior erit.
e Rursus quia recta CE, ex circulo eodem CHEO, maiorem arcum aufert, e lemma 6.
quam vt similis sit arcui CDE, quem ex maximo circulo ABCD, eadem 3.Theod.
recta CE, abscindit: Est autem arcus CDE, quadrante maior, f quod CD, f coroll. 16.
quadrans sit. Igitur arcus COE, multo maior erit quadrante, ac proin- 1.Theod.
de si adiiciantur duo arcus CK, EH, quadrante etiam maiores ostensi;
erunt toti arcus EOCK, COEH, semicirculo maiores singuli; g atque g 31.tertij.
idcirco vterque angulus ECK, CEH, cum in illis segmentis maioribus existant, recto minor erit. Quocirca duæ rectæ CK, EH, extra sphæram coibunt in N, propter duos angulos ECK, CEH, duobus rectis minores.

ITAQVE ductis rectis MN, DK, IH; quia latera CM, CN, lateribus EM, EN, ostensa sunt æqualia, basisque communis est MN; h erunt h 8.primi.
anguli MCN, MEN, æquales in triangulis CMN, EMN, quæ quidem extra plana circulorum CHE, ABCD, existunt. Quocirca in triangulis CDK,
EIH, quoniam latera CD, CK, lateribus EI, EH, sunt æqualia, i quòd om- i 16.1.Theo.
nia, latera sint quadratorum in maximis circulis descriptorum; angulosque
æquales comprehendunt DCK, IEH, vt ostendimus; k erunt bases quoque DK, k 4. primi.
IH, æquales; l atque idcirco & arcus DK, IH, æquales erunt, siue ij minores sint l 28. tertij.
quadrante, siue maiores, hoc est, siue circulus CHE, existat citra punctum L, siue vltra. Reliqui igitur ex semicirculis BK, GH, æquales quoque erunt.

CAETERVM angulos MCN, MEN, ex quibus quidem tota uis demonstrationis pendet, probabimus esse æquales, etiamsi non constet, rectas CH, EH, productas conuenire in puncto N, hoc modo. Quoniam planum circuli CHE, planum circuli ABCD, secat per rectam CE, suntque tam in hoc æquales ostensi duo interni anguli CEI, ECD, quam in illo duo interni CEH, ECK: erunt per lemma 20. anguli quoque DCK,
IEN, æquales. Quare, vt prius, m ostendentur æquales bases DK, IH; n ac m 4. primi.
proinde & arcus DK, IH, ideoque & ex semicirculis reliqui BK, GH, æquales n 28. tertij.
erunt.

ET quia ostensi sunt quadrantes LD, LI, si demantur æquales arcus DK, IH, vel ab his quadrantes tollantur LD, LI, erunt quoque arcus LK, LH, intercepti inter planum secans & punctum K, intersectionis Aequatoris cum circulo obliquo, æquales.

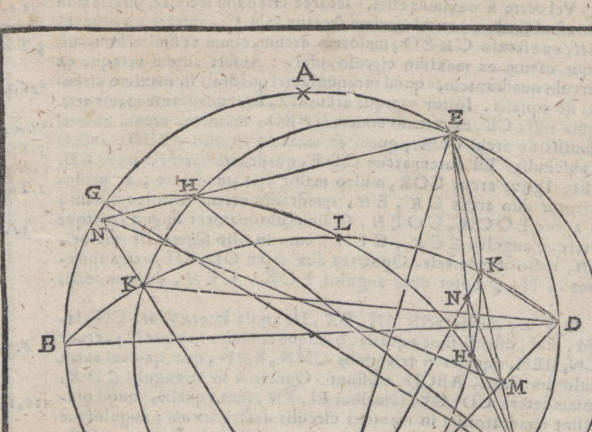
QVOD si circulus CHE, transeat per L, punctum, vbi se intersecant Aequator & circulus obliquus GHI, perspicuum est, arcus abscissos

K DL,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

DL, IL, æquales esse, cum sint ostensi quadrantes. Sic etiam si idem circulus CHE, transeat per alterum etiam polum mundi A, liquido constat, & arcus DLB, ILG, & LB, LG, æquales esse. Erit enim tunc circulus CHE, idem qui ABCD, maximus, ac proinde semicirculi erunt DLB, ILG, & LB, LG, quadrantes.

SEQVITVR etiam ex his, quoscunque duos circulos per C,



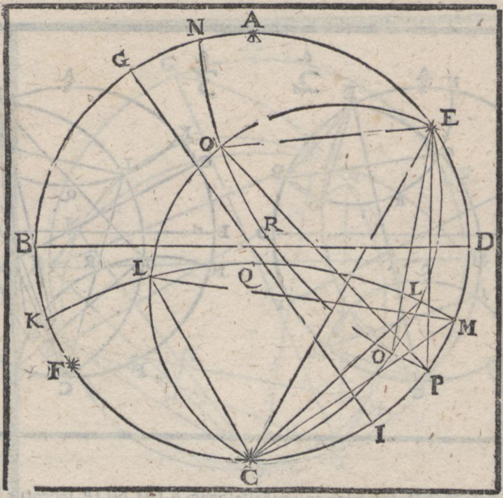

E, ductos intercipere in Aequatore, & circulo maximo obliquo arcus æquales. Cum enim quilibet abscindat arcus æquales vsque ad puncta D, I, vel vsque ad puncta B, G; si minores ex maioribus auferantur, reliqui arcus inter duos circulos intercepti erunt quoque æquales. Ita erunt arcus KLK, HLH, æquales inter duos circulos CHKE, CKHE. Nam arcus æquales DK, IH, ex æqualibus DKLK, IHLH, ablati relinquunt æquales KLK, HLH, atque ita de cæteris.

EADEM

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

EADEM prorsus demonstratio adhibebitur in alijs duobus semicirculis Aequatoris, & circuli maximi obliqui, ex altera parte maximi circuli ABCD. Nam ex illis quoque planum quodcunque per polos C, E, ductum abscindet arcus æquales inter planum ipsum, & circulum maximum ABCD, vel alterum punctum sectionis Aequatoris, & circuli obliqui interceptos.

RVRSVS in sphæra sit circulus maximus ABCD, per polos mũdi A, C, & polos E, F, circuli cuiusuis maximi obliq, ductus, sitq; diameter Aequatoris BD; circuli obliqui, GI, vt supra. Ex polis autem C, E, supra assumptis describantur eodem interuallo duo circuli æquales KLM, NOP, [a] quorum ille Aequatori, hic vero circulo obliquo parallelus erit: qui duo paralleli vel se mutuo secabunt, vt in prima figura, vel nullomodo se intersecabũt, quod duobus modis fieri potest Aut enim circuli ex polis C, E, descripti sunt citra maximos circulos, quibus æquidistant, vt in 2. figura, aut vltra, vt in 3. figura. Iam per polos C, E, ducatur planum quodpiam vtcunque, [b] faciens in sphæræ superficie circulũ CLE, & cum plano circuli maximi ABCD,



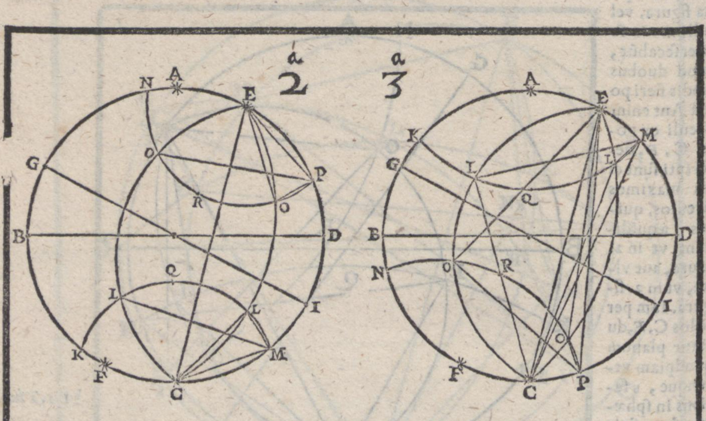

communem sectionem, rectam CE: Secetque hic circulus vtrumque parallelum in punctis L, O, quomodocunque inclinatus sit ad maximum circulum ABCD, hoc est, siue angulus inclinationis versus segmentum CDE, sit acutus, siue rectus, siue obtusus. Dico tam arcus abscissos ML, PO, quam KL, NO, esse æquales. Nam ML, incipit à semicirculo superiore, & PO, a sectione australi: At vero KL, a semicirculo inferiore, & NO, a sectione boreali, vt in propositione dictum est, fieri debere. Ductis enim rectis CL, CM, EO, EP, [c] quæ omnes æquales sunt ex polis ad parallelos æquales, iunctisque rectis LM, OP; [d] erunt tam arcus CM, EP, in circulo ABCD, quàm arcus CL, EO, in circulo CLE, æquales; ablatisque communibus arcubus MP, LO, quando paralleli se intersecant, vt in prima figura, vel quando non se intersecant, sed tamen existunt vltra

[a] 2.2.Theo.
[b] 1.1.Theo.
[c] schol. 21.1 1.Theod.
[d] 28.tertij.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

circulos maximos,quibus ęquidistant, vt in tertia figura:vel iisdē arcubus MP, LO,additis,quando non se mutuo secant,sed tamen existunt citra circulos maximos,quibus ęquidistant,vt in secunda figura,erunt quoque tam reliqui arcus,
[a] 27.tertij. vel conflati CP, EM, quàm CO, EL, ęquales; [a] ac proinde tam interni anguli CEP,ECM,in plano maximi circuli ABCD, insistēte arcubus æqualibus CP, EM, quam anguli interni CEO, ECL, in plano circuli CLE, illud per rectam CE,secante insistentes ęqualibus arcubus CO,EL,inter se æquales erunt. Igi-
[b] schol.21,1 Theod. tur per lemma 20. anguli quoque LOM, OEP, erunt equales: [b] Sunt autem & latera CL,CM,EO,EP,ipsos comprehendentia,æqualia: [c] Igitur & bases LM,
[c] 4.primi. OP,æquales erunt; [d] ideoque & arcus ML,PO,æquales erunt, ac proinde & ex
[d] 28.tertij. semicirculis reliqui KL, NO.




QVOD si semicirculi parallelorum KLM,NOP, secentur bifariam in quadrantes in punctis Q, R, erunt quoque arcus LQ, OR, inter planum secans CLE,& terminos quadrantum Q, R,intercepti ęquales,cum sint complementa æqualium arcuum ML,PO,vel arcuum ęqualium KL, NO.

PERSPICVVM etiam est, si circulus CLE, transeat per alterum etiam mundi polum A, ita vt cum maximo circulo ABCD, coinci-
[e] 15.1.Theo. dat, arcus abscissos MLK, PON, æquales esse; [e] quippe qui semicirculi sint. Sic etiam si idem circulus auferat ex vno parallelo quadrantem, auferet quoque ex altero quadrantem, cum necessario ęqualem arcum auferat, vt demonstratum est. Item duo quicunque circuli per C,E,ducti intercipient arcus æquales parallelorum,vt paulo ante de Aequatore, & circulo maximo obliquo dictum est.

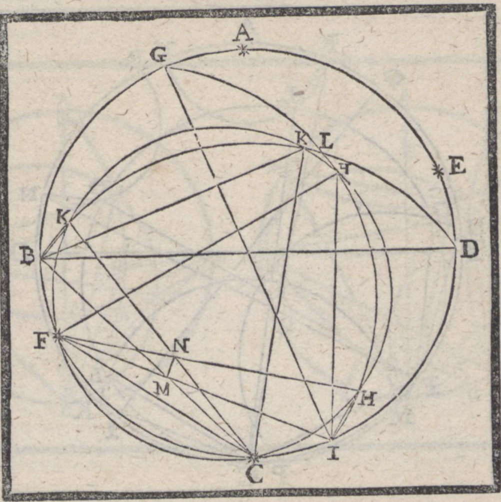
IDEM

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

IDEM prorsus continget in reliquis duobus semicirculis parallelorum, ex altera parte circuli maximi ABCD. Eadem enim omnino est demonstratio in illis, atque in his, vt patet.

DEINDE per eundem mundi polum C, & polum F, circuli obliqui GHI, propinquiorem ducatur planum aliquod, [a] faciens in superficie sphæræ circulum CHF, [b] & cum plano maximi circuli ABCD, communem sectionem, rectam CF, secetque hic circulus CHF, primum Aequatorem, & circulum obliquum maximum in punctis K, H, vbicunque hoc contingat. Dico arcus abscissos BK, IH; Item DK, GH, ( Nam BK, incipit à semicirculo inferiore, & IH, à sectione australi; at vero DK, à semicirculo superiore, & GH, à sectione boreali, vt in propositione præcipitur. ) esse æquales. Ductis enim rectis CB, CK, FI, FH, BK, IH: [c] Quoniam CB, FI, quadrantes sunt, ideoque æquales;

[a] 1. 1. Theo.
[b] 3. vndec.
[c] coroll. 16. 1. Theod.




ablato communi arcu CF, reliqui arcus BF, IC æquales quoque erunt. [d] Igitur anguli BCF, IFC, æquales erũt. Rursus quia in circulo CHF, rectæ CK, FH, æquales sunt, [e] cum sint latera quadratorum in maximis circulis BKD, GHI, descriptorũ; [f] erũt arcus quoq; CFK, FCH, æquales, ablatoq; communi arcu CF, reliqui arcus FK, CH, æquales etiam erunt. [g] Igitur anguli quoq; KCF, HFC, æquales erunt. Itaq; quia planum circuli CHF, secat planũ circuli ABCD, per rectam CF; suntq; tam in hoc equales interni duo anguli BCF, IFC, quam in illo duo interni anguli KCF, HFC, æquales, vt demonstratum est; erunt quoque per lemma 20. anguli BCK, HFI, ęquales. Quod etiã hoc modo, quãdo tã rectę CB, FI, se in M, secant, quàm rectę CK, FH, in N, ostendes. Quia tã anguli BCF, IFC, quam anguli KCF, HFC, ostensi sunt æquales; [h] erunt tam rectę CM, FM, quam rectę CN, FN, inter se æquales. Ducta ergo recta MN, cũ duo latera CM, CN, duobus lateribus FM, FN, ęqualia sint, basisque MN, communis, [i] erunt quoque anguli MCN, MFN, ęquales. Itaque in triangulis CBK, FIH, quoniam latera

[d] 27. tertij.
[e] 16. 1. Theo.
[f] 28. tertij.
[g] 27. tertij.
[h] 6. primi.
[i] 8. primi.

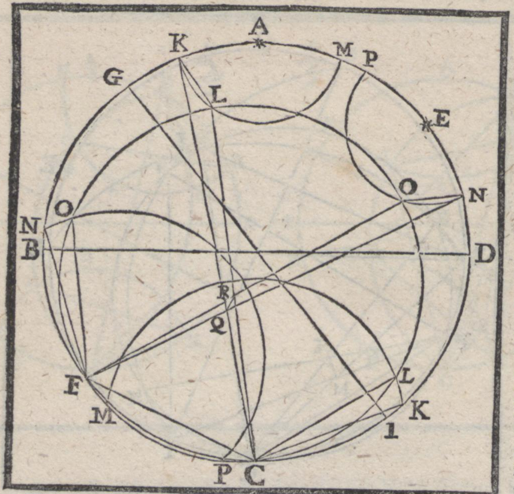
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 16.1.Theo. latera CB,CK, lateribus FI,FH, æqualia sunt, a quod omnia sint latera quadratorum in maximis circulis descriptorum; angulosque comprehendunt æquales, BCK, IFH, vt ostendimus; b erunt quoque bases BK, IH, æquales: c atque idcirco & arcus BK, IH, æquales erũt; ac proinde & ex semicirculis reliqui DK, GH æquales erunt, &c.

b 4.primi.
c 28.tertij.

RVRSVS ex eisdem polis assumptis C,F, vicinis descripti sint vno eodemque interuallo duo circuli æquales KLM, NOP, siue citra Aequatorem, & circulum maximum obliuum, siue vltra: Et per eosdem polos C, F, planum ducatur, d faciens in superficie sphæræ circulum CLOF, & cum maximo circulo ABCD, communem sectionem, rectam CF. Secet autem hic circulus factus circulos ex polis C, F descriptos in L, O. Dico tam arcus KL, NO, quam ML, PO, æquales esse; quorum KL, incipit à semicirculo superiore, & NO, à sectione boreali in parallelis citra maximos circulos; in alijs autem prior a semicirculo inferiore, & posterior a sectione australi incipit. Item ML, incipit à semicirculo inferiore, & PO, à sectione australi, in parallelis citra maximos circulos; in aliis autem incipit ML, à superiore semicirculo, & PO, à sectione boreali; vt in propositione præcipitur. Ductis enim

d 1.1. Theo.

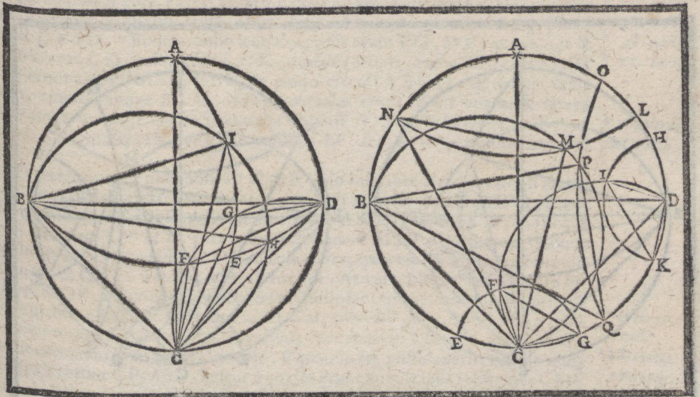



e schol. 21.1 Theod. rectis CK, CL, FN, FO, e quę omnes inter se ęquales sunt ex polis proprijs ad circulos æquales: f Quoniam tam arcus CK, FN, in circulo ABCD, ob rectas æquales CK, FN, quam arcus CL, FO, in circulo CLOF, ob æquales rectas CL, FO, æquales sunt; addito communi arcu CF, in vtroque circulo, quando circuli KLM, NOP, sunt citra maximos circulos, vel quando sunt vltra eosdem, ablato eodem arcu CF, erunt quoque tam conflati, vel reliqui arcus FK, CN, in circulo ABCD, quàm FL, CO, in circulo CLOF, æquales; ideoque & tam reliqui ex circulis totis FAK, CAN, in circulo ABCD, quàm FOL, CLO, in circulo CLOF, ęquales erunt. g Igitur tam interni anguli KCF, NFC, insistentes arcubus æqualibus FAK, CAN, circuli ABCD, quàm interni LCF, OFC, insistentes

f 28.tertij.
g 27.tertij.

æqualibus arcubus FOL, CLO, circuli CLOF, æquales erunt; ac proinde per
lemma 20. anguli quoque KCL, NFO, æquales erunt. Quod hoc etiam modo
ostendes, quando tam rectæ CK, FN, quàm CL, FO, se intersecant in Q, R, vt
accidit, quando circuli KLM, NOP, vltra maximos circulos existunt. Quoniam
tam anguli KCF, NFC, quàm LCF, OFC, sunt ostensi ęquales; [a] erunt tam rectæ [a] 6. primi.
CQ, FQ, quam CR, FR, æquales inter se. Ducta ergo recta QR, cum duo latera
CQ, CR, duobus lateribus FQ, FR, æqualia sint, basisque QR, communis; [b] erũt [b] 8. primi.
quoque anguli QCR, QFR, æquales. Itaque in triangulis CKL, FNO, [c] quia [c] schol. 21. I
latera CK, CL, lateribus FN, FO, æqualia sunt, angulosque continent æquales Theod.
KCL, NFO, vt ostensum est; [d] erunt bases etiam KL, NO, æquales, [e] atque id- [d] 4. primi.
circo & arcus KL, NO, abscisi ęquales erunt, ideoque & ex semicirculis reliqui [e] 28. tertij.
ML, PO, ęquales erunt, &c.

SED demonstremus iam hoc idem Lemma, quando alter circulorum ad

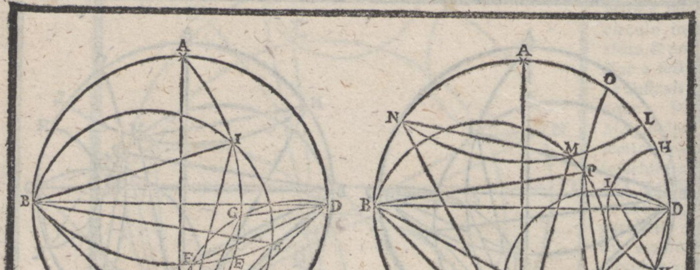



Aequatorem rectus est. Sit circulus maximus ABCD, per A, C, polos mundi, si-
ue Aequatoris BED, & per B, D, polos circuli maximi AEC, ad Aequatorem re
cti descriptus, vt in hac priori figura; ducaturque primum per polum australem
mundi C, & per polum circuli AEC, superiorem D, planum, faciens in circulo
ABCD, rectam CD, & in sphæra circulum CFGD, qui Aequatorem secet in F,
& circulum AEC, in G. Dico arcus abscissos DF, CG, vel BF, AG, æquales esse;
quorum DF, initium sumit à semicirculo superiore, & CG, à sectione australi:
At vero B, à semicirculo inferiore, & AG, a sectione boreali, vt faciendum es-
se in propos. præcepimus. Ductis enim rectis CF, DG, FD, GC, erunt CF, DG, [f] 16. I. Theo.
ęquales, [f] cum sint latera quadratorum in circulis maximis descriptorũ; [g] ideo- [g] 28. tertij.
que

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

que & arcus CF,DG, æquales erunt; additoque communi arcu FG, vel ablato, si circulus CFGD, citra punctum E, maximos circulos secaret; erunt quoque ar-
[a] 27. tertij. cus CFG, DGF, æquales; [a] ac propterea & anguli CDG, DCF, æquales erunt in plano circuli CFGD. Quapropter cum duo latera CF, CD, duobus lateribus
[b] 16. 1. Theo. DG, DC, æqualia sint, ([b] quod CF, DG, latera sint quadratorum in circulis maximis descriptorum, latus autem CD, commune) angulosque contineant æqua-
[c] 4. primi. les DCF, CDG, vt demonstratum est; [c] erunt quoque bases DF, CG, æquales.
[d] 29. tertij. [d] Immo rectæ DF, CG, æquales sunt, propter arcus DGF, CFG, æquales circuli
[e] 28. tertij. CFGD. [e] Igitur & arcus DF, in Aequatore, & CG, in circulo AEC; ac propterea & ex semicirculis reliqui BF, AG, æquales erunt. quod est propositum.

DVCATVR deinde per eundem polum australem mundi C, & per polum circuli AEC, inferiorem B, planum, faciens in circulo ABCD, rectam CB, & in




sphæra circulum CHIB, qui secet Aequatorem in H, & circulum AEC, in I. Dico rursum arcus abscissos BH, CI, vel DH, AI, æquales esse; quorum BH, in Aequatore incipit à semicirculo inferiore, & CI, a sectione australi: At vero DH, à semicirculo superiore, & AI, a sectione boreali, vt propositio præcipit.
[f] 16. 1. Theo. Ductis enim rectis CH, BI, BH, CI, erunt CH, BI, æquales, [f] cum sint latera qua-
[g] 28. tertij. dratorum in maximis circulis descriptorum. [g] Igitur arcus CH, BI, æquales erunt; additoque communi arcu HI, vel ablato, quando nimirum circulus CHIB, circulos secat citra E; toti quoque, vel reliqui arcus CHI, BIH, æqua-
[h] 27. tertij. les erunt; [h] ac propterea & anguli CBI, BCH, ipsis insistentes ad peripheriam æquales erunt in plano circuli CHIB. Quocirca cum duo latera CH, CB, duobus

bus

bus lateribus BI, BC, æqualia ſint, ([a] Nam CH, BI, latera ſunt quadratorum in circulis maximis deſcriptorum, & latus BC, commune) complectanturq́; angulos æquales BCH, CBI, vt oſtendimus, [b] erunt quoque baſes BH, CI, æquales: [c] Immo rectæ BH, CI, æquales ſunt, propter æquales arcus BIH, CHI, circuli CHIB. [d] Igitur & arcus BH, CI, in Aequatore, & circulo AEC; atque idcirco & ex ſemicirculis reliqui DH, AI, æquales erunt. quod eſt propoſitum.

[a] 16. 1. Theo.
[b] 4. primi.
[c] 26. tertij.
[d] 28. tertij.

RVRSVS ex C, polo auſtrali, & D, polo ſuperiori alterius circuli maximi, ſint deſcripti paralleli ęquales EFG, HIK, ac per eoſdem polos ductum planum faciat in circulo ABCD, rectam CD, in ſphęra autem circulum CFID, qui parallelos ſecet in F, I, vt in poſteriori figura. Dico iterum arcus abſciſſos GF, KI, vel EF, HI, eſſe æquales; quorum GF, incipit à ſuperiore ſemicirculo, & KI, à ſectione auſtrali: At vero EF, à ſemicirculo inferiore, & HI, à ſectione boreali, vt vult propoſitio. Ductis enim rectis CF, CG, GF, DI, DK, KI; [e] erunt CF, CG, DI, DK, inter ſe æquales. [f] Igitur & arcus CF, DI, æquales erunt; additoque communi arcu, FI, vel ablato, ſi opus ſit; arcus quoque CI, DF, æquales fient; [g] ideoq́ue & anguli CDI, DCF, ipſis inſiſtentes ęquales erunt in plano circuli CFID. [h] Eodem modo æquales erunt arcus CG, DK; ac proinde & ex quadrante CD, reliqui DG, CK, æquales erunt; [i] atque idcirco æquales etiam erunt anguli DCG, CDK, in plano circuli ABCD. Igitur per lemma 20. anguli quoque FCG, IDK, æquales erunt: Sunt autem & latera ipſos comprehendentia inter ſe ęqualia obtenſa. [k] Igitur & baſes FG, IK; [l] ac proinde & arcus FG, IK, vna cum reſiduis EF, HI, ex ſemicirculis, æquales erunt.

[e] ſchol. 21. 1 Theod.
[f] 28. tertij.
[g] 27. tertij.
[h] 28. tertij.
[i] 27. tertij.
[k] 4. primi.
[l] 28. tertij.

AD extremum ex polo auſtrali C, & B, polo inferiore alterius circuli maximi ad Aequatorem recti, deſcribantur paralleli æquales LMN, OPQ, & per eoſdem polos planum ductum faciat in circulo ABCD, rectam CB, in ſphęra autem circulum CPMB, parallelos ſecantem in M, P. Dico arcus quoque abſciſſos NM, QP, vel LM, OP, eſſe æquales; quorum NM, à ſemicirculo inferiore, & QP, à ſectione auſtrali incipit: At vero LM, a ſemicirculo ſuperiore, & OP, à ſectione boreali, vti res poſtulat, quemadmodum in propoſitione dictum eſt. Ductis namque rectis CM, CN, BP, BQ, MN, PQ, [m] quarum priores quatuor inter ſe æquales ſunt; [n] erunt arcus CM, BP, æquales, ablatoque communi arcu MP, vel addito, ſi quando res poſtulauerit; reliqui quoque ęquales erunt CP, BM. [o] Igitur æquales erunt anguli ipſis inſiſtentes CBP, BCM, in plano circuli CPMB. [p] Eadem ratione æquales erunt arcus CN, BQ, & ablato communi quadrante BC, vel addito, ſi opus fuerit, arcus quoque BN, CQ, æquales erunt; [q] ac propterea & anguli BCN, CBQ, æquales inter ſe erunt in plano circuli ABCD. Quocirca cum in planis circulorum APMB, ABCD, ſeſe in recta BC, ſecantibus duo anguli CBP, CBQ, duobus angulis BCM, BCN, æquales exiſtant; erunt per lemma 20. ęquales quoque anguli PBQ, MCN. Cum ergo comprehendantur lateribus æqualibus, vt oſtendimus; [r] erunt etiam baſes æquales MN, PQ. [s] Igitur & arcus MN, PQ, ideoque & ex ſemicirculis reliqui LM, OP, ęquales erunt. quod eſt propoſitum.

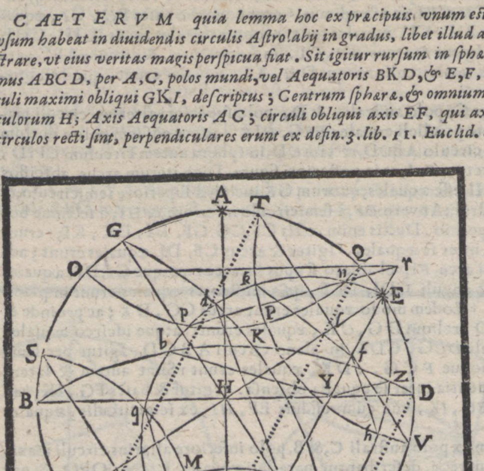
[m] ſchol. 21. 1 Theod.
[n] 28. tertij.
[o] 27. tertij.
[p] 28. tertij.
[q] 27. tertij.
[r] 4. primi.
[s] 28. tertij.

## SCHOLIVM.

Alia demonstratio totius lemmatis.

*CAETERVM quia lemma hoc ex praecipuis vnum est, cum mirificum vsum habeat in diuidendis circulis Astrolabij in gradus, libet illud alia ratione demonstrare, vt eius veritas magis perspicua fiat. Sit igitur rursum in sphaera circulus maximus ABCD, per A, C, polos mundi, vel Aequatoris BKD, & E, F, polos cuiusuis circuli maximi obliqui GKI, descriptus; Centrum sphaerae, & omnium maximorum circulorum H; Axis Aequatoris AC; circuli obliqui axis EF, qui axes, [a] cum ad suos circulos recti sint, perpendiculares erunt ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad diametros priorum circulorum BD, GI, ita vt ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. quadrantes sint AB, BC, CD, DA; EG, GF, FI, IE. Describantur quoque ex polis C, F, quatuor paralleli, ex singulis bini, LMN, OPQ, RMS, TPV, qui aequales sint. Intelligatur autem primum duci planum per C, polum Aequatoris, & E, polum circuli obliqui à C, remotiorem, quod faciat in circulo ABCD, communem sectionem, rectam*

a 10. 1. Theo.




*CE, in superficie autem sphaerae circulum CahE, quando ad partes D, I, vergit, vel circulum Cb dE, quando vergit ad partes B, G. Prior autem circulus secet Aequatorem, & maximum circulum GKI, in Z a; parallelos autem LMN, TPV, in g, h: At posterior circulus eosdem circulos secet in b, d; i, k, Et parallelos OPQ, SMR, in n, o; p, q. Dico arcus abscissos DZ, Ia, & BZ, Ga, aequales esse; quorum DZ, incipit à semicirculo superiore, & Ia, à sectione australi; At vero BZ, à semicirculo inferiore, & Ga, à sectione boreali. Item eadem de causa aequales esse arcus Db, Id, vel Bb, Gd, in Aequatore, & maximo circulo obliquo. Similem ob causam dico in parallelis LMN, TPV, aequales esse arcus Ng, Vh, vel Lg, Th: Itemque Ni, Vk, vel Li, Tk: Ac denique in parallelis OPQ, SMR, arcus Qn, RO, vel On, SO: Item Qp, Rq, vel Op, Sq. Iuncta enim recta DI, quoniam quadrantes EI, CD, aequales sunt; dempto communi arcu DI, reliqui DE, IC, aequales quoque erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. parallelae erunt CE, ID; [b] angulique propterea HXY,*

b 29. primi.

HYX.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

HYZ, angulis HID, HDI, externi internis, æquales erunt. [a] Cum ergo hi æquales sint  [a] 5. primi.
in Isoscele HDI; erunt quoque illi æquales; [b] ideoque & rectæ XH, YH, æquales erunt,  [b] 6. primi.
hoc est, puncta Y, X, à centro H, æqualiter distabunt. Faciant quoque plana circulo-
rum CahE, CbdE, in Aequatore sectiones, rectas YZ, Yb: in circulo vero maximo
obliquo GDI, rectas Xa, Xd: & in parallelis LMN, TPV, OPQ, SMR, rectas eg,
ei; fh, fk; rnp, soq.

ITAQVE quoniam in rectas BD, GI, in plano circuli ABCD, existentes in-
cidit recta CE, faciens angulos HXY, HYX, æquales, & in rectis BD, GI, insistunt
plana circulorum BKD, GKI, [c] quæ sunt ad planum circuli ABCD, rectæ: commu-  [c] 15. 1. Theo.
nes sectiones YZ, Xa; Yb, Xd, planorum CahE, CbdE, per CE, ductorum cum Aequa
tore, & circulo maximo obliquo, facient cum diametris BD, GI, in punctis Y, X, æqua
les angulos DYZ, IXa; DYb, IXd, ex præcedenti lemmate 22. Cum ergo puncta Y, X,
à centro H, æqualiter distent, vt ostensum est, abscindent ex lemmate 21. eædem com-
munes illæ sectiones YZ, Xa; Yb, Xd, ex circulis BKD, GKI, arcus æquales DZ, Ia;
Db, Id: Item BZ, Ga, Bb, Gd.

RVRSVS iuncta recta LT; [d] quoniam rectæ ex polis C, E, ad puncta L, T, circulo  [d] schol. 21. 1
rũ æqualiũ æquales sunt; [e] æquales erunt arcus CL, ET; ac propterea ex schol. propos.  Theod.
27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt TL, CE; [f] ideoque anguli Nef, Vfe, angulis  [e] 28. tertij.
NLT, VTL, externi internis, æquales erunt. [g] Sunt autem anguli NLT, VTL,  [f] 29. primi.
æquales, quod arcus NT, LV, quibus insistunt, æquales sint. ([h] Quoniam enim ar-  [g] 27. tertij.
cus TV, LN, quos diametri TV, LN, circulorum æqualium subtendunt, æqua-  [h] 28. tertij.
les sunt; addito communi arcu NV, toti arcus NT, LV, æquales fient.) Igitur &
anguli Nef, Vfe, æquales inter se erunt. [i] Præterea quia in triangulis ELf, Cme,  [i] 5. primi.
anguli E, C, æquales sunt, ob Isosceles CHE, & anguli l, m, recti, ([k] quod axes  [k] 10. 1. Theo.
EF, CA, recti sint ad eorum circulos, ideoque & ad eorundem diametros ex defin.
3. lib. 11. Euclid.) & rectæ quoque El, Cm, sinus versi arcuum æqualium ET, CL,
æquales, vt ad definitiones sinuum demonstrauimus; [l] erunt etiam lf, me, æquales;  [l] 26. primi.
ideoque puncta f, e, à centris l, m, æqualiter distabunt.

ITAQVE quoniam in rectas LN, TV, in plano circuli ABCD, existentes
incidit recta CE, faciens angulos Nef, Vfe, æquales; & in rectis LN, TV, insi-
stunt plana circulorum LMN, TPV, [m] quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt:  [m] 15. 1. Theo.
communes sectiones eg, fh; ei, fk, planorum CahE, CbdE, per CE, ductorum cum
parallelis LMN, TPV, facient cũ diametris LN, TV, in punctis e, f, angulos æquales
Neg, Vfh; Nei, Vfk, ex antecedente lemmate 22. Cũ ergo puncta e, f, à centris m, l,
æqualiter distent, vt ostensum est; communes illæ sectiones eg, fh; ei, fk, abscindent
ex circulis LMN, TPV, æquales arcus Ng, Vh; Ni, Vk: Item Lg, Th; Li, Tk, ex lem
mate 21.

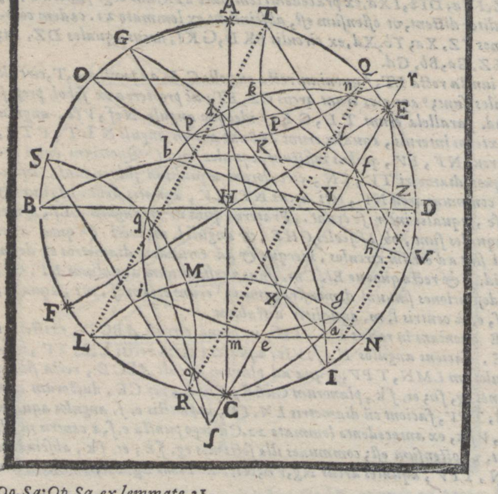
DENIQVE iuncta recta QR, [n] quoniam & toti arcus AE, FC, ob  [n] 26. tertij.
angulos AHE, FHC, in centro æquales, cum sint ad verticem, æquales sunt, [o] &  [o] 28. tertij.
AQ, FR, ablati æquales quoque, [p] quòd rectæ AQ, FR, ex polis A, F, ad circu-  [p] schol. 21.
los æquales cadentes ad Q, R, sint æquales; erunt etiam reliqui arcus EQ, CR,  Theod.
æquales; ac propterea ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt CE, QR.
Igitur rectæ OQ, SR, productæ, cum secent ipsam QR, in Q, R, secabunt quoque
eius parallelam CE, productam in r, s; [q] angulique OQR, SRQ, angulis Ors,  [q] 29. primi.
Ssr, externi internis, æquales erunt. [r] Sunt autem anguli OQR, SRQ, æquales,  [r] 27. tertij.
quod arcus OR, SQ, quibus insistunt, æquales sint. ([s] Quoniam enim arcus RS, QO,  [s] 28. tertij.
quos diametri RS, QO, æqualium circulorum subtendunt, æquales sunt; addito arcu
communi OS, toti arcus OR, SQ, æquales fient.) Igitur & anguli Ors, Ssr, æquales
erunt. Præterea quia in triangulis rtC, suE, anguli r, s, æquales sunt ostensi, & anguli



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

[a] 10.1. Theo. *t,u, recti, (a quod axes AC, FE, recti ſint ad eorum circulos, ideoque ad eorundem dia metros, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.) & latera quoque Ct, Eu, æqualia; (Nam cum, vt ad*
[b] 26. primi. *definitiones ſinuum demonſtrauimus, ſinus verſi At, Fu, arcuum æqualium AQ, FR, æquales ſint, erunt quoque reliquæ partes Ct, Eu, diametrorũ AC, FE, æquales.) b erunt quoque rectæ rt, ſu, æquales, ideoque puncta r, ſ, à centris t, u, æqualiter diſtabunt.*

*ITAQVE quoniam in rectas Or, Sſ, in plano circuli ABCD, exiſtentes incidit recta rſ, hoc eſt, CE, producta, faciens angulos Orſ, Sſr, æquales; & in rectis Or,*
[c] 15.1. Theo. *Sſ, inſiſtunt plana circulorum OPQ, SMR, c quæ ad planum circuli ABCD, rectæ ſunt; communes ſectiones rnp, ſoq, plani CbdE, per CE, ducti cum planis circulorum OPQ, SMR, facient, per præcedens lemma 22. cum diametris OQ, SR productis in punctis r, ſ, angulos æquales Orn, Sſo, vel Orp, Sſq. Cum ergo puncta r, ſ, à cẽtris t, u, æqualiter diſtent, vt oſtendimus; cõmunes illæ ſectiones rnp, ſoq, abſcindent ex circulis OPQ, SMR, æquales arcus Qn, Ro; Qp, Rq: Item*




*Oo, Sa; Op, Sq, ex lemmate 21.*

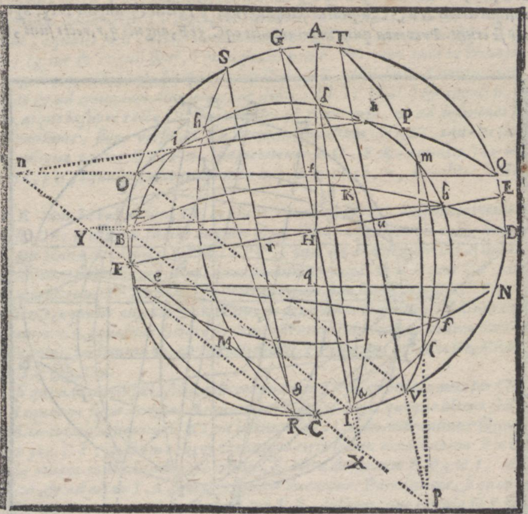
*QVOD ſi quando contingat, communem ſectionem rn, quam planum per CE, ductum cum circulo OPQ, facie, tangere circulum OPQ, tanget quoque altera ſectio communis ſo, circulum SMR, vt in lemmate 21. demonſtrauimus. Quocirca planum illud per CE, ductum tanget vtrumque circulorum OPQ, SMR. Puncta autem contactuum inuenientur, ſi circa diametros OQ, SR, circuli deſcribantur, & ex r, ſ, ad eos ducantur tangentes lineæ.*

*INTELLIGATVR deinde duci planum per C, polum Aequatoris, & F, polum circuli obliqui ei propinquiorem, quod faciat in circulo ABCD, communem ſectionem, rectam CF, in ſuperficie autem ſphæræ circulum CabdZF, qui Aequatorem ſecet in Z, b; circulum maximum obliquum GKI, in a, d; parallelum LMN, in f; SMR, in h; parallelum OPQ, in i, k; parallelum denique TPV, in l, m. Dico arcus abſciſſos (initio ſemper facto in Aequatore, eiuſque parallelis, à ſuperiore ſemicirculo, & in maximo*

circulo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*circulo obliquo, eiusque parallelis, à sectione boreali; Aut in illis à semicirculo inferiore, & in his à sectione australi, veluti propositio faciendum esse præscripsit.) BZ, Ia; Bb, Id; DZ, Ga; Db; Gd, in Aequatore, & circulo obliquo maximo GKI. Item Lf, Rh, Nf, Sh, in parallelis LMN, SMR: Ac tandem Oi, Vl; Ok, Vm; Qi, Tl; Qk, Tm, in parallelis OPQ, TPV, inter se esse æquales. Iuncta enim recta BI, quoniam quadrantes BC, FI, æquales sunt; dempto arcu cõmuni CF, reliqui quoque arcus BF, CI, æquales erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. parallelæ erunt BI, CF; ac proptereare ctæ HB, HI, secantes ipsã BI, secabũt quoque productæ eius parallelã CF productam in Y, X, [a] anguliq; ꝑpterea HBI,*




[a] 29. primi.

*HIB, angulus HYX, HXY, externi internis, æquales erunt.[b] Sunt autem HBI, HIB, in Isoscele HBI, æquales. Igitur & HYX, HXY, æquales erunt; [c] atque idcirco & rectæ HY, HX, æquales erunt, hoc est, puncta Y, X, à centro H, æqualiter distabunt. Faciat quoque planum circuli CabdZF, in Aequatore sectionem communem rectam YZb; in circulo GKI, rectam Xad; in parallelis LMN, SMR, rectas ef, gh; & in parallelis OPQ, TPV, rectas nik, plm.*

[b] 5. primi.
[c] 6. primi.

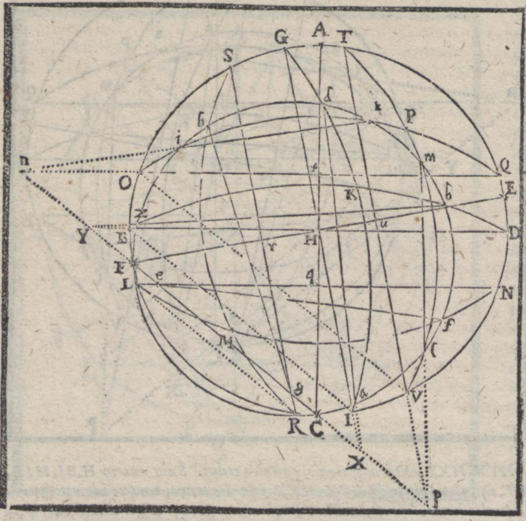
*ITAQVE quoniam in rectas DY, GX, in plano circuli ABCD, existentes incidens recta XY, hoc est, CF, producta, facit angulos æquales HYX, HXY: Et in rectis DY, GX, insistunt plana circulorum BKD, GKI, [d] quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt: communes sectiones YZb, Xad, plani circuli CabdZF, per CF, ducti cum planis circulorum BKD, GKI, facient cum diametris DB, GI, productis in punctis Y, X, æquales angulos DYb, GXd, ex lemmate 22. præcedente. Cum ergo puncta Y, X, à centro H, æqualiter distent, vt ostendimus, abscindent eædem communes sectiones YZb, Xad, per lemma 21. ex circulis BKD, GKI, æquales arcus BZ, Ia; Bb, Id. Item DZ, Ga; Db, Gd.*

[d] 15. 1. Theo.

*RVRSVS iuncta recta LR, [e] quoniam rectæ ex polis C, F, ad puncta L, R, circulorum*

[e] schol. 21. 1. Theod.

a 28. tertij. *lorum æqualium cadentes, sunt æquales;* [a] *erunt quoque arcus* CL, FR, *æquales; dem-
ptoque communi arcu* LR, *reliqui* CR, FL, *æquales erunt. Igitur ex scholio propos. 27.*
b 29. primi. *lib. 3. Euclid. parallelæ erunt* CF, RL; [b] *propterea que anguli* Neg, Sge *angulis* NLR,
c 27. tertij. SRL, *externi internis, æquales erunt.* [c] *Sunt autem* NLR, SRL, *æquales, quòd arcus*
d 28. tertij. NR, SL, *quibus insistunt, æquales sint.* ( [d] *Quoniam enim arcus* NL, SR, *quos diametri*
NL, SR, *circulorum æqualium subtendunt, æquales sunt; ablato arcu communi* LR,
*reliqui arcus* NR, SL, *æquales quoque erunt.) Igitur & anguli* Neg, Sge, *æquales in-*
e 10. 1. Theo. *ter se erunt. Præterea quia in triangulis* eqC, grF, *anguli* q, r, *recti sunt,* ( [e] *quòd axes*
CA, FE, *recti sint ad eorum circulos, ideoque & ad eorundem diametros, ex definitione 3. libri 11. Euclid.) & anguli* e, g, *ostensi æquales, atque rectæ* Cq, Fr, *sinus uersi arcuum æqualium* CL, FR, *æquales quoque, ut ad definitiones sinum demonstraui-*
f 26 primi. *mus;* [f] *erunt quoque rectæ* eq, gr, *æquales; ideoque puncta* e, g, *à centris* q, r, *æqualiter distabunt.*




*ITAQVE quia in rectas* LN, RS, *in plano circuli* ABCD, *existentes, incidens*
*recta* CF, *facit æquales angulos* geN, egS: *Et in rectis* LN, RS, *insistunt plana circu-*
g 15. 1. Theo. *lorum* LMN, RMS, [g] *quæ ad planum circuli* ABCD, *recta sunt: communes sectiones*
ef, gh, *quas planum circuli* CabdZF, *per* CF, *ductum in planis circulorum* LMN,
RMS, *facit, constituent cum diametris* LN, RS, *in punctis* e, g, *angulos æquales*
feN, hgS, *ex præcedente lemmate 22. Cum ergo puncta* e, g, *à centris* q, r, *æqualiter*
*distent, ut ostendimus; abscindent eædem communes sectiones* ef, gh, *per lemma 21. ex*
h 28. tertij. *circulis* LMN, RMS, *arcus æquales* Lf, Rh: *Item* Nf, Sh.
i schol. 21. 1 Theod. *DENIQVE iuncta recta* OV, *quoniam quadrantes* CD, FA, *æquales sunt; &*
*arcus quoq; ablati* DV, GO, *æquales;* ( [h] *Nam arcus* EV, AO, *toti æquales sunt,* [i] *quod*
k 27. tertij. *rectæ ex polis* E, A, *ad puncta* V, O, *circulorum æqualium cadentes, sint æquales.* [k] *Sunt*

*autem & arcus ED, AG, æquales, ob angulos EHD, GHA, qui æquales remanent, dempto communi AHE, ex duobus rectis EHG, AHD. Igitur & reliqui arcus DV, GO, æquales erunt.) erunt quoque reliqui arcus CV, FO, æquales; atque idcirco ex scholio propos. 27. lib. 3 Euclid. parallelæ erunt CF, OV: ac propterea rectæ QO, TV, secantes ipsam OV, secabunt quoque productæ eius parallelam productam CF, in n, p;*
*a ac proinde anguli QOV, TVO, angulis Qnp, Tpn, externi internis, æquales erunt.* a 29. primi.
*b Sunt autem anguli QOV, TVO, æquales, quòd arcus QV, TO, quibus insistunt, æqua-* b 27. tertij.
*tes sint. (c Quoniam enim arcus TV, QO, quos diametri TV, QO, circulorum æqua-* c 28. tertij.
*lium subtendunt, æquales sunt; dempto communi arcu QT, reliqui arcus QV, TO,*
*æquales erunt.) Igitur & anguli Qnp, Tpn, æquales erunt. Præterea quia in triangu-*
*lis ntG, puF, anguli t, u, recti sunt, (d quòd axes CA, FE, recti sint ad eorum circu-* d 10. 1. Theo.
*los, atque idcirco & ad eorundem diametros, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.) & anguli n, p,*
*ostensi æquales, atque insuper rectæ Ct, Fu, æquales; (Nam cum, vt ad definiones si-*
*nuum demonstrauimus, sinus versi At, Eu, arcuum æqualium AO, ET, æquales sint;*
*erunt quoque reliquæ partes Ct, Fu, diametrorum AC, FE, æquales.) e erunt* e 26. primi.
*quoque rectæ nt, pu, æquales; ideoque puncta n, p, à centris t, u, æqualiter distabunt.*

*ITAQVE cum in rectas Qn, Tp, in plano circuli ABCD, existentes incidens*
*recta np, hoc est, CF, producta faciat angulos Qnp, Tpn, æquales: In rectis autem*
*Qn, Tp, insistant plana circulorum OPQ, TPV, f quæ ad planum circuli ABCD,* f 15. 1. Theo.
*recta sunt: communes sectiones nik, plm, quas planum circuli CabdZF, per CF, ductum in planis circulorum OPQ, TPV, facit, constituent cum diametris QO, TV, productis in punctis n, p, æquales angulos Qnk, Tpm, ex præcedente lemmate 22. Cum ergo puncta n, p, à centris t, u, æqualiter distare sit demonstratum; abscindent eædem communes sectiones nik, plm, per lemma 21. ex circulis OPQ, TPV, arcus æquales Oi, Vl; ok, Vm; Item Qi, Tl; Qk, Tm.*

*QVOD si quando contingat, sectionem communem YZb, quam planum per CF, ductum cum Aequatore facit, tangere Aequatorem BKD, tanget quoque altera sectio communis Xad, circulum obliquum GKI, vt in lemmate 21. demonstrauimus. Quocirca tunc planum per CF, ductum tanget vtrumque circulorum maximorum BKD, GKI. Puncta autem contactuum reperientur, si circa diametros BD, GI, circuli describantur, & ad eos ex Y, X, lineæ tangentes ducantur. Pari ratione, si quando communis sectio nik, quam idem planum per CF, ductum cum circulo OPQ, facit, contingat ipsum circulum OPQ, tanget quoque altera sectio communis plm, circulum TPV, vt in lemmate 21. ostensum est. Quare tunc planum per CF, ductum continget vtrumque circulorum OPQ, TPV. Puncta vero contactuum inuenientur eodem modo, si circa diametros OQ, TV, circuli describantur, & ex punctis n, p, rectæ lineæ ducantur, quæ eos tangant.*

*HAEC posterior porrò demonstratio facile, si libuerit, accomodabitur etiam ad circulum maximum, qui ad Aequatorem rectus sit, eiusque parallelos: Sed nos breuitatis causa priore demonstratione contenti simus, quæ locum etiam habet in circulis ad Aequatorem rectis, vt ostensum est.*

LEMMA

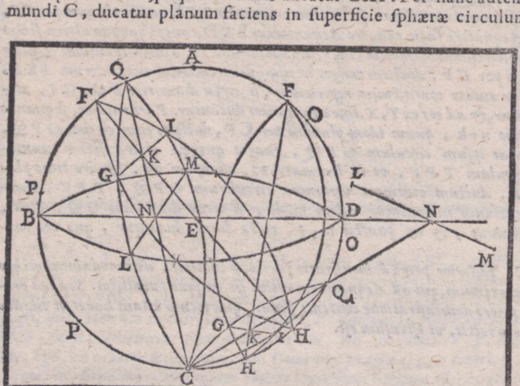
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## LEMMA XXIIII.

SI in ſphæra ſit circulus obliquus ſiue maximus, ſiue non maximus, & per quoduis punctum diametri ipſius, quam circulus maximus per eius polos, & polos mundi ductus facit, ad ipſam diametrum perpendicularis linea ducatur: Planum per vtrumuis polorum mundi & illam perpendicularem ductum faciet in plano Aequatoris communem ſectionem, rectam lineam perpendicularem ad Aequatoris diametrum, quam idem ille circulus maximus per dictos polos ductus facit.

IN ſphæra ABCD, cuius centrum E, ſit circulus obliquus quicunque, hoc eſt, non per mundi polos ductus ſiue maximus, ſiue non maximus FGHI: Et per A, C, polos mundi, & O, P, polos circuli obliqui, ducatur circulus maximus ABCD, qui [a] quoniam obliquum circulum ſecat bifariam, & ad angulos rectos, faciet communem ſectionem, diametrum circuli obliqui FH, ad quam per punctum quodlibet K, perpendicularis ducatur GKI: Per hanc autem, & polum mundi C, ducatur planum faciens in ſuperficie ſphæræ circulum CGQI, in

*a 15.1. Theo.*



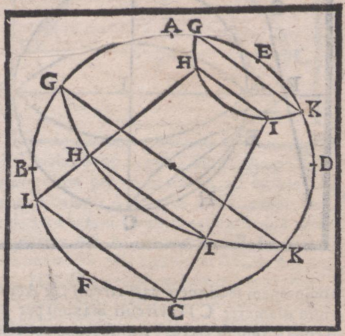

Aequatoris vero plano BLDM, etiam producto extra ſphæram, ſi opus fuerit, rectā LM, quæ diametrum eius BD, etiam productam, ſi neceſſe ſit, ab eodē circulo maximo ABCD, factā ſecet in N. Dico LM, eſſe ad BD, etiam productam, ſi fuerit opus, in N, perpendicularem. [b] Quoniam enim circulus obliquus FGHI, ad circulum ABCD, rectus eſt; erit per defin. 4. lib. 11. Eucl. recta GKI, quæ ad FH, communem ſectionem horum circulorum ducta eſt per-

*b 15.1. Theo.*

est perpendicularis, ad planum eiusdem circuli ABCD, perpendicularis. [a] Igitur [a] 18. vndec.
& planum, in quo circulus CGQI, existit, per GI, ductum ad eundem circulum
ABCD, rectum erit. [b] Quoniam igitur planum Aequatoris BLDM, ad planum [b] 15.1.Theo.
circuli ABCD, rectum est, cum per eius polos ducatur; (Quoniam enim ABCD,
per Aequatoris polos A, C, ducitur, transibit vicissim Aequator per illius polos,
ex schol. propos. 15. lib. 1. Theod.) & est ostẽsum quoq; planũ circuli CGQI, re-
ctum ad eiusdem circuli ABCD, planum; [c] erit quoque LM, communis sectio [c] 91. vndec.
plani Aequatoris, & plani circuli CGQI, ad eiusdem circuli ABCD, planum re
cta; ideoq; ex defin. 3. lib. 11. Eucl. eadẽ recta LM, ad diametrum Aequatoris BD
etiam productam, si opus sit, in N, perpendicularis erit. quod est propositum.

## LEMMA XXV.

**SI in sphæra per polos mũdi, & polos cuiusuis circuli obliqui maximi, eiusque parallelorum, maximus circulus ducatur, in quo ex alterutro mundi polo agatur diametro circuli obliqui parallela, & per hanc, planum vtcunque extendatur: Erunt duo arcus tam circuli maximi obliqui, quàm cuiuslibet parallelorum ipsius, inter circulum maximum per polos mundi, & circuli obliqui ductum, & planum secans intercepti æquales inter se.**




IN sphæra sit maximus circulus ABCD, per mundi polos A, C, & polos E, F, circuli maximi obliqui GHIK, & eius paralleli cuiuscunque GHIK, ductus; [d] ac proinde vtrumque bifariam secans, ita vt in vtroque semicirculus sit GHIK, & diameter GK, cui in eodem circulo maximo parallela per polum mundi C, agatur CL; per quam planum vtcunque ductum sit CLHI, secans vel circulum maximum obliquum, vel eius parallelum per rectam HI. Dico tam in illo, quàm in hoc, æquales esse arcus GH, KI, inter planũ secans, & maximum circulũ ABCD, interceptos. Si enim per rectã CL, [d] 15.1. Theo.
cogitetur ductũ planum circulo GHIK, parallelum; [e] erũt sectiones factę à pla- [e] 16. vndec.
no CLHI, videlicet rectæ CL, HI, parallelæ: Ponitur autem & diameter GK,
eidem CL, parallela. Igitur & GK, HI, parallelæ inter se erunt; ac propterea [f] 9. vndec.
ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. arcus intercepti GH, KI, æquales erunt.

EX quo fit, arcus etiam inter quæcunque duo plana per CL, ducta interceptos, æquales esse. Nam quodlibet abscindit arcus æquales inter ipsum & circulum maximum ABCD, interceptos. Si ergo minores ex maioribus demantur, reliqui inter duo plana intercepti æquales erunt.

EADEM hæc demonstratio in reliquos quoque semicirculos ex altera parte circuli maximi ABCD, quadrat, vt perspicuum est.

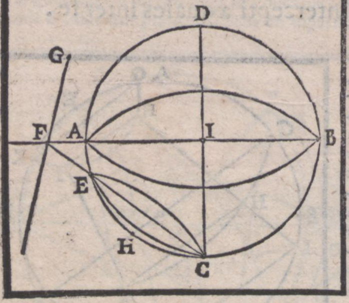
## LEMMA XXVI.

SI circulus in sphæra per alterutrum polorum mundi transeat, erit eius diameter ex illo polo ducta perpendicularis ad communem sectionem plani eius circuli, & plani Aequatoris.

IN sphæra sit Aequator AB, cuius poli C, D, & circulus quicunque CE, per polum C, ductus, cuius planum in plano Aequatoris faciat communem sectionem rectam FG, (concurret enim cum Aequatore, cum ei non sit parallelum) ducaturque ex polo C, diameter circuli CE, occurrens communi sectioni FG, in F.

[a] 20.1.Theo. Dico CF, ad FG, perpendicularem esse. [a] Per polum enim H, circuli CE, & C, polum Aequatoris ducatur circulus maximus CHEADB, [b] qui

[b] 15.1.Theo.




vtrumque secabit bifariam, & ad angulos rectos; ac proinde per diametrum CE, hoc est, per rectam CF, transibit. Vtrumque ergo planum, tam circuli CE, quam Aequatoris, vicissim rectum erit ad planum maximi circuli CHEADB; [c] ac propterea & eorum communis sectio FG, ad idem planum perpendicularis erit, hoc est, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam CF. quod est propositum.

[c] 19. vndec.

QVANDO circulus per polum C, ductus, est maximus qualis est ABCD, perspicuum est, eius diametrum CD, ad AB, communem sectionem dati circuli, & Aequatoris esse perpendicularem. Cum enim diameter CD, circuli maximi per polos ducti, sit axis; [d] axis autem ad Aequatorem sit rectus, transeatque per centrum sphæræ I, erit ex defin. 3. lib. 11. Euclid. eadem diameter CD, ad AB, communem sectionem circuli CADB, & Aequatoris, (Hæc enim sectio diameter est Aequatoris, [e] cum circuli maximi se mutuo bifariam secent) perpendicularis.

[d] 10.1. Theo.

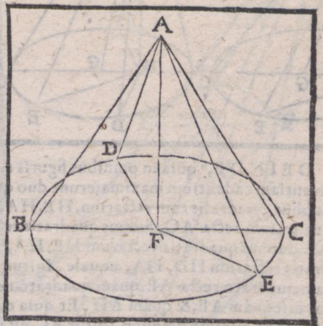
[e] 11.1.Theo.

LEMMA

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## LEMMA XXVII.

IN cono recto omnes rectæ à vertice ad circumferentiam basis ductæ sunt inrer se æquales: In scaleno vero cono inæquales, minima quidem, quæ ad extremum basis trianguli per axem, quod ad basem coni rectum est, ducitur ex parte anguli inclinationis axis, maxima autem, quæ ad alterum extremum basis eiusdem trianguli per axem ducitur: Et quæ propinquior est minimæ, remotiore semper minor est. Duæ vero tantum æquales erunt ad vtramque partem minimæ, vel maximæ.




SIT primum conus rectus ABC, cuius basis circulus BDCE, & axis ad basem rectus AF, in centro F; ducanturque quotuis rectæ ex vertice A, ad circumferẽtiam basis AB, AC, AD, AE. Dico eas omnes esse æquales. Ductis enim ex F, centro rectis FB, FC, FD, FE; quoniam latera AF, FB, lateribus AF, FD, æqualia sunt, angulosque continent æquales, quod omnes anguli ad F, quos facit axis AF, recti sint, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. [a] erunt quoque bases AB, AD, æquales. Non aliter ostendetur AD, vel AB, ipsi AC, vel AE, æqualis. Eademque de cæteris est ratio. *a 4. primi.*

DEINDE sit conus scalenus ABC, cuius basis circulus BDECF; axis AG, obliquus ad basem versus B, sitque triangulum per axem ABC, ad basem rectum, & á vertice A, demittatur perpendicularis AH; quæ in BC, cadet, hoc *b 38. vndec.*
est, vel in punctum B, vel inter B, G, vel extra basem. Demittantur autem à vertice A, quotuis rectæ AB, AD, AE, AC, quarum AB, AC, in extrema B, C, diametri basis BC, cadant. Dico omnium minimam esse AB, maximam AC, & AD, minorem quàm AE, &c. Iunctis enim rectis HD, HE, erunt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes anguli, quos perpendicularis AH, cum rectis HD, HE, HC, & cum alijs per H, ductis facit, recti. In prima ergo figura perspicuum est, perpendicularem AH, vel AB, minimam esse omnium, quæ ex A, in circumferentiam basis ducuntur, [c] cum minor sit quam AD, & quàm AE, & quàm AC, & quàm quæuis alia, *c 19. primi.*
quippe quæ in rectangulis triangulis opponatur acutis angulis, aliæ vero recto angulo. In alijs autem duabus figuris, [d] quoniam HB, minima est rectarum ex *d 7. vel 8. tertij.*
H, in circumferentiam cadentium; erunt duo quadrata rectarum HB, HA, mi-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

nora duobus quadratis tam rectarum HD, HA, quàm rectarum, HE,HA, &
[a] 47. primi. quàm rectarum HC,HA. [a] Est autem quadratum rectæ AB, æquale duobus quadratis rectarum HB,HA; & quadratum rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA; & quadratum rectæ AE, duobus quadratis rectarum HE,HA; & quadratum rectæ AC, duobus quadratis rectarum HC, HA. Igitur & quadratum rectæ AC, minus erit tam quadrato rectæ AD, quàm quadrato rectæ AE, & quam quadrato rectæ AC; ac proinde & recta AB, minor erit qualibet rectarum AD, AE, AC, & sic de cæteris. Minima ergo omnium est AB.

[b] 15. vel 7. vel 8. tertij. [c] 47. primi. DEINDE, [b] quia in omnibus figuris recta HC, est omnium ex H, in circumferentiam cadentium maxima; erunt duo quadrata rectarum HC, HA, maiora duobus quadratis tam rectarum, HE,HA, quàm rectarum HD,HA: [c] Est autẽ quadratum rectæ AC, duobus quadratis rectarum HC,HA, & quadratum rectę AE, duobus quadratis rectarum HE,HA, & quadratnm rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA, æquale. Igitur & quadratum rectæ AC, maius erit tam quadrato rectæ AE, quàm quadrato rectæ AD; ac proinde & recta AC, maior erit quàm AE, & quàm AD. Et quia maior etiam est, quàm AB, quòd AB, ostensa sit minima omnium. Igitur AC, est omnium maxima.

[d] 15. vel 7. vel 8. tertij. [e] 47. primi. RVRSVS, [d] cum HD, minor sit quàm HE, erũt duo quadrata rectarũ HD, HA, minora duobus quadratis rectarum HE, HA. [e] Est autem quadratum rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA, & quadratum rectæ AE, duobus quadratis rectarum HE, HA, æquale. Igitur & quadratum rectæ AD, quadrato rectæ AE, minus erit; ideoque recta AD, minimæ AB, propinquior, minor erit remotiore AE, & sic de cæteris.

POSTREMO sumatur arcus BF, arcui BD, æqualis, iungaturque recta HF, quę rectę HD, æqualis erit; in prima quidẽ figura, ex propos. 29. lib. 3. Eucl. in 2. vero ex vltima propos. scholij eiusdem propos. vel ex lemmate 21. supra demonstrato; in tertia denique ex eodem lemmate 21. Ducta ergo recta AF, quoniã latera AH, HF, lateribus AH, HD, æqualia sunt, angulosq; continent rectos, ex
[f] 4. primi. defin. 3. lib. 11. Eucl. [f] erũt quoq; bases AF, AD, æquales. Qđ aũt nulla alia hisce possit esse ęqualis, pspicuũ est, cũ oĩs recta ex A, ducta inter D, & C, vel inter F, & C, maior sit quã AD, vel AF; inter B, aũt & D, vel F, minor, vt demonstratũ est.

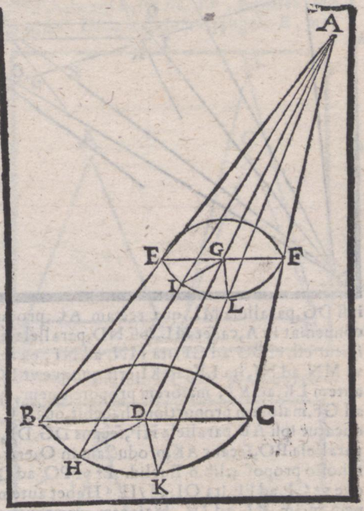
LEMMA

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## LEMMA XXVIII.

SI in cono ſit circulus baſi æquidiſtans, rectæ lineæ ex vertice in ſuperficie conica ductæ auferent ex baſe, & circulo æquidiſtante arcus ſimiles.

IN cono ABC, ſiue recto ſiue ſcaleno, circulus EF, æquidiſtet baſi BC; & ex vertice A, ducantur duæ rectæ vtcunque AH, AK, ad circumferentiam baſis, ſecantes circumferẽtiam circuli EF, in I, L. Dico arcus HK, IL, ſimiles eſſe. Ducto enim axe, AD, ſecante planum circuli EF, in puncto G, quod per lemma 16. centrum erit circuli EF, ducatur per rectas AD, AH, planum ſecans circulos BC, EF, parallelos per rectas DH, GI; Itẽ per rectas AD, AK, ducatur aliud planum ſecãs eoſdem circulos per rectas DK, GL.[a] Erũtq; rectę DH, DK, rectis GI, GL, parallelæ.[b] Igitur anguli HDK, IGL, ad centra ęquales erũt; ideoq; ex ſcholio pro poſ. 22. lib. 3. Euclid. arcus HK, IL, ſimiles erunt. Eadem ratione ſimiles quoque erunt tam arcus BH, EI, quã arcus CK, FL,[c] quòd tàm rectę DB, DH, rectis GE, GI, quàm rectæ DC, DK, rectis GF, GL, parallelæ ſint;[d] ac proinde tã anguli BDH, EGI, quã CDK, FGL, ad centra æquales ſint.




a 16. vndec.
b 10. vndec.
c 16. vndec.
d 10. vndec.

IDEM ſequitur, ſi baſis coni ſtatuatur circulus EF, & infra eam circulus illi parallelus BC, vt ex demonſtratione conſtat.

ITAQVE ſi alteruter circulorum EF, BC, in partes æquales diuidatur, & ex vertice A, per diuiſionum puncta rectæ emittautur, ſecabitur alter quoque circulus in partes æquales.

## LEMMA XXIX.

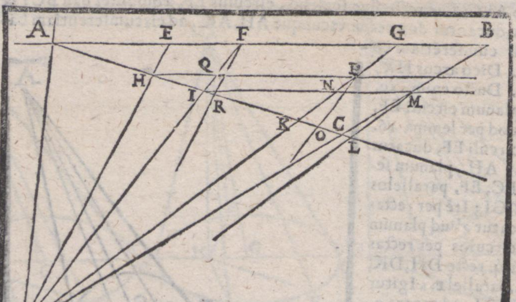
SI duæ rectæ lineæ ſe mutuo contingant in vno puncto, & à quouis puncto extra ipſas in eodem plano plures

rectæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

rectæ ducantur, quæ eas ſecent; Habebunt ſegmenta remotioris lineæ ab aſſumpto puncto, verſus punctum ſectionis linearum propoſitarum progrediendo, maiorem proportionem, quàm ſegmenta lineæ propioris.

DVAE rectæ AB, AC, ſeſe contingãt, vel ſecent in A, & ex puncto D, quotuis rectæ ducantur, DA, DE, DF, DG, DB, vtramque ſecantes. Dico maiorem proportionẽ eſſe BG, ad GF, quã CK, ad KI, & maiorem GF, ad FE, quàm KI, ad IH, & maiorem FE, ad EA, quàm IH, ad HA. Ducta enim per I, ipſi AB, parallela IM, ſecãte rectas DB, DG, in M, N, ducatur per M,




ipſi DG, parallela ML, quæ rectam AC, productã ſecabit in L. Cum enim MD, conueniat in A, cadet ML, ipſi ND, parallela extra triangulum DMN. Quoniã
a 2. ſexti. igitur eſt, vt BG, ad GF, ita MN, ad NI, ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Euclid. a &
b 8. quinti. vt MN, ad NI, ita LK, ad KI; erit quoque vt BG, ad GF, ita LK, ad KI. b Habet autem LK, ad KI, maiorem proportionem, quàm CK, ad KI. Igitur & BG, ad GF, maiorem proportionẽ habebit, quàm CK, ad KI. Eodem pacto, ſi per H, ducatur ipſi AB, parallela HP, ſecans DG, DF, in P, Q & per P, agatur ipſi DF, parallela PO, ſecans AK, productam in O; erit vt GF, ad FE, ita PQ, ad QH, ex
c 2. ſexti. ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Euclid. c Et vt PQ ad QH, ita OI, ad IH. Igitur erit quo
d 8. quinti. que vt GF, ad FE, ita OI, ad IH. d Habet autem OI, ad IH, maiorem proportionem, quàm KI, ad IH. Maiorem ergo proportionem habebit quoque GF, ad FE, quàm KI, ad IH. Atque ita agendum erit in cæteris ſegmentis, ſi plura fuerint, donec ad vltima duo FE, EA, ventum fuerit. Tunc enim non ducenda eſt per A, ipſi AB, parallela, ſed ſolum per F, ducenda FR, ipſi DE, parallela ſecans
e 2. ſexti. AI, productam in R. e Erit enim rurſus, vt FE, ad EA, ita RH, ad HA. f Habet
f 8. quinti. autem RH, ad HA, maiorem proportionem, quam IH, ad HA. Igitur & FE, ad EA, maiorem proportionem habebit, quàm IH, ad HA, quod eſt propoſitum.

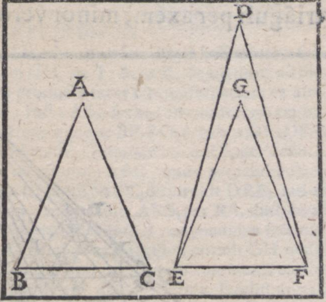


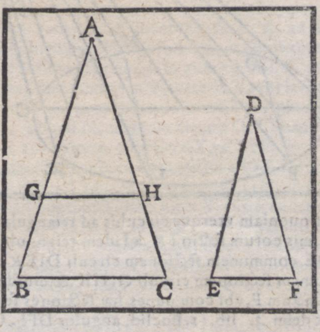
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# LEMMA XXX.

SI duo triangula Iſoſcelia baſes habeant æquales, latera verò vnius maiora ſint lateribus alterius: minora latera maiorem angulum continebunt. Et ſi vnius latera lateribus alterius maiora ſint, angulumque contineant maiorem: illius baſis baſe huius maior erit.

DVO triangula *I*ſoſcelia ABC, DEF, habeant baſes BC, EF, æquales, ſed latera DE, DF, maiora ſint lateribus A*B*, AC. Dico angulum A, angulo B, maiorem eſſe. [a] Deſcribatur enim ſupra baſem EF, triangulum *EGF*, triangulo ABC, æquilaterum, & æquiangulum, cadetque punctum *G*, intra triangulum DEF. Nam ſi extra caderet, vel rectæ EG, FG, includerent rectas. ED, FD; [b] atque ita eſſent latera GE, GF, hoc eſt, AB, AC, maiora lateribus DE, D*F*, qnod eſt contra hipotheſim; vel altera earum ſecaret alteram ipſarum DE, DF, atque ita vnus angulorũ G*E*F, GFE, eſset maior vno angulorũ DEF, DFE, & alter minor. [c] Cum ergo DEF, D*F*E, ſint ęquales, eſsẽt anguli GEF, GFE, inæquales, quod eſt abſurdũ, [d] cũ inter ſe ſint æquales. *I*dem ſequeretur ſi punctum G, diceretur cadere in alterutram rectarum DE, DF. Neque vero dici poteſt, ipſum cadere in D. Eſſent enim tunc latera DE, DF, lateribus AB, AC, æqualia, quod cum hypotheſi pugnat. Cadit ergo punctum G, intra triangulum D*E*F; [e] ideoque angulus G, hoc eſt angulus A, angulo D, maior erit, quod eſt propoſitum.




SINT rurſus *I*ſoſcelis ABC, duo latera AB, AC, maiora duobus lateribus DE, DF, anguluſque A, maior angulo D. Dico baſem BC, baſe EF, maiorẽ eſſe. Abſciſsis enim rectis AG, AH, æqualibus ipſis DE, DF; [f] erit ducta GH, ipſi B*C*, parallela. [g] Ergo vt AB, ad BC, ita AG, ad GH: Eſt autẽ AB, maior, quàm AG. [h] *I*gitur & BC, maior erit quàm GH. *I*tem cum latera AG, AH, lateribus D*E*, DF, ſint

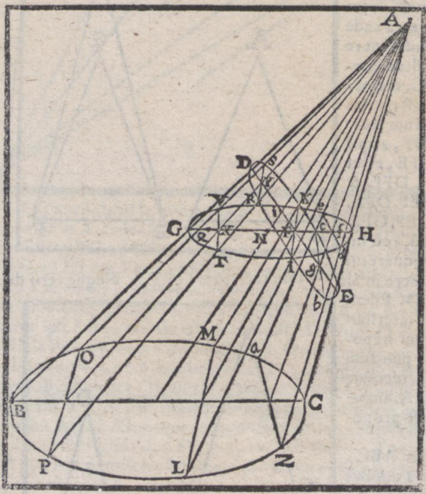
a 23. *primi.*
b 21. *primi.*
c 5. *primi.*
d 5. *primi.*
e 21. *primi.*
f 2. *ſexti.*
g 4. *ſexti.*
h 14. *quinti.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 24. primi. DF, sint æqualia, angulusque A, maior angulo D; a erit basis GH, maior base EF. Est autem BC, ostensa maior, quàm GH. Multo ergo maior erit BC, quàm EF, quod est propositum.

## LEMMA XXXI.

SI in cono scaleno circulus sit basi subcontrarie positus, rectæ lineæ ex vertice in superficie conica ductæ, quarũ vna sit latus trianguli per axẽ ad basem recti, auferent ex base, & circulo illo arcus dissimiles. Et si in vno auferãtur duo arcus oppositi æquales, auferentur in altero duo arcus inequales, maior quidem versus angulum minorem triãguli per axem, minor vero versus angulum maiorem.




IN cono ABC, scaleno triangulum per axem sit ABC, ad basem BC, rectum, & circulus subcontrariæ sectionis DE, cuius diametro DE, diuisa bifariam in F, ducatur per F, basi BC, parallela GH, per quam planum ducatur ad triangulũ per axem rectum, vel basi coni parallelum, faciẽs per lẽma 17. circulũ GIHK, qui circulum subcontrariæ sectionis secet in I, K; ducanturque primum duæ rectæ AL, AM, per I, K, cõmunes sectiones circulorum DIE, GIH, secantes basem in L, M. Dico tam arcus BL, DI, quàm BM, DK, & quàm CL, EI, & quã CM, EK, dissimiles esse. Secent enim plana circulorũ DE, GH, sese per rectã LK,

b 19. vndec. Et quoniam vterque circulus ad triangulum ABC, rectus est; b erit quoque cõmunis eorum sectio IK, ad idem triangulum recta; c cadetque propterea tam in

c 38. vndec. DE, communem sectionem circuli DIEK, & trianguli ABC, quàm in GH, communem sectionem circuli GIHK, & eiusdem trianguli ABC, ac propterea per punctum F, vbi communes hæ sectiones se mutuo diuidunt, transibit; facietque ex defin. 3. lib. 11. Euclid. angulos DFI, GFI, rectos. Quia vero diameter DE, secta est bifariam in F, erit diameter GH, maior, eiusque pars maior FG, versus

minorem angulum AGH, verget, vt in ſcholio lemmatis 17. demonſtrauimus, propter eaque centrum circuli GIHK, in recta FG, exiſtet, quod ſit N. Igitur ſegmentum IGK, maius erit ſemicirculo. Eſt autem IDK, ſemicirculus, quod F, centrũ ſit circuli DIEK. Igitur tã arcus IGK, IDK, quàm IHK, IEK, diſsimiles ſunt; & IGK, maior, quàm vt ſimilis ſit arcui IDK, at IHK, minor, quàm vt arcui IEK, ſimilis ſit. Et quia ſemicirculi IDK, IEK, bifariam ſecantur in D, E, quod ex penultima propoſitione ſcholij propoſ. 27. lib. 3. Euclid. ob angulos rectos ad F, quatuor arcus DI, IE, EK, KD, quadrãtes ſint; Item arcus IGK, IHK, secti ſunt bifariam in G, H. Nam recta NF, diuidens rectam IK, ex centro N, ad angulos rectos, [a] ſecat eandem bifariam. Igitur & arcus IHK, bifariam ſecabitur ex propoſ. vltima ſcholij propoſ. 27. lib. 3. Euclid. ac proinde & reliqui arcus GI, GK, ex ſemicirculis æquales erunt. Igitur & arcus GI, GK, ſemiſſes arcus IGK, maiores ſunt, quàm vt ſimiles ſint arcubus DI, DK, qui ſemiſſes ſunt arcus IDK; at HI, HK, ſemiſſes arcus IHK, minores, quàm vt ſimiles ſint arcubus EI, EK, qui ſemiſſes ſunt arcus IEK. Et quoniam arcus BL, BM, CL, CM, arcubus GI, GK, HI, HK, ſimiles ſunt, ex lemmate 28. erunt eodem modo arcus BL, BM, CL, CM, arcubus DI, DK, EI, EK, diſsimiles.

*a 3. tertij.*

DVCATVR deinde alia recta AP, ad circumferentiam baſis ſecans ſubcontrariam ſectionem in R, & circulum GH, in T: & ex R, demittatur ad diametrum DE, perpendicularis RY, quæ producta ſecet circumferentiam ex altera parte in S, ducaturque ex A, per S, recta AS, ſecans circumferentiam baſis in O, & circulum GH, in V. Dico arcus quoque BP, BO, arcubus DR, DS, & arcus CP, CO, arcubus ER, ES, diſsimiles eſſe. Quoniam enim RS, per defin. 4. lib. 11. Euclid. perpendicularis eſt ad triangulum ABC, quòd perpendicularis ſit ducta ad DE, communem ſectionem trianguli ABC, & circuli DRE, qui ad illud triangulum rectus eſt; [b] erit quoque triangulum ARS, per RS, ductum ad idem triangulum ABC, rectum, facietque in circulo GH, communem ſectionẽ TV, ſecãtem GH, diametrum in X. Quia ergo tam planum circuli GH, quàm trianguli ARS, rectum eſt ad triangulum ABC; [c] erit etiam communis eorum ſectio TXV, ad idem perpendicularis; ideoque ex defin 3. lib. 11. Euclid. anguli ad X, recti erunt; [d] atque adeo vtraque RS, TV, ſecta erit bifariam in Y, X, proptereaq; vterque arcus RDS, TGV, ex vltima propoſ. ſcholij propoſ. 27. lib. 3. Euclid. ſectus quoque erit bifariã; ac proinde & tam reliqui arcus ER, ES, quam HT, HV, ex ſemicirculis æquales erunt. Iam vero ſi ducatur recta ex A, ad X, ipſa tranſibit per Y. Cum enim ea recta in plano trianguli ABC, exiſtens rectã DE, in eodem triangulo exiſtentem, & exiſtens in triangulo quoque ATV, rectam RS, in eodem exiſtentẽ ſecet, ſolum vero punctum Y, rectæ RS, in triangulo ABC, exiſtat, (quia RS, ad illud triangulum perpendicularis eſt.) per punctũ Y, tranſibit omnino. Quare ducta recta AN, ad N, centrum circuli GH, ſecante ſemidiametrũ DF, in i; erit ex lemmate 29. maior proportio GX, ad XN, quàm DY, ad Yi: [e] Habet autem DY, ad Yi, maiorẽ proportionem, quàm ad YF. Igitur multo maiorẽ habebit GX, ad XN, quã DY, ad YF. [f] Si ergo ſecetur GN, in Q, vt ſit GQ, ad QN, ſicut DY, ad YF; cadet punctũ Q, inter G, & X. Nã ſi caderet vltra X, eſſet multo maior proportio GQ, ad QN, quàm GX, ad XN; quod tunc GQ, maior foret, quàm GX, & QN, minor quàm XN. Et quoniam per lemma 7. ſi per Q, duceretur ad GH, perpendicularis, vel ipſi TV, parallela, abſcinderetur arcus arcui RDS, ſimilis; erit arcus TGV, maior, quam vt ſimilis ſit arcui RDS; ideoque & ſemiſſes GT, GV, maiores ſunt, quàm vt ſimiles ſint ſemiſsibus DR, DS; atque idcirco reliqui arcus ex ſemicirculis HT, HV, minores erunt,

*b 18. vnde.*

*c 19. vndec.*

*d 3. tertij.*

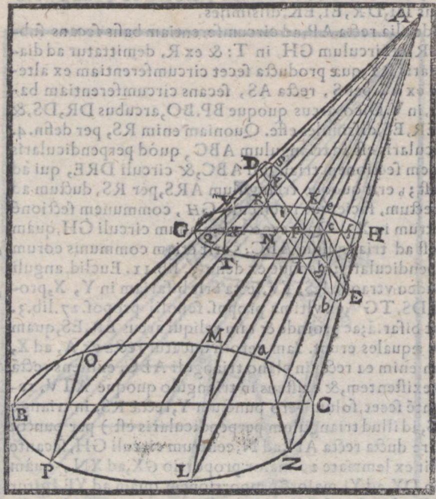
*e 8. quinti.*

*f 10. ſexti.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

quàm vt ſimiles ſint reliquis arcubus ER, ES, ex ſemicirculis. Quia vero ex lemmate 28. arcus BP, BO, CP, CO, arcubus GT, GV, HT, HV, ſimiles ſunt; erunt arcus BP, BO, CP, CO, eodẽ modo arcubus DR, DS, ER, ES, diſsimiles. Eodẽ pacto oſtẽdemus, vbicunq; perpendicularis TV, ſemidiametrũ GN, ſecet, & perpẽdicularis RS, rectã Di, arcũ à perpẽdiculari TV, abſciſſum eſſe maiorẽ, quã vt ſimilis ſit arcui, quẽ tũc perpẽdicularis RS, abſcindit, &c. Quòd ſi perpẽdicularis TV, tranſeat per centrũ N, ac proinde perpẽdicularis RS, per punctũ i, manifeſtũ eſt, arcum per illã abſciſſum, maiorẽ eſſe, quàm vt ſimilis ſit arcui per hanc abſciſſo, cum illa ſemicirculus ſit, hic vero ſemicirculo minor. Eademq; ratione, ſi perpendicularis TV, ſecet GF, vltra N, centrũ & citra F, ac propterea perpẽdicularis RS, ſemidiametrũ DF, vltra i, & citra F, auſeretur ex circulo GH, arcus ſemicirculo maior, & ex circulo DE, minor, atque idcirco ille maior erit, quàm vt huic ſimilis ſit. Contrariũ accidet, ſi ex parte alterius ſemicirculi IEK, recta quæcunque ex vertice A, ducatur Ab, ſecans circulum GH, in d, & demittatur bg, ad DE, perpendicularis ſecans circumferentiam ex altera parte in c,




puncto, per quod ex vertice A, recta emittatur ſecans circulum GH, in e.
a 18. vnde. [a] Erit enim hoc triangulum Abc, rectum ad triangulum ABC, quia nimirũ ducitur per rectam bg, ad triangulum ABC, perpẽdicularem; facietq; cũ circulo GH, ſectionẽ rectã de, quæ ſecet GH, in f. Quia ergo tam planum circuli GH, quã trianguli Abc, rectum eſt ad triangulũ
b 19. vnde. ABC; [b] erit eorum communis ſectio de, perpẽdicularis quoq; ad triangulum ABC; ideoq; ex defin. 3. lib. 11. Euclid. &
c 2. tertij. ad rectam GH, in f. [c] Secatur ergo vtraque bc, de, bifariam in g, f; atq; idcirco ex vltima propoſitione ſcholii propoſ. 27. lib. 3. Euclid. vterq; arcus bEc, dHe, bifariam ſecabitur in E, H: & ducta recta Ag, tranſibit per punctum f. Eadem enim prorſus hic eſt demonſtratio, quę in triangulo ARS; quia recta Ag, exiſtens in vtroque plano tam trianguli ABC, quàm trianguli Abc, ſecat vtramque rectam GH, de, in illis planis exiſtentem; ac propterea in earum communi ſectione f, quod ſolum punctum f, rectæ de, ad triangulum ABC, perpendicularis, ſit in triangulo ABC. Quamobrem per lemma 29. maior erit pro-
d 8. quinti. portio Eg, ad gF, quàm Hf, ad fF: [d] Sed proportio Hf, ad fF, maior eſt, quàm ad fN. Igitur multo maior erit proportio Eg, ad gF, quàm Hf, ad fN; atque idcirco

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

circo arcus bEc, maior erit, quàm vt ſimilis ſit arcui dHe; quod oſtendetur,
quemadmodum probatum eſt, arcum TGV, eſſe maiorem, quàm vt arcui RDS,
ſimilis ſit, propterea quòd maior erat proportio GX, ad XN, quàm DY, ad YF.
Igitur & ſemiſſes Eb, Ec, maiores erunt, quàm vt ſimiles ſint ſemiſsibus Hd, He;
ideoque reliqui arcus Db, Dc, ex ſemicirculis minores erunt, quàm vt reliquis
arcubus Gd, Ge, ex ſemicirculis ſimiles ſint. Quoniam autē productis rectis Ab,
Ac, ad baſem, arcus Cz, Ca, Bz, Ba, arcubus Hd, He, Gd, Ge, ex lemmate 28. ſimi
les ſunt; erunt illi eodem modo arcubus Eb, Ec, Db, Dc, diſsimiles.

CAETERVM ex parte ſemicirculi IEK, à rectis ex vertice A, eductis
auferri maiores arcus ex eo, quàm vt ſimiles ſint arcubus ex baſe BC, abſciſ-
ſis, hoc eſt, arcubus ex circulo GH, abſciſsis, cum hi ex lemmate 28. ſimiles
ſint arcubus baſis; facile hoc etiam modo demonſtrabimus. Ducta vtcunque
recta bc, ad diametrum DE, perpendiculari, demittantur ex vertice A, rectæ
Ab, Ac, ſecantes circulum GH, in d, e, iungaturque recta d e.[a] Et quoniam a 28. *primi.*
IK, bc, parallelæ ſunt, ob angulos rectos ad F, g; duci poterunt per ipſas duo
plana parallela. Intelligatur ergo per IK, ductum planum triangulo Abc,
parallelum; [b] facietque in hiſce planis parallelis planum circuli GIHK, ſe- b 16. *vnde.*
ctiones parallelas IK, d e. Cum ergo bc, eidem IK, ſit parallela oſtenſa; [c] erunt c 9. *vndec.*
etiam bc, d e, parallelæ. Igitur triangulum Ade, ex coroll. propoſ. 4. lib. 6.
Euclid. triangulo Abc, ſimile erit.[d] Quare erit vt Ab, ad bc, ita Ad, ad d e. d 4. *ſexti.*
Cum ergo Ab, maior ſit, quàm Ad; [e] erit quoque bc, maior quàm d e. Quocir- e 14. *quinti.*
ca cum circulus DE, minor ſit circulo GH, quod diameter DE, minor ſit oſten-
ſa, quàm diameter GH; auferet bc, maior linea ex minore circulo DE, maio-
rem arcum bEc, quam vt ſimilis ſit arcui dHe, quem minor linea d e, ex ma-
iore circulo GH, auſert; ex ijs, quæ in lemmate propoſ. 6. lib. 3. Theod. de-
monſtrauimus. Igitur & ſemiſſes Eb, Ec, maiores erunt, quàm vt ſimiles ſint
ſemiſsibus Hd, He. Vterque enim arcus bEc, dHe, biſariam ſectus eſt in E,
H, ex vltima propoſ. ſcholii propoſ. 27. lib. 3. Euclid. Nam diameter DE,
ſecat rectam bc, per conſtructionem ad angulos rectos; [f] Item diameter GH, f 29. *primi.*
ſecat d e, ad angulos rectos, ob parallelas IK, d e, quarum IK, ad angulos re-
ctos ſecatur à GH, vt ſupra oſtendimus, propterea quod IK, communis ſectio
circulorum DE, GH, ad triangulum ABC, rectorum, recta eſt ad idem trian-
gulum; ac proinde & ad rectam GH, perpendicularis, ex defin. 3. lib. 11. Eu
clid. [g] ac proinde & biſariam vtraque bc, d e, ſecabitur. Quocirca cum arcu- g 3. *tertij.*
bus Hd, He, ſimiles ſint arcus Cz, Ca, ex lemmate 28. erunt quoque arcus Eb,
Ec, maiores, quàm vt ſimiles ſint arcubus Cz, Ca, & ex ſemicirculis reliqui Db,
Dc, minores, quàm vt ſint reliquis Bz, Ba, ex ſemicirculis ſimiles.

EX his omnibus conſtat, quemlibet arcum vtriuſuis circuli interceptum
inter latus trianguli per axem longius, & rectam quamcumque ex vertice de-
miſſam, maiorem eſſe, quàm vt ſimilis ſit arcui alterius circuli inter eaſdem
rectas intercepto, vſque ad finem ſemicirculi. Ita enim demonſtratum eſt,
arcus BP, BL, BZ, maiores eſſe, quàm vt arcubus DR, DI, Db, ſimi-
les ſint: Item arcus Eb, EI, ER, maiores, quàm vt ſimiles ſint arcubus CZ,
CL, CP; eademque ratio eſt de cæteris. Itaque ſi ſemicirculus DIE, ſece-
tur in ſingulos gradus, complectetur arcus ſemicirculi BLC, reſpondens vni
gradui ſemicirculi DIE, plus quam vnum gradum: Et arcus reſpondens duo-
bus gradibus, maior erit duobus gradibus: Et arcus reſpondens tribus gradi-
bus, maior erit tribus gradibus; atque ita deinceps vſque ad finem vtriuſque ſe-
micirculi DIE, BLC, initio ſemper facto à punctis D, B, in arcubus. Sic

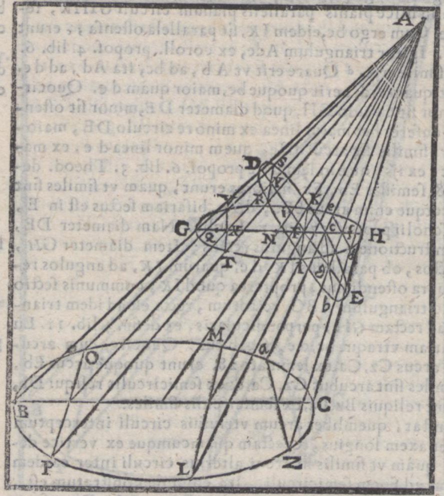
etiam, si semicirculus CLB, in suos gradus secetur; erunt ordine singuli arcus semicirculi EID, initio semper facto à punctis E, C, maiores quam 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. gradus.

POSTREMO sint arcus oppositi æquales DR, Ec, ducanturque rectæ ARP, Aca, secantes circulum *GH*, in T, e. Dico arcus BP, Ca, inæquales esse, maiorem quidem BP, minorem vero Ca. Sumptis enim aliis duobus arcubus DS, Eb, æqualibus ipsis DR, *E*c, iungantur rectæ RS, bc, & per S, b, ducantur duæ rectæ AS, Ab, secantes basim in O, Z, & circulum *GH*, in V, d, iunganturque rectæ TV, d e. Eruntque, vt paulo ante demonstrauimus, bc, d e, parallelæ. Nam cum arcus Eb, *E*c, æquales sint; erunt & reliqui bi, c*K*, ex semicirculis æquales. *I*gitur ex scholio propos. 27. lib 3. Euclid. *IK*, bc, parallelæ sunt. Quocirca si

*a 16. vnde.* per *IK*, intelligatur duci planum triangulo Abc, per bc, ducto parallelum, a faciet in his planis parallelis planum circuli *GH*, sectiones parallelas *I*K, de. Cum

*b 9. vndec.* ergo bc, eidem *IK*, ostensa sit parallela; b erunt etiam bc, d e, parallelæ. Eodem modo parallelæ erunt *R*S, TV, ac proinde tam triangula Abc, Ade, quàm ARS, ATV, similia erunt, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid. Sunt autẽ Abc. ARS, *I*soscelia, quod ex lemmate 27. tã Ab, Ac, æqualiter distantes à maxima AE, quã AR, AS, æqualiter distantes à minima AD, æquales sint. *I*gitur & Ade, ATV, *I*soscelia sũt. Et quoniã latera AR, AS, minora sunt lateribus Ab, Ac, ex lemmate 27.

*c 19. tertij.* c basis autem RS, basi bc, æqualis, ob arcus æquales RDS, bEc; erit per lemma 30. præcedens, angulus RAS, maior angulo bAc. Cum ergo per lemma 27. latera AT, AV, maiora sint lateribus Ad, Ae; erit per præcedens lemma 30. basis TV, base d e, maior; ac propterea




ex scholio propos. 28. lib. 3. Eucl. arcus T*G*V, maior erit arcu d*H*e. Quia vero

*d 29, primi.* TV, ostensa est parallela ipsi *IK*, & *GH*, secat ipsam *I*K, ad angulos rectos; d secabitur quoq; TV, ad angulos rectos, & bifariã in X: ac proinde ex vltima propos. scholij propos. 27. lib. 3. Eucl. arcus quoque T*G*V, bifariam secabilur in *G*. Eademq; ratione & arcus d*H*e, erit in *H*, sectus bifariam. *C*um ergo arcus T*G*V, sit ostensus maior arcu dHe; erũt & semisses *G*T, GV, semissibus *H*d, *H*e, maiores. Sed *his* quatuor arcubus similes sunt, ex lẽmate 28. quatuor arcus B*P*, BO, *C*Z, Ca. *I*gitur & BP, BO, maiores sunt, quàm CZ, Ca. Pari ratione, si arcus BP,

Ca, æqua-

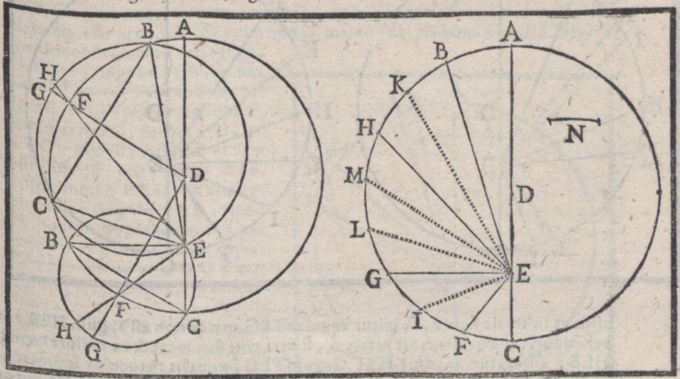
Ca, æquales ponantur, ostendemus Ec, maiorem quàm DR. Nam facta eadē constructione, erit angulus dAe, maior angulo TAV, & basis bc, maior bases RS, &c.

ITAQVE singuli arcus semicirculi BLC, à B, vsque ad L, quod punctum respondet puncto I, in quadrante DI, maiores sunt singulis arcubus æqualibus respondentibus à C, vsque ad L. Nam arcus circumferentiæ CL, æquales sunt arcubus circumferentiæ CM, qui arcubus circumferentiæ BL, opponuntur, minoresque sunt ostensi arcubus circumferentiæ BL. Sic etiam singuli arcus semicirculi EID, ab E, vsque ad punctum, quod medio puncto semicirculi CLB, respondet, maiores sunt singulis arcubus respondentibus æqualibus à D, vsque ad idem punctum, quod medio puncto semicirculi CB, respondet.

## LEMMA XXXII.

SI in diametro circuli, præter centrum, punctum quodpiam sumatur, & ex eo rectæ educantur, quæ in circumferentia circuli duos arcus ęquales intercipiant: Erunt anguli ab ipsis comprehensi inæquales, maiorque erit ille, cuius lineę à centro lõgius absunt. Et si rectæ ductæ cõtineãt angulos æquales, erunt arcus intercepti inæquales, maiorque erit ille, cuius lineæ centro propinquiores sunt.

IN circulo ABC, cuius centrum D, in diametro AC, ex puncto E, præter centrum, primum tres rectæ EC, EF, EB, egrediantur intercipientes duos arcus continuos æquales CF, FB, siue eorum initium C, sit in extremo diametri, siue non. Dico angulum CEF, angulo FEB, esse maiorem. Ducta enim chorda



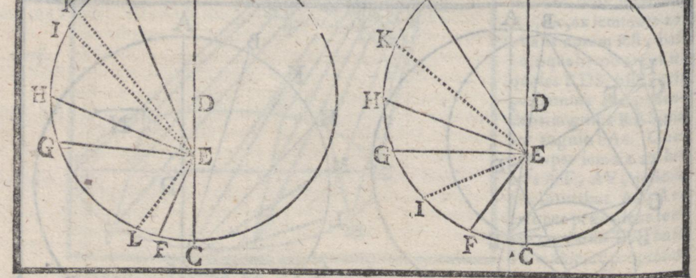

CB, [a] describatur circa triangulum BCE, circulus, qui circulum ABC, secabit in B, C, [b] cum eum in duobus illis punctis tangere nequeat. Ducta iam recta DF, & pro-

a 5. quarti.
b 13. tertij.

& producta, donec circulum BCE, secet in G; quoniam arcus BFC, sectus est bifariam in F, secabitur quoque recta BC, bifariam, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. Igitur & arcus BGC, per idem scholium, in G, sectus erit bifariam. Producta ergo recta EF, donec arcum BGC, secet in H; erit arcus BG, hoc est, CG, maior arcu BH. Multo ergo maior erit arcus CH, arcu BH. Igitur ex scholio propos. 27. lib 3. Euclid. angulus CEH, angulo BEH, maior erit. quod est propositum.

DEINDE quatuor rectæ EF, EG, EH, EB, intercipiant duos arcus æquales non continuos FG, HB, quorum alter totus sit extra alterum, vt in secunda figura. Dico rursus, angulum FEG, maiorem esse angulo HEB. Aut enim intermedius arcus GH, vtrique arcui FG, HB, commensurabilis est; aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis, & sit eorum maxima mensura communis N, singulique arcus FG, GH, HB, diuidantur in partes ipsi N, æquales, nimirum FG, HB, in binas FI, IG; HK, KB: & GH, in tres GL, LM, MH. Ductis igitur rectis EI, EL, EM, EK; erit, vt iam demonstratum est, angulus FEI, maior angulo IEG, quod arcus FI, IG, æquales sint continui; & eadem de causa angulus IEG, maior quàm GEL, & hic maior quàm LEM, & hic maior quã MEH, & hic maior quàm HEK, & hic maior quàm KEB, & sic deinceps, si fuerint plures arcus æquales. Multo ergo maior erit angulus FEI, angulo HEK, & IEG, maior quam KEB; ac proinde & totus angulus FEG, toto angulo HEB, maior erit. quod est propositum.

SED iam sit arcus intermedius GH, vtrique arcui FG, HB, incommensura-




bilis, vt in tertia figura. Si igitur angulus FEG, maior non est angulo HEB, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum, si fieri potest, minor; & ex maiore angulo HEB, auferatur angulus HEI, angulo FEG, æqualis: atque ex lemmate 2. propos. 8. lib 3. Theodos. inueniatur arcus HK, maior quidem quàm HI, minor vero quàm HB, & arcui intermedio GH, commensurabilis. Et quia arcus FG, arcui HB, ponitur æqualis, erit arcus FG, maior quam HK. Abscisso ergo arcu

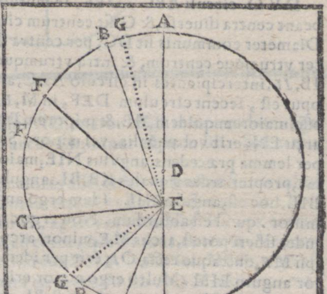
GL,

GL, æquali ipsi *HK*, ductaque recta EL; quoniam arcus LG. HK, non continui sunt æquales, & intermedius arcus G*H*, est vtrique commensurabilis, ex constructione; erit, vt proxime demonstratum est, angulus LEG, maior angulo *HEK*. Ergo multo maior angulo *HEI*. Cum ergo ex constructione, angulus *HEI*, ablatus sit angulo *F*EG, æqualis; erit quoq; angulus LEG, maior angulo *F*EG, pars toto. quod est absurdum. Non ergo minor est angulus FEG, angulo *H*EB.

SIT deinde, si fieri potest, angulus FEG, angulo *H*EB, æqualis, vt in quarta figura; sectisque arcubus *F*G, *H*B, æqualibus bifariam in I, K, ducantur rectæ EI, EK. Quoniam ergo tam continui arcus *H*K, KB, semisses arcus HB, quàm arcus continui FI, IG, semisses arcus FG, æquales sunt; erit, vt supra demonstrauimus, angulus *H*EK, maior semisse anguli *H*EB. Eadem ratione angulus FEI, maior erit angulo IEG, ideoque angulus IEG, minor semisse anguli *F*E*G*. Cum ergo anguli FEG, *H*EB, ponantur æquales; erit IEG, minor quàm *H*EK. quod est absurdum. Cum enim arcus IG, HK, semisses arcuum æqualium FG, *H*B, æquales sint, & non continui, si quidem intermedius G*H*, est illis commensurabilis, erit angulus IE*G*, maior angulo *H*EK, vt demonstratum est; si vero incommensurabilis, non poterit angulus IEG, minor esse angulo *H*EK, vt paulo ante demonstratum etiam est. Non ergo angulus FEG, angulo *H*EB, æqualis est: sed neque minor est ostensus. Maior ergo est. quod est propositum.

AD extremum quatuor rectæ E*F*, *E*G, *E*I, E*H*, intercipiant arcus æquales FG, I*H*, habentes partem communem IG, vt in proxima quarta figura. Dico rursus, angulum FEG, maiorem esse angulo *IEH*. Nam cum æquales sint arcus FG, I*H*; ablato communi IG, erit reliquus FI, reliquo *G*H, quoque æqualis. Ergo vt ostendimus, angulus FEI, angulo *G*E*H*, maior erit: additoque communi angulo IEG, totus quoque angulus FEG, toto angulo *I*EH, maior erit. quod est propositum.

SED iam rectæ EC, *E*F, E*B*, constituant in E, angulos æquales C*E*F, *F*EB, siue continuos, siue non continuos, vt in quinta figura. Dico arcum BF, maiorem esse arcu *F* C. Si enim non est maior, sit primum æqualis. Ergo vt iam demonstratum est, erit angulus C*E*F, angulo *F*EB, maior. quod est contra hypothesim. Sit deinde, si fieri potest, arcus BF, minor arcu FC, fiatque *F*G, ipsi FC, æqualis. Igitur vt iam ostensum est, erit angulus C*E*F, maior angulo FEG. Multo ergo maior angulo FEB. quod est contra hypothesim. Cum ergo arcus BF, non sit æqualis, nec minor arcu FC; erit omnino maior. quod est propositum.




ITAQVE theorematis huius posterior pars, quam proxime demonstrauimus, multo vniuersalior est propositione vltima scholij propos. 29. lib. 3. Eucl. vbi solum probatum est, si duo anguli C*E*F, *F*EB, sint æquales, initio facto à

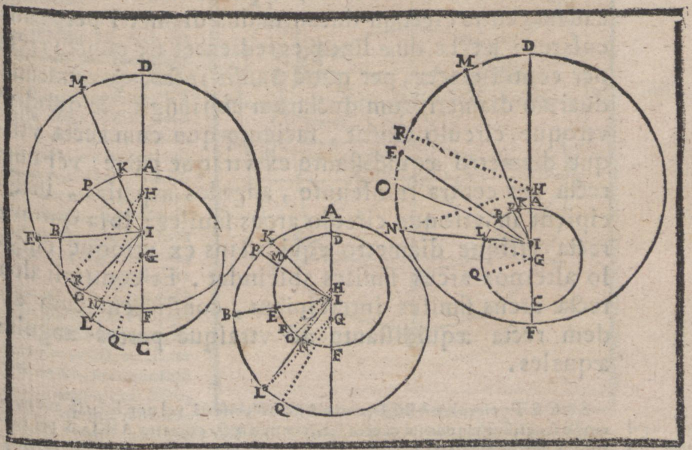
puncto diametri C, arcum BF, arcu FC, maiorem esse: quod tamen hic demonstratum est de quotlibet angulis, & arcubus siue continuis, siue non continuis, & siue vnus eorum initium sumat à diametro, siue non.

## LEMMA XXXIII.

SI in circulis se mutuo secantibus, vel non secantibus, diuersa tamen centra habentibus, punctum quodpiam in communi eorum diametro per vtrumque centrum ducta, præter centra sumatur, quod & inter vtrumque centrum, & intra vtrumque circulum existat: Rectæ lineæ ab eo puncto eductæ secantes vtriuslibet circulorum circumferentiam in arcus æquales, secabunt alterius circumferentiam in arcus inæquales, maiorque semper erit ille, cuius lineæ centro propinquiores sunt: Arcus item quilibet illius circuli, cuius centrum est inter assumptum punctum, eiusque circumferentiam, interceptus inter communem diametrum, & quamlibet rectam ex eodem puncto eductam, si minor est semicirculo, maior est, quàm vt similis sit arcui alterius circuli inter easdem rectas intercepto.

DVO circuli ABC, DEF, se mutuo secent, vel si non se intersecant, habeant centra diuersa, & G sit centrum circuli ABC, at *H*, centrum circuli DEF. Diameter communis sit DC, per centra G, *H*, transiens. Ex puncto autem I, inter vtrumque centrum, & intra vtrumque circulum, cadant quotuis lineæ IK, IB, *IL*, intercipientes in circulo ABC, arcus æquales KB, BL, productæ autē, si opus est, secent circulum DEF, in M, E, N. Dico arcus ME, EN, inæquales esse, maiorem quidem ME, & minorem EN. Si namque arcus ME, maior non est arcu EN; erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, æqualis. Ergo per lemma præcedens, angulus NIE, maior erit angulo EIM. Sed per idem lemma, propter arcus æquales KB, BL, angulus KIB, hoc est, EIM, maior est angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Idem ergo angulus NIE, maior est angulo E*I*M, & minor. quod est absurdum. Non ergo arcus ME, arcui EN, æqualis est. Sit deinde, si fieri potest, arcus ME, minor arcu EN. Abscisso ergo arcu EO, æquali ipsi ME, ductaque recta O*I*; erit per idem lemma præcedens, angulus OIE, maior angulo EIM. Multo ergo maior erit angulus NIE, angulo EIM. Sed per idem lemma, ob arcus æquales KB, BL, angulus KIB, hoc est, EIM, maior est angulo BIL, hoc est, angulo N*I*E. *I*dem ergo angulus NIE, maior est, & minor, eodem angulo E*I*M. quod est absurdum. Non ergo arcus ME, arcu EN, minor est: Sed neque æqualis, vt ostensum est. *I*gitur maior.

EADEM ratione, si æquales ponantur arcus ME, EN, erit arcus LB, maior arcu BK. Si enim non est maior, sit primum, si fieri potest, æqualis. Ergo per lemma præcedens, angulus KIB, hoc est, EIM, maior erit angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Sed per idem lemma, ob arcus æquales ME, EN, angulus NIE, maior est angulo EIM. Idem ergo angulus NIE, maior est, & minor, eodem angulo EIM. quod est absurdum. Non ergo arcus LB, arcui BK, æqualis erit. Sit deinde, si fieri potest, arcus BL, minor arcu BK. Abscisso ergo arcu BP, æquali ipsi LB, ductaq; recta PI; erit per idem lemma præcedens, angulus PIB, maior angulo BIL. Multo ergo maior erit angulus KIB, hoc est, EIM, angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Sed per idem lemma, ob æquales arcus ME, EN, angulus NIE,



maior est angulo EIM. Idem ergo angulus NIE, maior est, & minor eodem angulo EIM. quod est absurdum. Non ergo arcus LB, minor est arcu BK: Sed neque æqualis, vt ostendimus. Igitur maior.

DICO rursus arcus DM, DE, DN, maiores esse, quàm vt similes sint arcubus AK, AB, AL. Item arcus CL, CB, CK, maiores, quã vt similes sint arcubus FN, FE, FM Ducta enim recta HN, ex centro H, agatur ei parallela GQ, ex centro G.ª Quoniã igitur anguli DHN, AGQ, ad cẽtra ęquales sunt, externus & internus; erunt ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus DN, AQ, similes. Maior ergo est MN, quàm vt similis sit arcui AL, qui pars est arcus similis AQ. Eodemque modo ostendes DE, DM, maiores esse, quàm vt similes sint arcubus AB, AK. *a 29. primi.*

RVRSVS ducta recta GL, ex centro G, agatur ei parallela HR, ex centro H.ᵇ Quia igitur anguli CGL, FHR, ad centra æquales sunt, externus & internus; erunt ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus CL, FR, similes. Maior ergo est *b 29. primi.*

CL, quàm vt arcui FN, qui ipsius FR, pars est, similis sit. Eademque ratione erunt CB, CK, maiores, quàm vt ipsis FE, FM, similes sint.

PERSPICVVM autem est, propositionem hanc veram esse, siue arcus in vtroque circulo continui sint, siue non continui. Id quod ex antecedenti lemmate apparere potest.

## LEMMA XXXIIII.

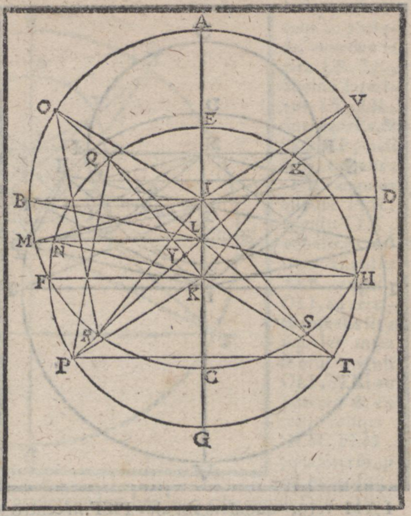
SI circulus circulum bifariam secet, vel non bifariam, aut nullo modo secet, & per centra ad rectam per eadem centra eiectam ducantur duæ diametri perpendiculares: Rectæ duæ lineæ egredientes ex puncto rectæ per centra eiectæ, per quod transit recta, quæ extrema duarum diametrorum ductarum coniungit, & quod in vtroque circulo existit, facientesque cum recta vtrique diametro æquidistante ex vtraque parte, vel cum recta per centra transeunte, angulos æquales, intercipient in vtroque circulo arcus similes: Ipsa quoque recta vtrique diametro æquidistans ex vtroque circulo alternos arcus similes abscindet. Et contra si duæ rectæ arcus similes intercipiant, constituent cum eadem recta æquidistante ad vtrasque partes angulos æquales.

SECET circulus ABCD, circulũ EFGH, bifariã, vel non bifariã, aut nullo modo secet; sintque eorum centra I, K, per quę recta eijciatur AIKG, & per eadẽ ad AG, perpendiculares educantur BID, FKH, quarũ posterior cadet in cõmunes sectiones circulorũ F, H, quãdo vnus alterũ bifariã secat, vt cõtingit in prima & secũda figura, cũ hæc diameter FH, sit cino ad AG, perpendicularis. Quia enim tunc recta IK, ex cẽtro I, secans rectã FH, in circulo ABCD, bifariã in K, (quod
a 3. tertij. K, cẽtrũ sit circuli EFGH,) [a] secat eandẽ ad angulos rectos; erit diameter FH, ad eandẽ AG, perpendicularis. Ducta autẽ recta BH, secet eandem AG, in L, puncto existente in vtroq; circulo, ex quo ad eandẽ AG, perpendicularis erigatur LM, secans circulum EFGH, in N: ac tandem ad L, fiant duo anguli æquales MLO, MLP, ac proinde ex rectis reliquos OLA, PLG, secetq; recta LO, circulũ EFGH, in Q, recta vero LP, circulum ABCD, in R. Dico & arcus alternos CM, EN, vel AM, GN, quos perpendicularis LMN, abscindit, & arcus OR, QP, inter duas re-
b 28. primi. ctas LO, LP, esse similes. [b] Quoniam enim BD, FH, ad AG, perpendiculares paral-
c 29. primi. lelæ sunt, [c] erunt anguli alterni IBL, KHL, æquales: Sunt autem & recti BIL,
d 15. primi. HKL, [d] & anguli BLI, HLK, ad verticem æquales. Aequiangula igitur sunt
e 4. sexti. triangula BIL, HKL. [e] Erit igitur vt BI, ad IL, ita HK, ad KL. Est autem MI,

ipsi

ipſi BI, & NK, ipſi HK, æqualis. Igitur erit quoque vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Quoniam igitur in triangulis MIL, NKL, anguli recti ILM, KLN, æquales ſunt, & latera circa angulos MIL, NKL, proportionalia, vt oſtendimus, reliquorum autem angulorum M, N, vterque minor eſt recto, ex coroll. 1. propoſ. 17. lib. 1. Euclid. [a] erunt ipſa triangula æquiangula, anguloſque MIL, NKL, ad centra æquales habebunt. Igitur ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. arcus CM, EN, ſimiles ſunt; ac proinde ex ſemicirculis reliqui AM, GN, ſimiles quoque erunt, ex eodem ſcholio. quod eſt ſecundum.

[a] 7. ſexti.




IVNGANTVR rectæ IO, KP, IR, KQ. Et quoniam in triangulis ILO, KLP, anguli ILO, KLP, æquales ſunt, (Cũ enim MLI, MLK, recti ſint, & MLO, MLP, æquales, ex hypotheſi; erunt etiam reliqui ILO, KLP, æquales.) & latera circa angulos LIO, LKP, proportionalia, (Erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo OI, ipſi MI, & PK, ipſi NK, ſit æqualis; erit quoque, vt OI, ad IL, ita PK, ad KL,) reliquorum autem angulorum IOL, KPL, vterque recto minor eſt, [b] quòd ductæ rectæ AO, CO; EP, GP, in ſemicirculis faciant angulos rectos, quorum illi partes ſunt; [c] erunt ipſa triangula æquiangula, anguloſque LIO, LKP, habebunt æquales.

[b] 31. tertij.
[c] 7. ſexti.

RVRSVS quia in triangulis ILR, KLQ, anguli ILR, KLQ, æquales ſunt, (cum enim æquales poſiti ſint MLR, MLQ, additis rectis æqualibus MLI, MLK, toti ILR, KLQ, æquales fiunt.) & latera circa angulos LIR, LKQ, proportionalia, (Erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo RI, ipſi MI, & QK, ipſi NK, ſit æqualis; erit quoque vt RI, ad IL, ita QK, ad KL.) reliquorum autem angulorum IRL, KQL, vterque recto minor eſt, [d] quòd ductæ rectæ AR, CR; EQ, GQ, faciant in ſemicirculis angulos rectos quorũ illi partes ſunt; [e] erunt triágula ipſa æquiangula, anguloſque LIR, LKQ, æquales habebunt: Oſtenſi ſunt autem & æquales toti anguli LIO, LKP. Ablatis igitur æqualibus LIR, LKQ, reliqui OIR, QKP, æquales etiam erunt in centris I, K; ac proinde ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. arcus OR, QP, ſimiles erunt. quod eſt primum.

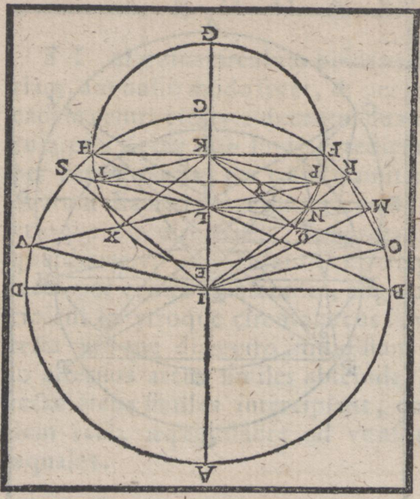
[d] 31. tertij.
[e] 7. ſexti.

VERVM intercipiant iam rectę LO, LP, arcus ſimiles OR, QP. Dico angulos



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

gulos OLM,PLM, æquales esse. Poductis enim OL,PL, vsque ad T, V, iunga-
tur rectæ OR, QP; IS,KT; IV,KX. Et quia triangula quatuor IOS,IRV, KQT,
a 5. primi. KPX, Isoscelia sunt; [a] erunt bini anguli in singulis æquales. Quoniam vero in
b 15. primi. triangulis OIL, TKL, [b] anguli ad verticem L, æquales sunt, & latera circa angu
los OIL, TKL, proportionalia, (erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad
IL, ita NK, ad KL. Cum
ergo OI, ipsi MI, & TK,
ipsi NK, sit æqualis; erit
quoque vt OI, ad IL,
ita TK, ad KL) reliquo-
rum autem angulorum
c 31. tertij. IOL,KTL, vterq; minor
recto est, [c] quod ductæ re
ctæ AO,CO,ET,GT, an
gulos in semicirculis fa-
ciant rectos, quorum illi
d 7. sexti. partes sunt; [d] erũt trian-
gula ipsa æquiangula,
æqualesque habebunt an
gulos LIO, LKT, &
IOL,KTL. Erat autẽ an
gulo IOL, æqualis angu
lus ISL, & angulo KTL,
angulus KQL, ꝑpter Iso
scelia IOS,KQT. Qua-
tuor ergo anguli IOL,
ISL, KQL, KTL, æqua-
les inter se sunt. Eadem
prorsus ratione ostende-
mus quatuor angulos
IVL, IRL, KXL, KPL,
æquales esse inter se.



e 20. tertij. IAM vero, [e] quoniam angulus PKT, in centro K, vel certe spatium ad cen
trum K, insistens arcui PGT, vt in secunda figura, duplum est anguli PQT, ad
circumferentiam; estque angulus PKT, vel spatium ad K, arcui PGT, insistens,
f 32. primi. æquale tribus angulis PLT, LPK, LTK, ([f] quòd tam PKG, duobus PLK, LPK,
quàm TKG, duobus TLK, LTK, æqualis sit.) erunt quoque tres hi anguli simul
g 32. primi. PLT, LPK, LTK, dupli anguli PQT. [g] Sed rursus angulus PLT, æqualis est
duobus LOR, LRO. Igitur quatuur anguli LOR, LRO, LPK, LTK, simul dupli
quoque erunt eiusdem anguli PQT. Cum ergo paulo ante ostensus sit angulo
LTK, æqualis angulus IOL; erit totus angulus IOR, vna cum LRO, LPK (sum
pto IOL, pro LTK) duplus eiusdem anguli PQT.

PRAETEREA quoniam triangula Isoscelia OIR, QKP, angulos habent
h 32. primi. ęquales I, K, in centris, ob positos similes arcus OR, QP; [h] erunt reliqui duo
vnius æquales reliquis duobus alterius, ac ꝑpterea quatuor anguli IOR, IRO,
KPQ, KQP, æquales inter se erunt; ideoque duo IOR, IRO, dupli erunt anguli
KQP. Quare cum tres anguli IOR, LRO, LPK, proxime ostensi sint dupli angu
li PQT: sint autem nunc quoque duo IOR, IRO, ablati ex tribus IOR, LRO,
i 5. quinti. LPK, ostẽsi dupli anguli KQP, ablati ex PQT; [i] erunt quoq; reliqui IRL, LPK,
simul

ſimul dupli reliqui KQL. Sunt autem ſupra oſtenſi æquales IRL, LPK. Igitur LPK, ſolus ipſi KQL, æqualis erit. Cum ergo ipſi KQL, æqualis ſit oſtenſus KTL, erunt quoque KPL, KTL, inter ſe æquales.

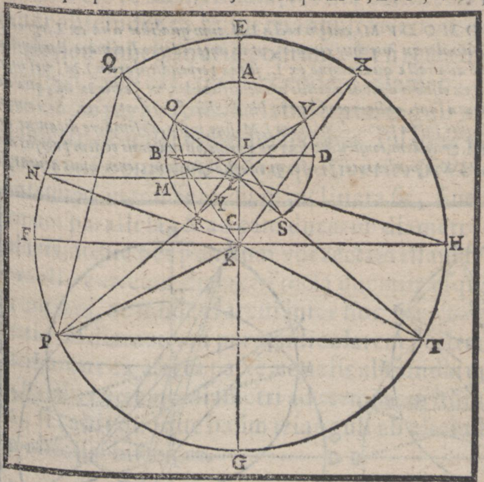
AD extremum iuncta recta PT, [a] erunt anguli KPT, KTP, æquales. Si igitur addantur ad æquales KPL, KTL, vel certe auferantur, vt in ſecunda figura, æquales quoque erunt vel toti, vel reliqui LPT, LTP; [b] ideoque & rectæ LP, LT, ęquales erunt, ac proinde, cum duo latera LP, LK, duobus lateribus LT, LK, ſint, æqualia, & baſis KP, baſi KT, æqualis; [c] erit angulus quoque PLK, angulo TLK, æqualis. [d] Cum ergo angulus TLK, angulo OLI, ad verticẽ æqualis ſit; æquales inter ſe erũt anguli OLI, PLK: ac ꝑpterea & ex rectis reliqui OLM, PLM, ęquales erũt. ꝙ eſt propoſitũ.

a 5. *primi.*

b 6. *primi.*

c 8. *primi.*

d 15. *primi.*




CAETERVM non eſt prætereundum hoc loco, cum anguli OIR, QKP, ad centra I, K, æquales ſint, ob poſitos arcus ſimiles OR, QP; vtrilibet eorum æqualem eſſe angulum OLP, quem rectæ OL, PL, arcus ſimiles abſcindentes cõſtituunt. Secent enim ſeſe PL, QK, in Y. Et quoniã angulus LPK, angulo KQL, oſtenſus eſt æqualis: [e] ſunt autem & anguli PYK, QYL, ad verticem æquales; erunt ex coroll. 1. propoſ. 32. lib. 1. Euclid. reliqui etiam anguli PKQ, PLO, in triangulis PKY, QLY, æquales. Eodem modo oſtendetur idem angulus PLO, angulo OIR, æqualis.

e 15. *primi.*

QVOCIRCA ſi vterque angulorum æqualium OLM, PLM, inſiſtat arcui ſemiſsis vnius gradus in circulo, qui ex centro L, deſcriberetur, ita vt totus angulus OLP, arcui vnius gradus inſiſtat; inſiſtent quoque anguli illi æquales OIR, QKP, arcubus vnius gradus: Et ſi angulus OLP, inſiſtat duobus gradibus, erunt arcus OR, QR, binorũ graduum, &c. Itaque duci poſſunt ex L, duę rectæ abſcindentes arcus ſimiles OR, QP, qui gradus contineant, quotquot quis iuſſerit: ſi nimirum conſtituantur anguli æquales OLM, PLM, quorum quilibet complectatur dimidiatum numerum graduum, qui imperantur.

HAEC autem demonſtratio, vt vides, locum habet in omnibus caſibus, ſiue centrum maioris circuli ſit intra minorem, vt in prima figura, ſiue extra,

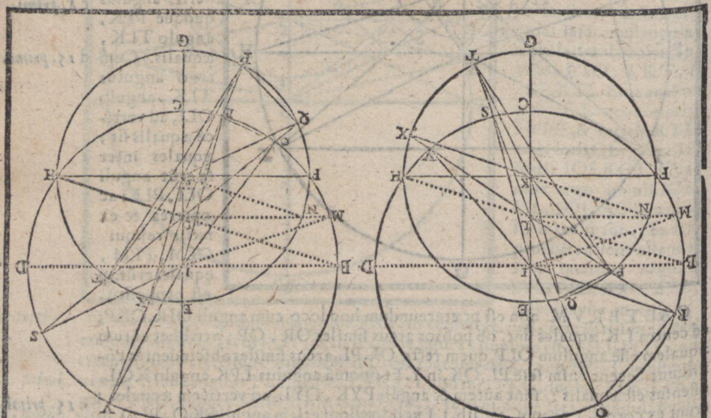
vt in

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

vt in secunda, & tertia, siue etiam in ipsa circumferentia minoris. Item siue altera linearum OL.PL, cadat infra diametrum FH, vt in prima figura, & tertia, siue vtraque supra eam diametrum, vt in secunda figura, dummodo ex vtraque parte perpendicularis LM, æquales cum ea angulos constituant.

## *SCHOLIVM.*

*QVEMADMODVM autem recta LA, cum qualibet alia ex L, egrediente aufert arcus dissimiles ex vtroque circulo, vt in antecedente lemmate demonstratum est, ita quoque duæ rectæ quæcunque ex L, supra perpendicularem LM, vel infra cadentes auferunt ex eisdem duobus circulis arcus dissimiles, vt facile ex his, quæ hoc lemmate demonstrata sunt, colligi potest, vt in his duabus figuris apparet. Si namque duæ rectæ OL, PL, siue supra perpendicularem LM, siue infra, abscindere dicantur arcus similes OR, QP, & eadem constructio fiat quæ prius, ostendemus eodem prorsus modo, angulos OLI, PLK, æquales inter se esse. quod est absurdum, cum vnus acutus sit,*



*& alter obtusus. Solum igitur arcus similes inter duas rectas intercipi possunt inter duas rectas, quæ æquales angulos cum LM, vtrinque faciunt, hoc est, quarum vna supra LM, & altera infra cadit.*

## LEMMA XXXV.

SI in circulo duæ diametri sese ad angulos rectos secent, & in eodem recta ducatur ad vtramque diametrum

inclinata,

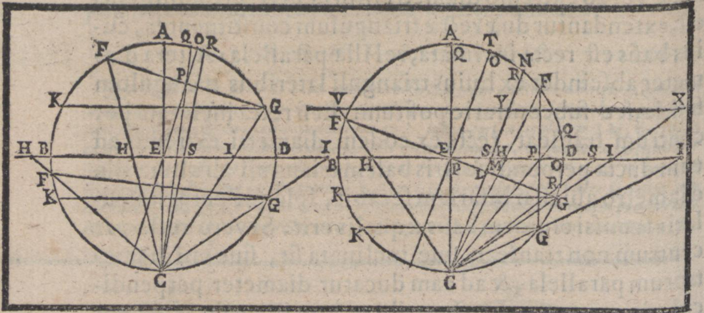
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

inclinata, vel vni earum parallela; ab vno autem extremo alterutrius diametrorum per extrema rectæ lineæ inclinatæ, vel ab extrémo diametri illius, cui recta equidistans est, extendantur duæ rectæ triangulum constituentes, cuius basis est recta inclinata, vel illa parallela: Altera diameter abscindet ex huius trianguli lateribus triangulum simile, sed subcontrarie positum. Et si recta inclinata per centrum transeat, recta ex eodem diametri extremo ad eam ducta perpendicularis basem trianguli ab altera illa diametro abscisſi bifariam secabit, ipsaque perpendicularis semissi eiusdem basis æqualis erit. Si vero recta per centrum non transeat, siue inclinata sit, siue vni diametrorum parallela, & ad eam ducatur diameter perpendicularis, atque per punctum vbi rectam illam secat, ex eodem illo extremo diametri recta ducatur vsque ad circũferentiam, ac tandem arcui inter hoc punctum circumferentiæ, & diametrum perpendicularem postremo loco ductam, arcus ex altera parte æqualis abscindatur: Recta ex dicto illo extremo diametri ad terminum huius arcus ducta, secabit quoque basim trianguli ab altera illa diametro abscisſi bifariam.

SECET sese in circulo ABCD, cuius centrum E, duæ diametri AC, BD, ad rectos angulos, sitque ad vtramque inclinata recta FG, siue citra centrum, vel vltra existat, vt in prima figura, siue per centrum transeat, vt in secunda figura, siue non sit inclinata, sed vni diametrorum, verbi gratia, ipsi AC, parallela, vt in eadem secunda figura; siue denique tota inclinata sit ex vna parte diametri AC, vt in tertia, & quarta figura: quod duobus modis fieri potest. Aut enim ea alteram diametrum BD, secat, vt in tertia, aut non secat, vt in quarta figura. Atque ex puncto C, per extrema F, G, duæ rectæ extendantur CF, CG, constituentes triangulum CFG, secantesque diametrum BD, in H, I. Dico triangulum abscissum CHI, triangulo CFG, simile esse, sed subcontrarie positum, hoc est, angulum CHI, angulo CGF, & angulum CIH, angulo CFG, esse æqualem, &c. Ducta enim GK diametro BD, parallela, erunt arcus BK, DG, æquales, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. Si igitur ex quadrantibus æqualibus BC, DC, demantur, vel quando GK, est vltra diametrum BD, addantur; erunt quoque reliqui arcus, vel conflati CK, CG, æquales [a] Ideoque. & anguli CGK, CFG, illis insistentes ad circumferentiam æquales erunt. [b] Est autem angulo CGK, angulus CIH, internus externo, æqualis Igitur & anguli CIH, CFG, æquales erunt. Cũ ergo angulus FCG, vtrique triangulo sit cõmunis; erunt ex coroll. 1 propos. 32. lib. 1.

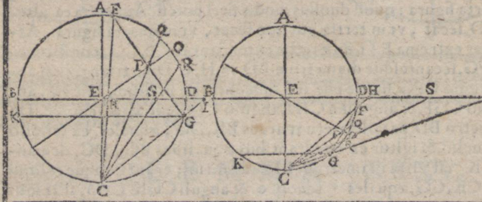
a *27. tertij.*
b *29. primi.*

a 4. sexti. 32.lib.1.Euclid. triangula CHI, CFG, æquiangula; [a] ac propterea latera circa æquales angulos habebunt proportionalia, ideoque similia erunt, sed subcontrarie posita.




DVCATVR iam ex eodem puncto C, ad rectam inclinatam FG, per centrum transeuntem (vt in secunda figura) perpendicularis CL, secãs basem HI, in M, quod facile fiet hoc modo. Sumatur arcui CG, arcus GN, æqualis, ducaturque recta CN. Hæc enim ad FG, in L, perpendicularis erit. Recta namque EL, ex centro secans arcum CN, bifariam in G, secabit quoque ex scholio propos.27.lib.3.Euclid. rectam CN, bifariam. [b] Igitur & ad angulos rectos. Dico basem HI, trianguli abscisi CHI, sectam esse in M, bifariam, rectamque CM, vtriq; semissi MI, MH, æqualẽ esse. [c] Quoniã enim angulus FCG, in semicirculo rectus est, & ex eo ad FG, basem triãguli rectãguli CFG, demissa est perpendicularis CL; [d] erit angulus GCL, angulo CFG, & angulus FCL, angulo CGF, æqualis. Sed angulo CFG, angulus CIH, & angulo CGE, angulus CHI, ostensus est æqualis. Igitur tam anguli GCL, CIH, quam anguli FCL, CHI, æquales erunt, [e] Quare tam latus IM, lateri CM, in triangulo MCI, quàm latus HM, eidem lateri CM, in triangulo MCH, æquale erit; ac proinde & rectæ MI, MH, æquales erunt, & vtrique earum æqualis CM, quod est propositum.

b 3. tertij.
c 31. tertij.
d 8. sexti.
e 6. primi.




RVRSVM ducatur ad FG, (in aliis etiam figuris) non per centrum transeũtem diameter perpendicularis EO, [f] quæ ipsam FG, bifariam secabit in P, puncto, per quod ex eodem puncto C, recta emittatur secans circumferentiam in Q, & arcui OQ, æqualis sumatur arcus OR, ac tandem ex eodem puncto C, per R,

f 3. tertij.

per R, recta ducatur secãs HI, basem trianguli abscisi in S. Dico basẽ HI, in S, sectã esse bifariam. Quoniã enim triãgula CFG, CIH, similia ostensa sunt, sed subcontrarie posita, habentia angulos æquales F, I; Sunt aũt in triangulis CFP, CIS, [a] anguli quoque FCP, ICS, æquales, ob arcus æquales FQ, GR. (Nam cum æquales sint arcus OF, OG, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucli. quod recta FG, secta sit bifariam in P; si demantur æquales OQ, OR, reliqui etiam FQ, GR, æquales erunt.) Igitur & triangula CFP, CIS, æquiangula erunt. [b] Quocirca erit, vt FG, ad FC, ita IH, ad IC, & vt FC, ad FP, ita IC, ad IS. Igitur ex æqualitate, (vt in apposita formula apparet) erit quoque, vt FG, ad FP, ita IH, ad IS. Est autem FG, ipsius FP, dupla. Igitur & IH, ipsius IS, dupla erit, ac proinde IH, in S, bifariam secabitur. quod est propositum. Immo si ad rectam FG, per centrum transeuntem ducatur diameter ET, perpendicularis, & arcui TA, æqualis sumatur TN, (Ducta enim est etiam CA, per E. punctum intersectionis diametri perpendicularis ET, cum FG,) secabit recta CN, basem HI, bifariam quoque in M. quod eadem ratione probabitur, vt patet, si pro A, sumatur litera Q, & O, pro T, & R, pro N, & S, pro M, & P, pro E, vt in secunda figura apparet. Diligenter autem attendendum est, (ne confusio fiat in triangulis priorum duarũ figurarum, quæ assumũtur, propter easdẽ literas repetitas.) vt eæ semper literæ accipiantur, quę propriis triangulis debentur. In duabus figuris posterioribus non est hoc periculum.

a 27. tertij.

b 4. sexti.

| | |
|---|---|
| FG, | IH, |
| FC, | IC, |
| FP, | IS, |

Hoc idem, quod posterius dixi de recta FG, per centrum ducta, nullo negotio colligi potest ex superiore demonstratione, quando probatum est, perpendicularẽ CL, bifariã secare HI, in M. Quoniã enim totus arcus CDA, totius arcus DA, & ex toto CDA, ablatus AN, ex toto DA, ablati AT, duplus est, ex cõstructione; [c] erit quoque totius CDA, reliquus CN, ex toto DA, reliqui DT, duplus. Cũ ergo DT, ipsi CG, æqualis sit; (Nam ex quadrantibus GT, CD, dẽpto cõmuni arcu GD, reliqui arcus DT, CG, ęquales erunt.) erit quoque arcus CN, arcus CG, duplus: sed quando arcus CG, duplicatur vsque ad N, recta CN, ad FG, perpendicularis est, diuiditq; HI, bifariam, vt supra demonstratũ est. Igitur quando arcui TA, æqualis sumitur TN, recta quoq; CN, bifariam secabit HI, in M, cum ex hoc sequatur reliquum arcum CN, sectum esse bifariam in G, vt demonstratum est.

c 5. quinti.

QVANDO recta inclinata FG, per centrum transit, vt in secunda figura, demonstrabimus triangulũ CHI, abscissum triangulo CFG, esse simile, sed subcõtrarie positum, etiamsi parallela G, ducta nõ sit, hoc modo. [d] Quoniã angulus FCG, in semicirculo rectus est, atq; ex eo demissa perpendicularis CE, ad basem trianguli CHI; [e] erit angulus HCE, angulo CIH, & angulus ICE, angulo CHI, æqualis. [f] Est autem angulo HCE, æqualis angulus CFG, (Ambo enim insistunt arcubus AF, CG, [g] qui ęquales sunt, propter angulos ad verticẽ in cẽtro E, æquales AEF, CEG, [h] & angulo ICE, angulus CGF, ęqualis, quod ambo insistant arcubus AG, CF, [i] qui æquales sunt, ob angulos AEG, CEF, ęquales ad verticẽ E, in centro. Igitur & anguli CIH, CFG, & CHI, CGF, ęquales erũt; estque angulus FCG, cõis. Igitur æquiangula sunt triãgula CHI, CFG, & subcontrarie posita.

d 31. tertij.

e 8 sexti.

f 27. tertij.

g 26. tertij.

h 27. tertij.

i 26. tertij.

## COROLLARIVM.

*EX ijs quæ hoc loco demonstrata sunt, colligitur, si in quouis circulo duæ diametri sese ad rectos angulos secantes ducantur, rectam lineam, quæ ad aliquam aliam diametrum obliquam perpendicularis ducitur ab extremo*

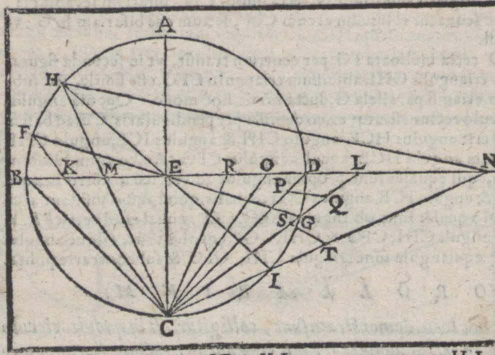


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*vtriusuis diametrorum sese ad angulos rectos secantium, diuidere bifariã segmentum cuiusuis lineæ rectæ alteri diametro æquidistantis interceptum inter rectas ex eodem illo puncto extremo per terminos diametri obliquæ eductos. Vt si in circulo ABCD, secundæ figuræ ductis duabus diametris sese ad rectos angulos secantibus AC, BD, ex puncto extremo CL, diametri AC, ad quamlibet obliquam diametrum FG, ducatur perpendicularis CL: dico eam productam secare bifariam in Y, segmentum VX, cuiusvis rectæ VX, alteri diametro BD, æquidistantis, inter rectas CF, CG, interiectum. Quoniam enim ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. est vt HM, ad MI, ita VY, ad YX, estq; HM, ipsi MI, æqualis, vt ostensum est; erit quoque VY, ipsi YX, æqualis. Eademque ratio est de quacunque alia linea æquidistante ipsi BD, siue ea vltra BD, quantouis interuallo distans ducatur, siue citra BD.*

## LEMMA XXXVI.

SI in circulo duæ diametri sese ad rectos angulos secent, & in eodē aliæ duæ diametri ad illas inclinatæ ducātur, ab vno autē extremo alterutrius diametrorū priorum per extrema posteriorū binæ rectæ extēdantur: Erūt rectæ ex altera priorum diametrorum à binis rectis abscissæ maiores diametro circuli, ipsęq; inter se erunt quoq; inęquales, maior videlicet illa, cuius diameter inclinata maiorē angulum cum altera illa diametrorum priorum cōstituit.




IN circulo ABCD, cuius cētrū E, secent se ad rectos angulos duę diametri AC, BD, & in eodē sint duæ diametri ad illas inclinatæ FG, HI, atque ex puncto extremo C, tam per extrema F, G, rectę CF, CG, extendantur secantes BD, in K, L, quam per extrema H, I, rectę CH, CI, secantes eandem BD, in M, N. Dico vtramq; rectam abscissam KL, MN, maiorem esse

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

esse diametro BD, ipsasq; inter se inæquales, & MN, maiorem quam KL. Iunctis
enim rectis CB, CD, & sumpta recta EO, æquali ipsi EK, iungatur recta CO. Et
quoniã duo latera EB, EC, duobus lateribus ED, EC, æqualia sunt, angulosque
cõtinent æquales, vtpote rectos; [a] erunt etiã bases CB, CD, ęquales. Eadẽ ratio- a 4. primi.
ne æquales erunt rectæ CK, CO, propterea quod & duo latera EK, EC, duobus
lateribus EO, EC, ęqualia sunt, angulosq; æquales, rectos videlicet, continent.
[b] Quia vero in triangulo ECO, externus angulus DOC, interno recto OEC, ma b 16. primi.
ior est, & propterea in triãgulo COD, angulus ODC, recto minor, quod ambo c 17. primi.
COD, ODC, duobus rectis minores sint; [d] Erit recta CD, maior, quã recta CO. d 19. primi.
Eademq; ratione CL, maior erit quã CD; propterea quod in triagulo ECD, an-
gulus quoq; externus LDC, interno recto DEC, maior est, ideoq; in triangulo
CDL, angulus DLC, recto minor, cum ambo CDL, DLC, sint duobus rectis mi-
nores. Abscindatur recta CP, ipsi CO, hoc est, ipsi CK, & CQ, ipsi CD, hoc est,
ipsi CB, æqualis, iungaturq; recta PQ. Quoniam igitur duo latera CP, CQ, duo
bus lateribus CK, CB, æqualia sunt, [e] angulosq; continent ęquales PCQ, KCB, e 27. tertij.
quod æqualibus arcubus DG, BF, insistant; ( [f] Sunt enim hi arcus æquales, cum f 26. tertij.
eis insistant in centro anguli ad verticem æquales. ) [g] erunt triangula PCQ, g 4. primi.
KCB, æqualia; ac proinde triangulum DCL, cuius triangulum PCQ, pars est,
maius erit triangulo KCB. [h] Est autem, vt triangulum DCL, ad triangulum- h 1. sexti.
KCB, ita basis DL, ad basem BK. Igitur & basis DL, base BK, maior erit: ad-
ditaque communi recta KD, tota KL, maior fiet, quàm tota BD Non aliter de-
monstrabimus MN, maiorem esse eadem BD.

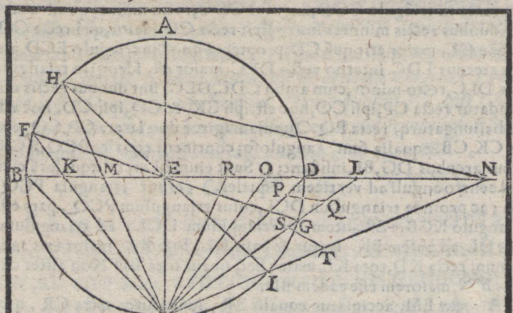
DEINDE rectæ EM, accipiatur æqualis ER, iungaturq; recta CR, quæ
ostendetur ipsi CM, æqualis, quemadmodũ CO, ipsi CK, ostensa est æqualis. Cũ
enim duo latera EC, EM, duobus lateribus EC, ER, sint æqualia, contineantque
angulos rectos æquales; [i] erũt bases CM, CR, ęquales. [k] Quia vero in triãgulo i 4. primi.
ERC, angulus externus LRC, interno recto REC, maior est, ideoq; in triangu- k 16. primi.
lo LRC, angulus RLC, maior recto, [l] cũ ambo LRC, RLC, duobus rectis mino l 17. primi.
res sint; [m] erit recta CL, maior quàm CR. Eademq; ratione maior ostendetur m 19. primi.
CN, quàm CO, propterea quod in triangulo EOC, externus angulus NOC, in-
terno recto OEC, maior quoq; erit, ideoq; in triangulo CON angulus CNO,
minor recto. Abscindatur CS, ipsi CR, hoc est, ipsi CM, & CT, ipsi CO, hoc est
ipsi CK, æqualis, iungaturq; ST. Quoniã igitur duo latera CS, CT, duobus late
ribus CM, CK, æqualia sunt, [n] angulosq; cõtinẽt æquales SCT, MCK, cũ insistãt n 27. tertij.
arcubus GI, FH, [o] qui æquales sunt ob angulos ad verticem in centro æquales; o 26. tertij.
[p] erunt triangula SCT, MCK, æqualia: atque idcirco triangulum LCN, cu- p 4. primi.
ius triangulum SCT, pars est, maius erit triangulo MCK. [q] Est autem vt trian q 1. sexti.
gulum LCN, ad triangulum MCK, ita basis LN, ad basem KM. Igitur & ba-
sis LN, base KM, maior erit; additaque communi recta ML, tota MN, maior
fiet, quàm tota KL. quod est propositum.

PORRO tam rectam KL, quàm MN, maiorem esse diametro BD, vel FG,
vel HI, hac etiam ratione demonstrari poterit. Concipiatur animo conus scale
nus, cuius vertex C, & basis circulus circa diametrum FG, ad planum trianguli
CFG, rectus, quẽ conum secet aliud planum ad idem triangulum per axẽ CFG,
rectum abscindens triangulum CKL, quod per præcedens lemma subcontrarie
positum est, sed simile triangulo per axem CFG: ac proinde hoc posterius pla-
num per lemma 17. in cono circulum faciet, cuius diameter KL. Et quia diame-
ter FG, diuisa est bifariam in centro E; erit diameter KL, maior, secabiturq; in
E, non bifariam, & maior eius portio erit EL, versus eam partem, vbi diameter



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

KL, cum latere CG, trianguli per axem facit minorem angulum L, vt in scholio eiusdem lemmatis 17. demonstrauimus. Esse autem angulum L, minorem angulo K, perspicuum est. Quia enim angulus L, æqualis est angulo F, & angulus
a 18. primi. K, angulo CGF, ob subcontrariam sectionem; [a] Est autem angulus F, minor angulo CGF, quod & latus CG, minus sit latere CF, ex scholio propos. 29. lib. 3. Euclid. Erit quoque angulus CLK, minor angulo CKL. Eodem modo ostendemus rectam MN, maiorem esse diametro HI.




HOC idẽ demonstrabimus hoc modo. Iuncta recta HN; quoniã EN, maior est semidiametro ED, vel EH;
b 18. primi. [b] erit angulus EHN, maior angulo ENH. Est autem angulus CHI, æqualis angulo CNM, ob subcõtrariã sectionem, vt in præcedenti lemmate demonstratum est. Igitur totus quoque an-
c 10, primi. gulus CHN, maior erit toto angulo CNH; [c] ac proinde latus CN, latere CH, maius erit: quæ cũ in subcontrarijs triangulis similibus CMN, CIH, opponantur æqualibus angulis CMN, CIH, vt in lemmate præcedente ostensum est; erit diameter subcontrariæ sectionis MN, maior diametro basis HI, coni scaleni ex ijs, quæ ad initium scholij lemmatis 17. demonstrauimus.

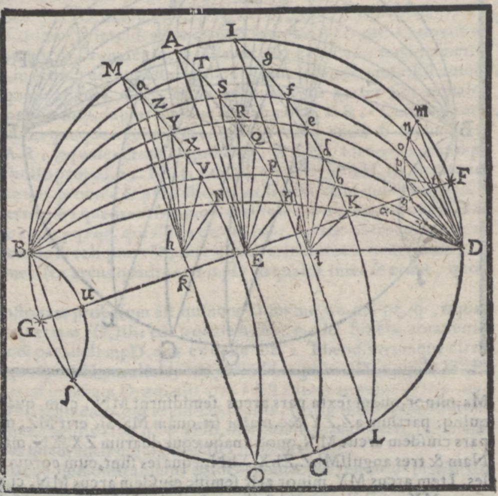
QVOD si ex maiore latere CN, minori CH, abscinderetur recta æqualis, & per punctum sectionis ipsi rectę PN, parallela ageretur, vt abscinderetur aliud triangulũ subcontrariũ, esset tũ demũ basis huius trianguli basi HI, æqualis, vt ad initiũ scholij eiusdẽ lẽmatis 17. demõstrauimus: sed tũc neq; basis HI, neque basis subcõtrarię sectionis bifariã diuideretur, vt ex iis, quę in scholio eiusdem lẽmatis 17. demõstrata sunt à nobis, liquido cõstat. Sic etiã si minus latus CH, produceretur donec maiori CN, æquale fieret, & per extremũ punctũ basi HI, parallela ageretur, quę esset basis alterius coni scaleni, esset tũ demũ etiam hęc basis æqualis basi trianguli subcõtrarij MN: sed tũc neutra etiã basium bifariã diuideretur. Quæ oĩa ex iis, quæ in scholio lẽmatis 17. demõstrauimus, colligi possũt. Quod de triãgulis subcõtrariis CHI, CNM, diximus, idẽ de subcõtrariis triangulis CFG, CLK, intelligendũ est. Eadẽ enim demonstratio adhibebitur, si recta FL, iungatur, vt manifestum est. Itaque quod lemma hoc proponit, diametrũ subcontrariæ sectionis KL, vel MN, semper esse maiorem base FG, vel HI, non est contrarium ei, quod in scholio lemmatis 17. demonstrauimus, nimirum fieri posse, vt interdũ bases triangulorũ subcontrariorũ æquales sint: quia cum hic semper basis coni FG, vel HI, bifariam secetur, fit vt basis subcontrarii trianguli necessario maior fiat, numquam autem æqualis, vt demonstratum est.

LEM-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# LEMMA XXXVII.

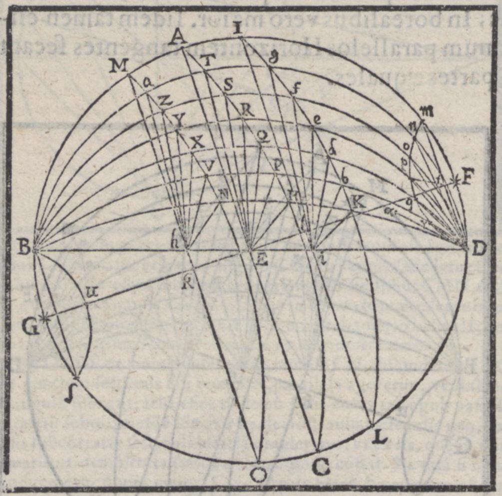
CIRCVLI positionum in sphæra obliqua boreali secantes arcum semidiurnum Aequatoris in partes æquales, secant arcus semidiurnos parallelorum in partes inæquales: Et in parallelis quidem australibus quælibet pars inter Meridianum & quemlibet circulum positionis minor est respectu proprij arcus semidiurni, quam eadem pars in Aequatore respectu arcus semidiurni Aequatoris; In borealibus vero maior. Iidem tamen circuli positionum parallelos Horizontem tangentes secant quoque in partes æquales.




IN sphæra ABCD, obliqua boreali, cuius cẽtrum E; Horizon obliquus BHD; axis mundi FG; Aequator AHC; parallelus borealis IKL; australis MNO; Meridianus ABCD, per polos mundi, & Horizontis ductus. Diuiso autẽ quadrante Aequatoris AH, Orientali, vel Occidentali, in sex partes æquales in P, Q, R, S, T, [a] ducantur per diuisionum puncta & puncta B, D, vbi Meridianus Horizontem secat, circuli maximi positionũ secantes parallelos in V, X, Y, Z, a, b, d, e, f, g. Dico parallelos in partes inæquales esse diuisos, & arcus Ma, MZ, MY, MX, MV, minores partes esse respectu arcus semidiurni MN, quàm arcus AT, AS, AR, AQ, AP, respectu arcus semidiurni Aequa-

a 20.1. Theo.

Aequatoris AH: at arcus Ig, If, Ie, Id, Ib, maiores respectu arcus semidiurni IK. Sint enim BD, MO, AC, IL, communes sectiones, Horizontis, parallelorũ,
a 15. 1. Theo. ac Meridiani. [a] Et quoniam Meridianus Horizontem, omnesque parallelos secat bifariam; erunt BD, MO, AC, IL, Horizontis, ac parallelorum diametri,
b 10. 1. Theo. [b] axisque FG, per parallelorum centra k, E, l, transibit, eruntque MN, AH, IK, inter Meridianum & Horizontem, arcus semidiurni. Ductis autem ex h, E, i, punctis, vbi parallelorum diametri Horizontis diametrũ secant, rectis hN, EH, iK, hV, EP, ib, & ad reliqua diuisionum puncta, erunt hN, EH, iK, communes sectiones Horizontis ac parallelorum; [c] ac proinde parallelæ: At vero hV, EP,
c 16. vndec. ib, communes sectiones circuli positionis BPD, & parallelorum; [d] ideoq; & inter
d 16. vndec. se parallelæ, atque ita de cæteris dicendum est. [e] Erunt igitur tam sex anguli ad
e 10. vndec. h, quàm sex ad i, constituti æquales sex ad E, constitutis. [f] Sunt autẽ omnes sex
f 27. tertij. ad E, inter se ęquales, cum in centro E, insistant sex arcubus æqualib⁹ HP, PQ, &c. Igitur & omnes anguli tã ad h, quam ad i, ęquales erũt: ac proinde ex lemmate 32. tam arcus Ma, aZ, &c. quàm arcus Ig, gf, &c. inęquales erũt, minor quidẽ Ma, quã aZ, & aZ, minor quã ZY, &c. at vero Ig, maior quam gf, & gf, maior quam fe, &c. Est ergo




Ma, minor, quàm sexta pars arcus semidiurni MN, cum quælibet sequentium quinq; partium aZ, ZY, &c. maior sit, quàm Ma. Sic erit MZ, minor quàm tertia pars eiusdem arcus MN, quod vnaquæque duarum ZX, XN, maior sit quam MZ. Nam & tres anguli MhZ, ZhX, XhN, æquales sunt, cum eorum semisses sint ęquales. Item arcus MY, minor erit semisse eiusdem arcus MN, cum YN, maior sit, quam MY, propterea quod & duo anguli MhY, YhN, æquales sunt, quippe quorum tertiæ partes æquales sunt. Pari ratione arcus MX, erit minor quàm duæ tertiæ partes eiusdem arcus MN, quòd XN, sit maior quam tertia pars, cum maior sit vtroque arcuum XZ, ZM. Denique MV, minor erit quàm quinque sextæ partes eiusdem arcus MN, quòd NV, maior sit quàm sexta pars, propterea

quod

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

quòd maior eſt qualibet reliquarum quinque partium VX, XY, &c. E contrario erit Ig, maior quàm ſexta pars arcus IK, cum maior ſit qualibet ſequentium quinque partium gf, fe, &c. Item If, maior erit quam tertia pars eiuſdem arcus IK, cum maior ſit qualibet duarum partium fd, dK. Nam & tres anguli IIf, fId, dIK, æquales ſunt, cum eorũ ſemiſſes æquales ſint. Rurſus Ie, erit maior quàm ſemiſsis eiuſdem arcus IK, quia maior eſt quàm eK, quòd & duo anguli Ile, eIK, æquales ſint, cum eorum tertiæ partes ſint æquales. Præterea Id, maior erit quam duæ tertiæ partes eiuſdem arcus IK, propterea quod dK, minor eſt tertia parte, cum minor ſit vtroque arcuum df, fI. Denique Ib, erit maior quam quinque ſextæ eiuſdem arcus IK, quòd Kb, minor ſit quàm ſexta pars, quippe cum minor ſit qualibet aliarum quinque partium bd, de, &c.

CONTRARIVM accidet in ſphæra obliqua auſtrali. Arcus enim abſciſsi à Meridiano, & circulis poſitionum, maiores erunt in parallelis auſtralibus, & in borealibus minores, reſpectu arcuum ſemidiurnorum, quàm ijdem arcus in Aequatore, reſpectu arcus ſemidiurni Aequatoris.

SED iam iidem circuli poſitionum ſecent parallelum Dpm, qui Horizontem tangit in D, & cuius diameter Dm, in punctis n, o, p, q, r. Dico arcus mn, no, op, pq, qr, rD, æquales inter ſe eſſe, ſicut in Aequatore. Ductis enim rectis Dn, Do, Dp, Dq, Dr, [a] quæ rectis ET, ES, ER, EQ, EP, parallelæ ſunt; [b] erunt rurſus quinque anguli mDn, nDo, oDp, pDq, qDr, quinq; angulis æqualibus AET, TES, SER, REQ, QEP, æquales; ideoque & inter ſe æquales erunt: [c] Quinque ergo arcus mn, no, op, pq, qr, æquales inter ſe erunt. Et quia ducta ſemidiametro tp, [d] angulus mtp, in centro duplus eſt anguli mDp, in circumferentia: Eſt autem angulus mDp, æqualis angulo AER, quòd eorum tertiæ partes ſint æquales oſtenſi. Igitur angulus mtp, duplus quoque erit anguli AER. [e] Cum ergo angulus AEH, duplus quoque ſit eiuſdem anguli AER, quod & arcus AH, duplus ſit arcus AR; æquales erunt anguli mtp, AEH; ideoque arcus mp, AH, ſimiles, ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. Cum ergo AH, ſit quadrans, erit & mp, quadrans, ac proinde & pD, reliquus ex ſemicirculo quadrãs erit. Eſt autem arcus op, tertia pars quadrantis mp, quod tres arcus mn, no, op, oſtenſi ſint æquales. Igitur & arcus pq, qr, qui illis æquales ſunt, tertiæ partes erunt quadrantis pD, ac proinde & reliquus rD, tertia pars erit eiuſdem quadrantis pD; atque idcirco omnes ſex arcus quadrantis mpD, æquales inter ſe erunt. quod eſt propoſitum.

a 26. vndec.
b 10. vndec.
c 26. tertij.
d 20. tertij.
e 33. ſexti.

VERVM poſtquam probatum eſt, quinque arcus mn, no, op, pq, qr, æquales eſſe, oſtendemus etiam rD, illis eſſe æqualem, hoc modo. Sit Dα, communis ſectio Horizontis & paralleli mpD, quæ ex defin. lib. 2. Theod. vtrumque circulum tanget, [f] eritque ipſi EH, parallela, [g] ac proinde angulus αDr, angulo HEP, ideoque & reliquis ad punctum D, æqualis erit. [h] Eſt autem angulus αDr, æqualis angulo in alterno ſegmento, qui arcui Dr, inſiſtit. Igitur idem angulus arcui Dr, inſiſtens quinque angulis rDq, qDp, pDo, oDn, nDm, æqualis erit, [i] ac proinde omnes ſex arcus quadrantis mpD, æquales inter ſe erunt.

f 16. vndec.
g 10. vndec.
h 32. tertij.
i 26. tertij.

EADEM ratione demonſtrabimus eoſdem poſitionum circulos productos oppoſitum ſemicirculum tangentem Buſ, ſecare in ſex partes æquales.

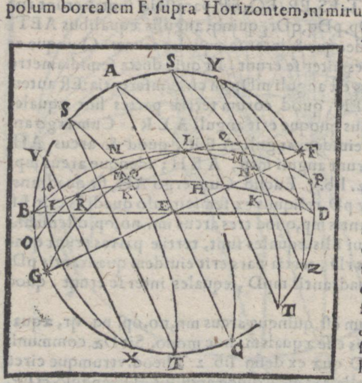


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# LEMMA XXXVIII.

**IN sphæra obliqua boreali circuli per horas inæquales Aequatoris, & cuiusuis paralleli transeuntes, secant Meridianum ex parte australi infra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum australem; ex parte vero boreali supra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum Septentrionalem.**

IN sphæra obliqua boreali, cuius centrum E; Meridianus ABCD; axis mundi FG; Horizon BHD, Aequator AC; parallelus siue australis, siue borea-
*a20.1.Theo.* lis SKT; arcus semidiurni AH, SK. [a] Ducatur per aliquam horam Aequatoris inæqualem L, & respondentem horam inæqualem paralleli M, circulus maximus LM. Dico eum secare Meridianum ex parte australi inter B, & polum australem G, infra Horizontem, nimirum in O; ex parte vero boreali inter D, &
*b20.1.Theo.* polum borealem F, supra Horizontem, nimirum in P. [b] Ducatur enim per idem punctum L, Aequatoris circulus positionis BLD, secans parallelum in N, & maximus circulus per polos mundi FLG, secans parallelum in Q. Quoniam igitur per lemma præcedens, arcus SN, in australi parallelo minor est respectu arcus semidiurni IK, quam arcus AL, respectu arcus semidiurni AH, hoc est, quàm arcus SM, respectu arcus semidiurni eiusdem SK; in boreali autem parallelo maior; cadet punctum M, in parallelo australi infra N, in boreali vero supra.
*c10.2.Theo.* [c] Rursus quoniam arcus AL, SQ, similes sunt, continebuntur tot horæ æquales in SQ, quot in AL: Continentur autem totidem horæ inæquales in SN, quot in AL, suntque horæ inæquales in parallelo australi minores horis æqualibus, & in boreali maiores. Igitur in parallelo australi punctum horæ inæqualis M, cadet supra punctum horæ æqualis Q, in boreali vero infra. Ostensum autem est idem punctum M, cadere infra N. in parallelo australi, & in boreali supra. Igitur circulus LM, maximus horæ inæqualis, cum inter puncta N, Q, cadat, secabit Meridianum inter circulos BLD, FLG; ac proinde ex parte australi eundem secabit infra Horizontem in puncto O, inter Horizontem & polum australem G; ex parte autem boreali supra Horizontem in puncto P, inter Horizontem & polum borealem F. Eademque ratio est de alijs circulis horarum inæqualium.




IN sphæra obliqua australi contrarium intelligas. Ibi enim circulus cu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

lus cuiuscunque horæ inæqualis secabit Meridianum infra Horizontem ex parte boreali, supra vero ex parte australi, semper tamen inter Horizontem & polum mundi.

# LEMMA XXXIX.

CIRCVLI maximi transeuntes per horas inæquales Aequatoris, & duorum parallelorum oppositorum, non necessario per horas inæquales parallelorum intermediorum transeunt in sphæra obliqua.

REPETATVR figura antecedentis lemmatis. Et quoniam circulus maximus LM, transiens per inæqualem horam eandem Aequatoris & paralleli SKT, secat Meridianum ex parte australi B, infra Horizontem, vt in lemmate antecedente demonstratum est; secabit idem Horizontem ex eadem parte, in quam arcus semidiurni vergunt, in puncto R, ante punctum B. Describatur ergo parallelus australis VIX, cuius arcus semidiurnus VI, secet Horizontem inter B & R, & ei æqualis oppositus describatur YZ. Sumatur autem in arcu semidiurno VI, arcus Va, tot horarum inæqualium, quot in arcubus AL, SM, continentur. Quia vero circulus maximus per puncta a, L, descriptus transit per eandem horam inæqualem in parallelo opposito boreali YZ, vt in scholio propos. 10. lib. 1. Gnomonices demonstrauimus, non transibit idem circulus per eandem horam inæqualem M, in parallelo intermedio ST, quandoquidem maximus circulus per L, M, ductus non transit per a, sed Horizontem secat in R, nulloque modo parallelum VX, supra Horizontem secat; ac proinde à circulo per a, & L, ducto diuersus est.

QVOD si describantur circuli maximi per omnes sex horas arcus semidiurni Aequatoris & paralleli ST, secabunt ijdem omnes Meridianum ex parte australi B, infra Horizontem, ac proinde Horizontem citra punctum B. Si igitur parallelus australis describatur, cuius arcum semidiurnum nullus eorum circulorum maximorum secet, & per sex horas inæquales huius arcus semidiurni, & Aequatoris, describantur maximi circuli, transibunt quidem ij, ex scholio propos. 10. lib. 1. Gnomonices, per sex horas inæquales paralleli borealis oppositi, sed nullo modo intermedium parallelum ST, in horis inæqualibus intersecabunt, quippe qui differant à circulis maximis, quos per horas inæquales Aequatoris, & paralleli ST, duci diximus, cum hi parallelum australem non secent supra Horizontem, ex constructione.

IDEM liquido constat in eleuatione poli grad. 66. $\frac{1}{2}$. vbi tropici Horizontem tangunt, & tropicus ♋, totus est supra Horizontem, & tropius ♑, infra. Quoniam enim, vt in lemmate 37. demonstrauimus, circuli positionũ transeunt in ea sphæra per horas inęquales Aequatoris, & parallelorum tangẽtium, ijdémque circuli positionum, ex eodem lemmate diuidũt aliorum parallelorum secantium intermediorum arcus semidiurnos inæqualiter, perspicuum est, ea in sphæra circulos maximos trãseuntes per horas inæquales Aequatoris, & vtriusque tropici, (in vno quidem per horas diurnas, & in altero per nocturnas) non transire per horas inæquales aliorum parallelorum intermediorum, quippe cum

Q horæ

horæ inæquales diuidant arcus ſemidiurnos in partes æquales, quod non faciunt circuli poſitionum in parallelis intermedijs, vt dictum eſt.

RVRSVS in eadem ſphæræ obliquitate, ſi per horas inæquales Aequatoris & alicuius paralleli inter Aequatorem, & tropicum ♑, poſiti deſcribantur circuli maximi, cadent omnes hi, ex lemmate 37. infra Horizontem, antequam Meridianum ſecent. Si igitur parallelus auſtralis inter tropicum ♑, & Aequatorem deſcribatur, qui Horizontem ſecet citra omnia illa puncta, per quæ circuli illi maximi incedunt, & eius arcus ſemidiurnus in ſex partes æquales diuidatur, tranſibunt maximi circuli per eas partes & horas inæquales Aequatoris ducti, per horas quoque inæquales oppoſiti paralleli borealis. Certum autem eſt, eoſdem non tranſire per horas inæquales aſſumpti paralleli intermedij, cum circuli maximi per horas inæquales Aequatoris & aſſumpti paralleli deſcripti, ab illis omnino differant, quippe qui arcum ſemidiurnum illius paralleli auſtralis non ſecare poſiti ſint.

## *SCHOLIVM.*

*Non dari circulos maximos, qui per horas inæquales omnium parallelorum tranſeant.*

*PERSPICVVM eſt ex omnibus his, in ſphæra obliqua non poſſe dari circulos maximos, qui per horas inæquales omnium parallelorum tranſeant, hoc eſt, qui ſingulorum arcus diurnos in duodenas partes æquales partiantur: quod tamen omnes qui de horologiorũ deſcriptione egerunt, pro certo accipiunt. Diuidunt enim omnes ſcriptores arcum diurnum ♋, vel ♑, in 12. partes æquales, aut certe inueniunt in vtroque tropico puncta horarum inæqualium, per quæ puncta, & per horas in æquinoctiali lineas rectas ducunt pro lineis horarum inæqualium, perinde ac ſi huiuſmodi lineæ horas inæquales indicarent toto anni tempore, inſtar communium ſectionum plani horologij, & circulorum maximorum per horas inæquales omnium parallelorum tranſeuntium. Et certe, vt verum fatear, res hæc, cum eius demonſtrationem non inuenirem, non paucos annos acriter me torſit, rogauique per literas complures Mathematicos tam in Italia, quam extra Italiam, vt me docerent, quanam ratione demonſtrari poſſet, eoſdem circulos maximos, qui per horas inæquales Aequatoris, & vtriuſque tropici ducuntur, (Hoc namque fieri poſſe, demonſtratum à nobis eſt in ſcholio propoſ. 10. lib. 1. Gnomonices) per horas inæquales aliorum parallelorum inter tropicos exiſtentium tranſire. ſed nunquam id, quod deſiderabam, impetrare potui, quamuis ex illis non defuerit, qui illud ſe demonſtraturum mihi pollicetur: Verum neceſſe eſt, eum hallucinatum eſſe, quandoquidem à nobis, cum denuo eius rei demonſtrationem inquireremus, hoc loco demonſtratum eſt, id fieri nulla ratione poſſe.*

*Lineæ horarum inæqualium in horologiis quid referant.*

*ITAQVE lineæ horarum inæqualium in horologijs, qualia etiam in Gnomonica noſtra deſcripſimus, ſunt tantummodo communes ſectiones plani horologij, & maximorum circulorum, qui per horas inæquales Aequatoris, & vtriuſque tropici, vel certe Aequatoris, & paralleli, cuius arcus diurnus 18. horas æquales, vel 6. continet. Atque ita ſi geometrice velimus loqui, non indicabunt vere horas inæquales, niſi cum Sol extiterit in Aequatore, vel in illis parallelis extremis, quorum beneficio deſcriptæ ſunt. Verum eſt, in ea ſphæra, in qua poli altitudo gradus 45. non excedit, tã exiguũ eſſe diſcrimen inter veras horas inæquales, & eas, quas dictæ lineæ indicant intra latitudinem tropicorum, vt eæ lineæ pro veris aſſumi poſsint ſine errore, qui ſub ſenſum cadere poſsit. At vbi altitudo poli maior eſt, quam grad. 45. non item: quia ibi maius diſcrimen apparet, & quo maior fuerit altitudo poli, eo maior differentia exiſtet inter veras horas inæquales, & illas lineas: quemadmodum etiam eo minor diuerſitas inter eaſdem erit, quò minor altitudo poli fuerit. Quæ omnia ex ijs, quæ demonſtrata*

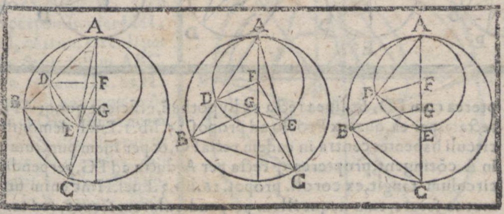
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*ſtrata hoc loco à nobis ſunt, colligi poſſunt. Quapropter vt verius horæ inæquales indicentur in horologijs, inuenienda erunt earum puncta in pluribus parallelis inter duos tropicos, ea arte, qua eadem in tropico vtroque inueſtigauimus, eaq; deinde puncta, quæ in linea recta non iacent, congruenter lineolis inflexis coniungenda, vt in hyperbolis, & alijs ſectionibus conicis deſcribendis fieri ſolet.*

## LEMMA XXXX.

SI in triangulo parallela vni lateri agatur, vel ſi productis duobus lateribus verſus angulum ab eis comprehenſum, tertio lateri ducatur parallela, vt duo fiant triangula: Circuli circum ea deſcripti ſe mutuo in angulo, vel puncto communi tangunt.

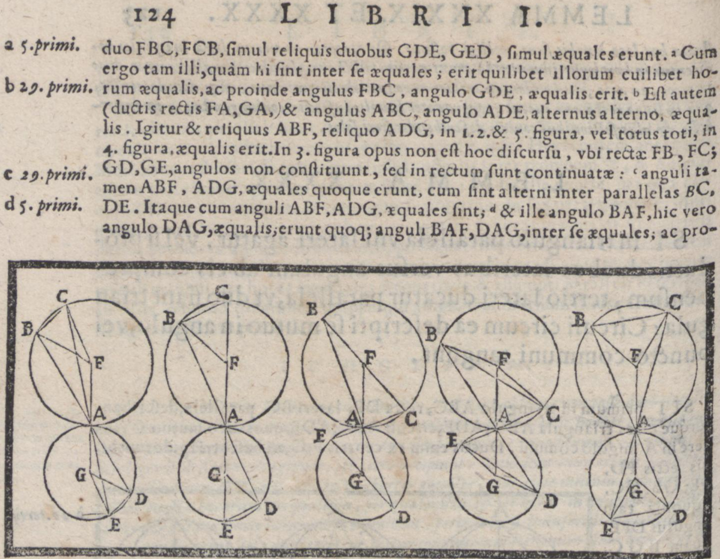
SIT primum in triangulo ABC, recta DE, lateri BC, parallela, deſcribanturque circa triangula ABC, ADE, circuli ABC; ADE, quos dico mutuo ſe tangere in A, angulo cõmuni. Ductis enim ex centris F, G, ad baſes triãgulorum binis rectis FD, FE; GB, GC, [a] quoniã tam angulus DFE, quàm BGC, anguli BAC, duplus eſt; erunt ipſi inter ſe æquales. Ergo & reliqui duo FDE, FED, reliquis duobus GBC, *a 20. tertij.*




GCB, æquales erunt; ac propterea, [b] cum tam illi, quam hi inter ſe æquales ſint; *b 5. primi.*
erit quilibet illorum cuilibet horum æqualis, ac proinde angulus FDE, angulo GBC, æqualis erit. [c] Eſt autẽ & totus angulus ADE, toti angulo ABC, externus *c 29. primi.*
interno, æqualis. Igitur & reliquus ADF, reliquo ABG, æqualis erit. [d] eſt autem *d 5. primi.*
(ductis rectis FA, GA,) angulo ADF, angulus DAF, & angulo ABG, angulus BAG, in Iſoſcelibus ADF, ABG, æqualis. Igitur & anguli DAF, BAG, inter ſe æquales erunt; ac propterea recta AF, eadem erit, quæ AG, cũ eundem angulum faciant cum AB. Quare circuli habentes centra in eadem recta AG, & per idem punctum A, deſcripti, ſeſe contingent in A, ex ſcholio propoſ. *13.* lib. 3. Euclid.

DEINDE productis lateribus BA, CA, verſus angulum A, ſit recta DE, baſi BC, parallela, & circa triangula ABC, ADE, circuli deſcribantur, quos dico ſe mutuo in A, tangere. Ductis enim ex centris F, G, ad baſes triangulorum binis rectis FB, FC; GD, GE, [e] quoniam rurſum tam angulus BFC, anguli BAC, quàm *e 20. tertij.*
angulus DGE, anguli DAE, duplus eſt; [f] ſuntque anguli BAC, DAE, ad verticem *f 15. primi.*
æquales; erunt quoque anguli BFC, DGE, inter ſe æquales; ac proinde & reliqui

a 5.primi. duo FBC, FCB, simul reliquis duobus GDE, GED, simul æquales erunt. [a] Cum ergo tam illi, quàm hi sint inter se æquales; erit quilibet illorum cuilibet ho-
b 29.primi. rum æqualis, ac proinde angulus FBC, angulo GDE, æqualis erit. [b] Est autem (ductis rectis FA, GA,) & angulus ABC, angulo ADE, alternus alterno, æqualis. Igitur & reliquus ABF, reliquo ADG, in 1.2.& 5. figura, vel totus toti, in 4. figura, æqualis erit. In 3. figura opus non est hoc discursu, vbi rectæ FB, FC;
c 29.primi. GD, GE, angulos non constituunt, sed in rectum sunt continuatæ: [c] anguli tamen ABF, ADG, æquales quoque erunt, cum sint alterni inter parallelas BC,
d 5.primi. DE. Itaque cum anguli ABF, ADG, æquales sint; [d] & ille angulo BAF, hic vero angulo DAG, æqualis; erunt quoq; anguli BAF, DAG, inter se æquales; ac pro-




pterea cum BD, sit linea recta ex hypothesi, efficient quoq; AF, AG, lineã vnam rectam, per ea, quæ ex Proclo ad propos. 15. lib. 1. Eucl. demonstrauimus. Igitur circuli habentes centra in eadem recta FG, & per idem punctum A, descripti, sese in A, cõtingent, propterea ꝙ recta per A, ducta ad FG, perpendicularis vtrumq; circulum tangit, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Hinc enim fit, circulos se non mutuo secare, cum neque illam perpendicularem secent, sed tangant.

## *COROLLARIVM.*

*EX his, quæ ad calcem huius propos. demonstrata sunt, colligitur, duo circulos, qui ex duobus centris in eadem recta existentibus per idem punctum describuntur, se mutuo in eo puncto tangere exterius. Huiusmodi sunt duo circuli ABC, ADE.*

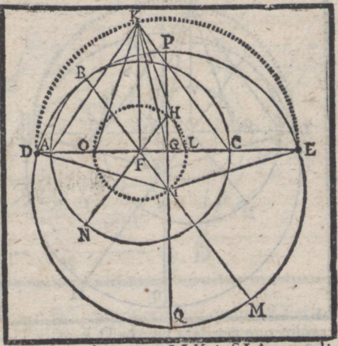
## LEMMA XLI.

PER data duo puncta circulum describere, qui datum circulum tangat. oportet autem duo puncta data vel

extra

**extra circulum datum existere, vel intra; aut si vnum est in circumferentia, alterum esse in tali situ extra, vel intra circulum, vt recta per vtrumque punctum extensa transeat per circuli centrum.**

SIT datus circulus ABC, & primum extra eum data duo puncta D, E, per quę circulum oporteat describere, qui circulum ABC, tangat. Iuncta recta DE, transeat primum per F, centrum dati circuli, seceturq; bifariam in G, puncto, è quo perpendicularis excitetur HGI, ad DE, in qua omnino erit circuli describendi centrum, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Euclid. quod sic reperiemus. Descripto ex G, semicirculo DKE, secet eum in K, recta FK, ex centro F, ad DE, ducta perpendicularis, ductaq; ex K, ad alterutrũ extremorum diametri AC; vt ad A, recta KA. fiat angulo KAC, æqualis angulus AKL, secetq; KL, rectam DE, in puncto L, eritq; necessario FL, maior quàm FG, inter centrum, & punctum medium intercepta. Nam iũcta recta GK, cũ æqualis sit ipsi GD, maior est, quàm GA. [a] Igitur
in triãgulo AKG, angulus GAK, maior est angulo AKG; ac proinde & angulus a 18. primi.
AKL, qui ipsi KAL, factus est ęqualis, maior est angulo AKG; ideoq; recta KL, vltra G, cadet inter G, & E, hoc est, FL, maior erit quã FG. Descripto ergo ex F, per L, arcu circuli secãte perpendicularẽ HI, in H, & I; erit I, cẽtrum circuli per D, E, trãseuntis, & circulum ABC, tangentis supra rectam DE, at H, erit centrum circuli tangentis eũdem infra rectam DE. Ducta enim per F, I, recta BFIM, describatur ex I, ad interuallum IB, circulus, qui ex scholio propos. 15. lib. 3. Euclid. circulum ABC, in B, tanget. Dico eundem per data puncta D, E, trãsire. Iunctis enim rectis ID, IE, quoniam FI, FL, æquales sunt; additis



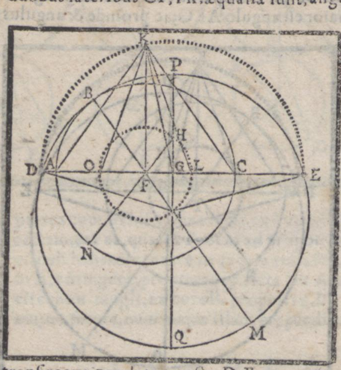

æqualibus FB, FA, totæ æquales erunt IB, LA; ideoque [b] cũ LK, ipsi LA, æqualis b 6. primi.
sit, ob æqueles angulos LAK, LKA; erunt quoq; rectæ LK, IB, æquales, atque earum quadrata æqualia. [c] Est autem quadratum rectæ LK, quadratis rectarum c 47. primi.
FK, FL, æquale, [d] & quadratum rectę IB, æquale rectangulo sub BF, FM, vnà cũ d 5. secundi.
quadrato rectæ FI, vel FL. Igitur & duo quadrata rectarũ FK, FL, æqualia sunt rectangulo sub BF, FM, vnà cum quadrato rectæ FL; ablatoq; communi quadrato rectæ FL, erit reliquum quadratum rectæ FK, reliquo rectangulo sub BF, FM,
æquale. [e] Sed quadratum rectæ FK, æquale quoque est rectangulo sub DF, FE, e 17. sexti.
quod FK, media proportionalis sit inter DF, FE, ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. Igitur & rectangulum sub BF, FM. rectangulo sub DF, FE. æquale erit. [f] Cũ f 5. secundi.
ergo rectangulum sub BF, FM, vnà cum quadrato rectæ FI, hoc est, cum quadra- g 47. primi.
tis rectarũ FG, GI, ([g] cum hæc illi sint æqualia) æquale sit quadrato rectæ IB; erit quoque rectangulum sub DF, FE, vna cum quadratis rectarum FG, GI,

qua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 5. *secundi.* quadrato rectæ IB, æquale. a Atqui rectangulum sub DF, FE, vnà cum quadrato
rectæ FG, æquale est quadrato rectæ DG. Igitur & quadratum rectæ DG, (quod
iam pro rectangulo sub DF, FE, vnà cum quadrato rectæ FG, sumatur,) vnà cũ
b 47. *primi.* quadrato rectæ GI, hoc est, quadratum rectæ ID, b (quod quadratis rectarum
c 4. *primi.* DG, GI, æquale est,) quadrato rectæ IB, æquale erit; ac proinde & rectæ ID, IB,
æquales erunt. c Cum ergo ID, IE, æquales quoque sint, quod duo latera DG,
GI, duobus lateribus EG, GI, æqualia sint, angulosque contineant rectos æqua
les; erunt tres rectæ IB, ID, IE, æquales. Quare circulus ex I, per B, descriptus,
tangensque circulum ABC, in B, vt dictum est, transibit per data puncta D, E.
quod est propositum.

QVOD si ex K, ad alterum extremũ C, diametri circuli dati recta duca-
tur KC, anguloque DCK, æqualis fiat angulus CKO, secante recta KO, rectam
DE, in O; erit FO, ipsi FL, æqualis, vt monstrabitur, atque idcirco, descripto ex
F, per O, circulo, secabitur HI, in eodem centro I, atque idem propterea cen-
trum semper inuenietur, siue ex K, ad A, siue ad C, recta ducatur, &c. Rectam au
tem FO, ipsi FL, æqualem esse, sic demonstrabitur. Quoniam duo latera AF, FK,
duobus lateribus CF, FK, æqualia sunt, angulosque continent æquales, & rectos;
d 4. *primi.* d erunt & bases KA, KC, & tam an



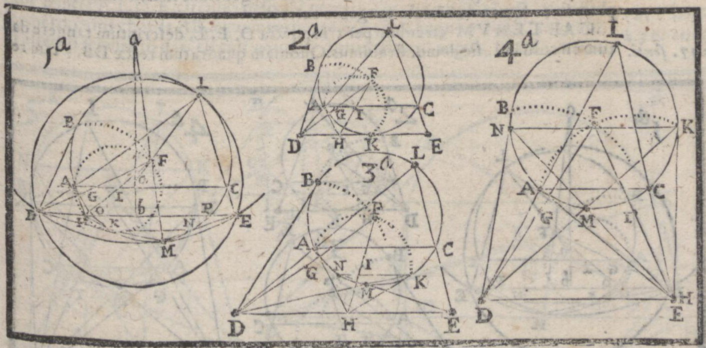

guli FAK, FCK, quàm FKA, FKC,
æquales. Est autem angulo FAK,
angulus AKL, & angulo FCK, an-
gulus CKO, per constructionem,
æqualis. Igitur & anguli AKL,
CKO, æquales erunt; ac demptis
ęqualibus FKA, FKC, reliqui FKL,
FKO, æquales erũt. Itaq; cum duo
anguli F, K, trianguli FKL, duobus
angulis F, K, trianguli FKO, æqua-
les sint, quibus cõmune latus FK,
e 26. *primi.* adiacet; e erunt latera FL, FO, æ-
qualia. quod est propositum.

EODEM modo demonstrabi-
mus, circulum ex H, descriptum ad
interuallum rectæ ductę HFN, tan
gere circulum datum ABC, in N,
transireque per data puncta D, E.

SI quando contingat centrum circuli dati, & punctum medium rectæ data
duo puncta coniungentis, coincidere, vt si G, esset cẽtrum dati circuli DPEQ, fa
cillimo negotio describemus circulum per duo puncta D, E, qui datum circu-
lum contingat. Circulus enim per tria puncta D, P, E, (excitata prius ad DE,
perpendiculari PQ.) descriptus tanget circulum DPEQ. in P, eundemq; tan-
get circulus per tria puncta D, Q, E, descriptus: atque vtriusque centrum in per
pendiculari PQ, existet, ex coroll. propos 1. lib. 3. Euclid.

TRANSEAT deinde recta DE, non per F, centrum circuli dati ABC,
sed vel eum secet vtcunque, vt in prima figura, vel tangat, vt in 2. vel tota sit ex
tra, ita vt producta eum neque secet, neque tangat, vt in 3. 4. & 5. figura, vel de-
nique ita sit extra, vt producta eum secet, aut tangat, vt in 6. & 7. figura. Iuncta
recta DF, sectaque bifariam in G, describatur ex G, circa DF, circulus secans da
tum circulum in B, iungaturq; recta DB, quæ ex scholio propos 31. lib. 3. Eucl.

datum circulum tanget in B. Inuenta autem ipsis DE, DB, tertia proportionali DH, cadet punctum H, in prima figura extra circulum datum versus punctum D, ex quo tengens DB, ductb est. a Quoniam enim quadratum rectæ DB, rectā- a 17 sexti.
gulo sub DE, DH, æquale est; b nec non & rectangulo sub DP, DO; erit rectan- b 36. tertij.
gulum sub DE, DH, rectangulo sub DP, DO, ęquale. c Igitur erit vt DE, ad DP, c 16. sexti.
ita DO, ad DH. Cum ergo DE, maior sit quàm DP, erit quoque DO, maior quā DH, ideoque punctum H. inter D, & O, erit. Pari ratione in secunda figura punctum H, inter D, & punctum contactus K, existet. Cum enim sit vt DE, ad DB, hoc est, ad DK, (est namque DK, ipsi DB, æqualis, ex coroll. 2. propos. 36 lib. 3. Euclid.) ita DB, vel DK, ad DH; sit autem DE, maior quàm DK; erit quoque DK, maior quàm DH. In tertia aūt figura idem punctū H, est inter D, E, pūcta: In 4. idem, quod E ac proinde DB, DE, æquales: Et in 5. vltra punctū E. Deniq; in 6. & 7. figura idē punctū H, vltra circulū existet: quod in 6. ita probatur. d Quo d 17. sexti.
niā quadratū rectæ DB, æquale est tā rectangulo sub DE, DH, e quā rectangulo e 36. tertij.
sub DO, DP; erūt rectāgula sub DE, DH, & sub DO, DP, æqualia; f ac proinde f 16. sexti.




erit vt DE, ad DO, ita DP, ad DH. Cū ergo DE, minor ponatur quàm DO; erit quoque DP, minor quàm DH, ideoque H, vltra P, erit. In 7. autem hæc erit demonstratio. Quoniam est vt DE, ad DB, hoc est, ad DA, (Est namque DA, ipsi DB, æqualis, ex coroll. 2. propos. 36. lib 3 Euclid.) ita DB, vel DA, ad DH; Est autem DE, minor quàm DA; erit quoque DA, minor quàm DH.

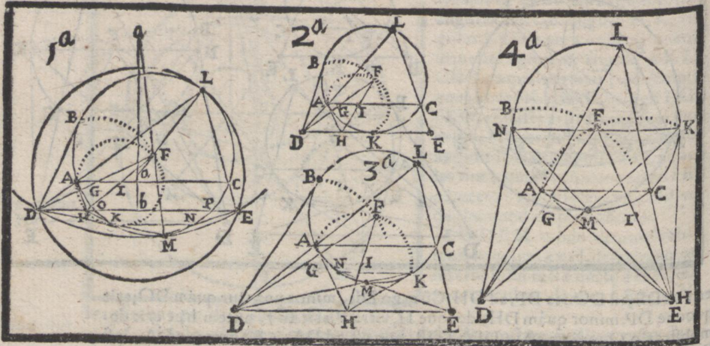
DEINDE iuncta recta HF, eaque secta bifariam in I, describatur ex I, circa FH, circulus secans datum circulum in A, K, punctis, per quæ si ex D, puncto dato, à quo tangens linea DB, ducta est, rectę ducantur DA, DK, secantes circūferentiam dati circuli in L, M; tāget circulus per tria puncta D, E, L, descriptus datum circulum in L, vt in prima figura, in qua circulus DL, descriptus est, apparet: Et circulus per tria puncta D, E, M, descriptus eundem continget in M, vt in 1. & 5. figura patet, vbi descripsimus circulum DE, M, centrum autem circuli tangentis est punctum a, in quo perpendicularis ba, rectam DE, bifariam secans rectam FL, vel FM, per F, centrum dati circuli, & punctum L, vel M, eiectam intersecat. Nam per coroll. propos. 1. lib. 3 Euclid perpendicularis ba, transit per

centrum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

centrum cuiusuis circuli per D, E, descripti, & in FL, necessario centrum circuli
a 11. vel 12 tertij. tangentis circulũ datum ABC, in L, existit, [a] cum recta per duo centra circulorum tangentiũ emissa cadat in contactum, Si namque centrum circuli tãgentis circulũ ABC, in L, nõ dicatur existere in recta FL, secabit recta ex centro illius ducta per F, cẽtrum dati circuli rectam FL, in F. Quare producta cadere nõ poterit in contactum L. quod est absurdum. Si ergo circulus per tria puncta D, E, L, descriptus tangere debet datum circulum in L, vt infra demonstrabitur, existet eius centrum in recta FL. Eademq; ratione centrum circuli per tria puncta D, E, M, descripti, tangentisq; datum circulum in M, vt in eadem prima figura apparet, existit in a, communi sectione perpendicularis ba, & rectæ MF. Contactus porro in L, est interior, at in M, exterior, exceptis figuris 1. & 6. In prima enim contactus in M, interior quoque est, & in 6. contactus in L, exterior. In secunda figura autem vnus tantum fit contactus, isque interior in L: Similiterq; in 7. figura vnus duntaxat contactus fit, isq; exterior in M. Non descripsimus tamen omnes circulos tangentes, vt confusio vitaretur, arbitrantes satis esse exemplum in 1. figura de circulis intus sese tangentibus in L, & alterum exemplum in 5. figura de circulo tangente exterius.

CAETERVM circulum per tria puncta D, E, L, descriptum tangere da-
b 17. sexti. tum circulũ in L, sic demonstrabimus. Quoniam quadratum rectæ DB, [b] tam re-

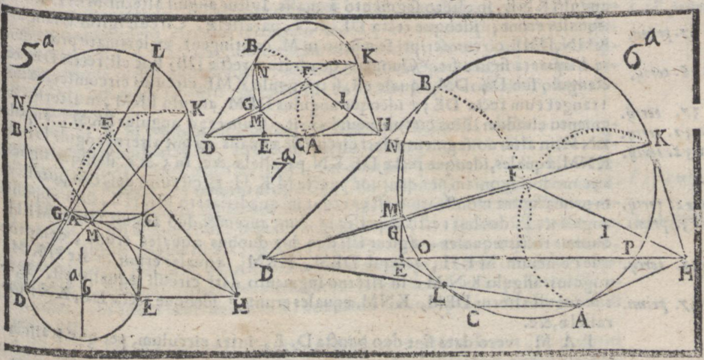



c 36. tertij. ctangulo sub DE, DH, [c] quàm rectangulo sub DL, DA, æquale est; erũt hæc duo rectãgula inter se æqualia. Igitur ex scholio propos. 36. lib. 3. Euclid. per quatuor puncta A, L, E, H, circulus describi poterit; ac proinde, ducta recta LE. secãte circumferentiam in C, (quod enim circulum necessario secet, ad finẽ in scho-
d 22. tertij. lio demõstrabimus) iunctaq; recta AC, [d] duo anguli oppositi ALE, AHE, in qua-
e 13. primi. drilatero ALEH, duobus rectis æquales erũt in prioribus tribus figuris: [e] Sunt autem & duo anguli AHD, AHE, duobus rectis æquales. Igitur duo illi hisce duobus æquales erunt, ablatoque communi AHE, reliqui ALE, AHD, æqua-
f 32. tertij. les erunt. [f] Est autẽ & angulus HAC angulo ALE, in alterno segmento ęqualis; Nam rectæ HA, HK, circulum ABC, tangunt in A, K, ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. Igitur idem angulus HAC, angulo AHD, alterno æqualis erit;

ideoque

[a] ideoque parallelæ erunt AC, DE, Cum ergo circulus datus circa triangulum LAC descriptus sit, tanget circulus circa triangulum LDE, descriptus datũ circulum in L, ex præcedenti lemmate. Atque hæc demonstratio conuenit in priores tres figuras. In quarta figura hæc erit demonstratio. [b] Quoniam quadratum rectæ DB, ac proinde & quadratum rectæ DE, ipsi DB, æqualis, æquale est rectãgulo sub DL, DA, si circa triangulum LAE, circulus describatur, [c] tanget eum recta DE, in E, quandoquidem eundem recta DL, secat. [d] Igitur angulus DEA, angulo ALE, in alterno segmento æqualis erit. [e] Cum ergo & angulus EAC, eidem angulo ALE, in alterno segmento circuli dati sit æqualis, æquales erunt alterni anguli DEA, EAC; [f] atque idcirco DE, AC, parallelæ erunt. Quare vt prius, ex lemmate antecedente, circulus circa triangulum LDE, descriptus, circulum ABC, datum, & circa triangulum LAC, descriptum, tanget in L. In quinta figura demonstratio sic instituetur. Quoniam quadratum rectæ DB, [g] tam rectãgulo sub DE, DH, [h] quàm rectangulo sub DA, DL, æquale est, erunt duo hæc rectangula inter se æqualia. Igitur ex scholio propos. 36. lib. 3. Euclid. per quatuor puncta A, L, H, E, circulus describi poterit, [i] in quo anguli L, H, in eodem segmẽto, cuius chorda AE, æquales erunt: [k] Sed est & angulus HAC, angulo L, in alterno segmento dati circuli æqualis. Igitur alterni anguli HAC, AHD,

a 27 primi.
b 36. tertij.
c 37. tertij.
d 32. tertij.
e 32. tertij.
f 27. primi.
g 17. sexti.
h 36. tertij.
i 21. tertij.
k 32. tertij.




æquales erunt, [l] ideoq; parallelæ erũt DE, AC, &c. In sexta denique figura hoc modo idem concludemus. Quoniam quadratum rectæ DB, [m] tam rectãgulo sub DE, DH, [n] quàm rectangulo sub DL, DA, æquale est, erunt duo hæc rectangula æqualia inter se, ac proinde circa quatuor puncta E, H, A, L, per scholium propos. 36 lib. 3. Euclid. circulus poterit describi. [o] Igitur duo anguli oppositi HAL, HEL, in quadrilatero EHAL, duobus rectis æquales erũt. [p] Cũ ergo & duo anguli HEL, DEL, duobus sint rectis æquales, erũt his duobus duo illi æquales, ablatoque communi HEL, reliqui HAL, DEL, æquales erunt: [q] Est autem angulus HAL, angulo ACL, in alterno segmẽto dati circuli æqualis. Igitur & angulus DEL, eidem angulo ACL, alterno æqualis erit, [r] atque idcirco DE, AC, parallelæ erunt, &c.

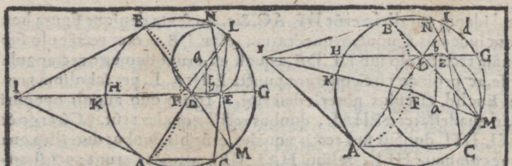
l 27. primi.
m 17. sexti.
n 36. tertij.
o 22. tertij.
p 13. primi.
q 32. tertij.
r 27. primi.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

EODEM fere modo oſtendemus, circulũ per tria puncta D, E, M, deſcriptũ
a 17. ſexti. datum circulum tangere in M. In prima enim figura, quoniam quadratum re-
b 36. teriij. ctæ DB, [a] tam rectangulo ſub DE, DH, [b] quàm rectangulo ſub DK, DM, æquale
eſt, erunt hæc duo rectangula inter ſe æqualia; ideoq; circa quatuor puncta H,
E, M, K, circulus poterit deſcribi. Igitur in quadrilatero HEMK, ducta recta
ME, ſecante circumferentiam in N, (quod enim neceſſario circulum ſecet, ad fi
c 22. tertij. nẽ in ſcholio demonſtrabimus) iunctaq; recta KN, [c] duo anguli oppoſiti EMK,
d 13. primi. EHK, duabus rectis æquales erunt: [d] Sunt autem & duo EHK, DHK, duo-
bus rectis æquales. Igitur hi duo duobus illis æquales erunt, demptoque com-
muni EHK, reliqui EMK, DHK, æquales erunt; [e] Sed & angulus HKN, eidem
e 32. tertij. angulo EMK, æqualis eſt in alterno ſegmento circuli dati. Igitur alterni anguli
DHK, HKN, æquales erunt; [f] ideoque rectę DE, KN, parallelæ. Circulus ergo
f 27. primi. per D, E, M deſcriptus datum circulum per K, N, M, deſcriptum tanget in M,
ex præcedenti lemmate. In tertia autem figura. (Nam in ſecunda, ſicuti & in ſe-
ptima, vnicus fit contactus in L, cum recta DE, circulum datum tangat) ita pro
poſitum oſtendemus. Quoniam per quatuor puncta M, K, E, H, circulus deſcri-
bi poteſt, quod probabitur, vt in prima figura; [g] erunt in eodem ſegmento, cu-
g 21. tertij. ius chorda recta MH, anguli MKH, MEH, æquales: [h] Eſt autẽ angulus HKM,
h 32. tertij. angulo KNE, in altero ſegmento æqualis Igitur anguli alterni MEH, KNE,
æquales erunt, [i] ideoque rectæ DE, KN, parallelæ. Circuli igitur triangulis
i 27. primi. KMN, DME, circumſcripti ſe mutuo in M, contingent, ex lemmate præceden-
te. In quarta figura ſic. [k] Quoniam quadratum rectæ DB, hoc eſt, rectæ DE, re-
k 35. tertij. ctangulo ſub DK, DM, æquale eſt, ſi triangulo KME, circulus circumſcribatur,
[l] tanget eum recta DE; [m] ideoque angulus DEM, angulo EKM, in alterno ſe-
l 37. tertij. gmento eiuſdem illius circuli æqualis erit. [n] Cum ergo angulus EKM, angulo
m 32. tertij. KNM, in alterno ſegmento dati circuli ſit æqualis; erunt alterni anguli DEM,
n 32. tertij. KNM, æquales, ideoque rectæ DE, KN, parallelæ, &c. In 5. & 6. denique figuris
hoc modo. Quoniam per quatuor puncta M, K, H, E, circulus deſcribi poteſt, vt
o 22. tertij. in prima figura monſtratum eſt; [o] erunt in quadrilatero MKHE, duo oppoſiti
p 13. primi. anguli K, E, duobus rectis æquales: [p] Sunt autem & duo anguli DEM, MEH,
duobus rectis æquales. Igitur illi duo his duobus æquales erunt, dempto-
q 32. tertij. que communi MEH, reliqui DEM, HKM, æquales erunt. [q] At HKM,
angulus angulo KNM, in alterno ſegmento dati circuli æqualis eſt. Igi-
r 27. primi. tur anguli alterni DEM, KNM, æquales erunt, [r] ideoque rectæ DE, KN, pa-
rallelæ, &c.

IAM vero data ſint duo puncta D, E, intra circulum, per quæ traiicia-
tur recta quantacũque DE, ſiue ea per cẽtrum dati circuli tranſeat, ſiue non. Tribus rectis DE, DG, DH,




inuenta ſit quarta proportionalis DI. Et quoniam eſt, vt DE, ad DG, ita DH, ad

DH, ad DI; estque DE, minor quàm DG, erit quoque DH, minor quàm DI, ac proinde punctum I, extra circulum existet. Ducta ex I, ad centrum F, recta IF, quando DE, extensa non transit per centrum, eaque diuisa bifariam in K, describatur ex K, describatur ex K, circa IF, circulus secans datum circulum in A, & B, iunganturque rectæ IA, IB, quæ ex scholio propos. 31. lib. 2. Euclid. circulum datum tangent in A, & B. Si igitur ex A, per D, recta ducatur AD, secans circumferentiam in L, tanget circulus per tria puncta D, E, L, descriptus datum circulum in L. Sic etiam recta ducta BD, circumferentiam secabit in M, puncto, in quo circulus per tria puncta D, E, M, descriptus datum circulum tanget in M. Est autem contactus hic semper interior. Demonstratio hæc est. Ducta recta LE, secante circumferentiam in C, iungatur recta AC: Item ducta recta ME, secante circumferentiam in N, iungatur recta BN. Quia igitur est, vt DE, ad DG, ita DH, ad DI; [a] erit rectangulum sub DE, DI, rectangulo sub DG, DH, æquale: [b] Sed hoc æquale est rectangulo sub AD, DL. Igitur & illud. Per quatuor ergo puncta A, I, L, E, circulus describi poterit, ex scholio propos. 35. lib. 3. Euclid. [c] ac proinde anguli IAL, LEI, in eodem segmento illius circuli, cuius chorda recta IL, æquales erunt: [d] Est autem IAL, æqualis angulo ACL, in alterno segmento dati circuli. Igitur æquales erunt anguli LEI, ACL, externus & internus, [e] ideoque rectæ DE, AC, parallelæ erunt. Per lemmu ergo antecedens circulus triangulo DEL, circumscriptus circulum datum triangulo ACL, circumscriptum tanget in L, vt in priori figura apparet; estque rursus centrum in a, communi sectione perpendicularis ba, rectam DE, bifariam secantis, & rectæ LF, ex puncto L, per centrum F, dati circuli ductæ.

a 16. sexti.
b 35. tertij.
c 21. tertij.
d 32. tertij.
e 28. primi.

EODEM modo ostendemus circulum per D, E, M, descriptum tangere datum circulum in M. Erit enim rursus rectangulum sub DE, DI, rectangulo sub BD, DM, æquale. Igitur per quatuor [f] puncta I, B, E, M, circulus describi poterit, ex scholio propos. 35. lib. 3. Euclid. [f] ac proinde anguli IBM, MEI, in eodem segmento illius circuli, cuius chorda rectæ IM, æquales erunt. [g] Est autem IBM, æqualis angulo BNM, in alterno segmento dati circuli. Igitur anguli MEI, BNM, externus & internus, æquales erunt, [h] ideoque rectæ DE, BN, parallelæ. Per lemma ergo præcedens, circulus triangulo DEM, circumscriptus circulum datum tanget in M, vt in posteriori figura vides; vbi etiam centrum est in a, communi sectione perpendicularis ba, & rectæ MF.

f 21. tertij.
h 28. primi.

QVOD si à puncto E, solutio problematis initium sumat, inuenietur idem omnino punctum L, vel M. Nullum enim aliud absoluere potest problema. Nam si fieri potest, inueniatur aliud punctum d, in posteriori figura. Recta ergo d E, secabit circumferentiam infra punctum c, & recta d D, eandem secabit supra punctum A; ac proinde recta connectens puncta sectionum secabit rectam AC, ideoque & eius parallelam DE, productam. Non ergo ei parallela erit. quod tamen requiritur ad problema, vt patuit, & liquido constat ex præcedente lemmate. Idem absurdum conspicietur in aliis figuris. si aliud punctum quàm L, vel M, dicatur inueniri, si à puncto E, solutio problematis incipiat.

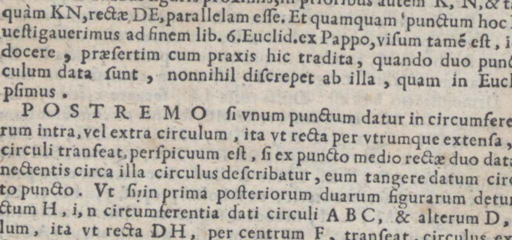
ITAQVE vt problema propositum perficiatur, necesse est à duobus datis punctis duas rectas ducere ad aliquod vnum punctum circumferentiæ circuli



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

culi dati, ita vt recta coniungens duo puncta, in quibus duæ illæ rectæ circumferentiam secant, parallela sit rectæ data duo puncta connectenti. Ita enim vides, u.g. à punctis D, E, ad punctum L, duas rectas DL, EL, ductas secare circumferentiam in A, C, rectamque AC rectæ DE, parallelam esse, Item ex D, E, per punctum M, ductas duas rectas DM, EM, secare circumferentiam in B, N, in posterioribus duabus figuris proximis, in prioribus autem K, N, & tam rectã BN, quàm KN, rectæ DE, parallelam esse. Et quamquam punctum hoc L, vel M, inuestigauerimus ad finem lib. 6. Euclid. ex Pappo, visum tamẽ est, idem hoc loco docere, præsertim cum praxis hic tradita, quando duo puncta intra circulum data sunt, nonnihil discrepet ab illa, quam in Euclide præscripsimus.

POSTREMO si vnum punctum datur in circumferentia, & alterum intra, vel extra circulum, ita vt recta per vtrumque extensa, per centrum circuli transeat, perspicuum est, si ex puncto medio rectæ duo data puncta connectentis circa illa circulus describatur, eum tangere datum circulum in dato puncto. Vt si in prima posteriorum duarum figurarum detur vnum punctum H, in circumferentia dati circuli ABC, & alterum D, intra circulum, ita vt recta DH, per centrum F, transeat, circulus ex medio puncto rectæ DH, per D, H, descriptus tanget datum circulum in H, ex scholio propos. 13. lib. 3. Euclid. Item si detur punctum G, in circumferentia, & I, extra circulum, ita vt rursus recta IG, transeat per F, centrum, circulus ex medio puncto rectæ



GI, per G, I descriptus tanget datum circulum in G, ex eodem scholio. Denique si punctum H, in circumferentia datum sit, & I, extra, ita vt recta IH, transeat quoque extensa per centrum F, circulus ex medio puncto rectæ HI, per H, I, descriptus tanget datum circulum in H. Nam recta per H, ducta perpendicularis ad IF, vtrumque circulum tanget, ex coroll, propos. 16. lib. 3. Euclid. ac proinde iidem circuli in eodem puncto H, communi se contingent, quandoquidem neuter alterum intersecat, cum neuter rectam tangentem secet.

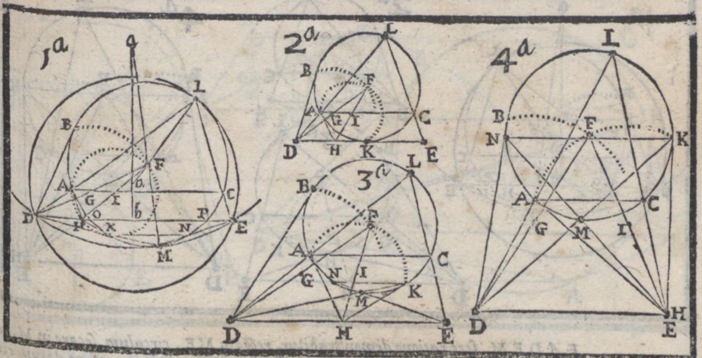
## *SCHOLIVM.*

*AT vero postquam in prioribus 7. figuris ex D, per A, ducta est linea DA, qua necessario datum circulum ABC, secat cum HA, eundem tangat in A; demonstrabimus rectam LE, eundem circulum secare, hoc est, intra circulum ABC, cadere: quod in demonstratione assumebatur, hoc modo. Quoniam si problematis solutio à puncto E, incipiat, idem prorsus punctum L, inuenitur, vt ad calcem lemmatis ostensum est, linea autem recta à puncto assumpto, quod solutionis initium est, educta, qua*

*punctum*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

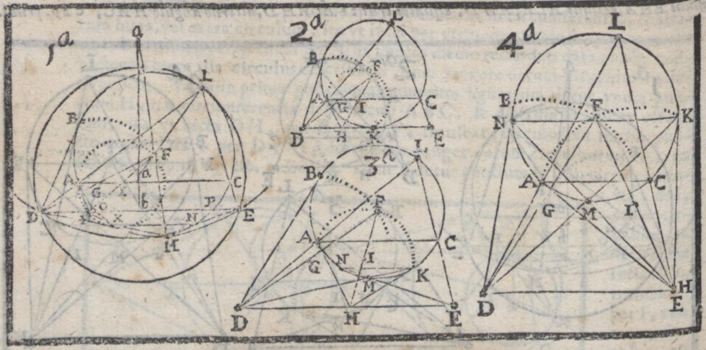
punctum L, offert, datum circulum secat, vt proxime de recta DA, diximus; liquido
constat, rectam LE, eundem circulum secare, quandoquidem ab ea non differt, quæ ex
E, duceretur, si ab E, operationis initiũ fieret. Idemq; dicendum est de recta ME, quia
si ab E, initium fiat, reperitur idem punctum M, &c. Quod tamen alio modo ita demon
strabimus. Ex puncto A, ipsi DE, parallela ducatur AC, secans circumferentiam da-
ti circuli in C. Dico rectam LE, omnino per C, transire, proindeq; in L, & C, circulum
secare, hoc est, intra circulum cadere. Nam quia per quatuor puncta A, L, E, H, circu-
lus describi potest, vt ostendimus; [a] erunt oppositi duo anguli ALE, EHA, a 22. tertij.
in quadrilatero ALEH, æquales duobus rectis: [b] Sunt autem & duo EHA, AHD, b 13. primi.
duobus rectis æquales. Igitur hi duo duobus illis æquales erunt, demptoque com-
muni EHA, reliqui ALE, AHD, æquales erũt: [c] At AHD, alterno angulo HAC, c 29. primi.




æqualis est. Igitur & HAC, angulo ALE, æqualis erit. [d] Idem autem angulus HAC, d 32. tertij.
æqualis est angulo ALC, (ducta recta CL,) in alterno segmento. Igitur anguli ALE,
ALC, æquales sunt, ideoque recta LE, per C, transit, vt eundem angulum faciat cum
AL, quem CL, cum eadem efficit, &c. Atque demonstratio hæc propria est primarum
trium figurarum. In 4. autem, quoniam DE, tangit circulum circa tria puncta A,
L, E, descriptum, vt probatum est; [e] erit angulus DEA, æqualis angulo ALE, in al- e 32. tertij.
terno segmento illius circuli. [f] Est autem idem angulus DEA, alterno EAC, æqualis. f 29. primi.
Igitur erit quoque EAC, angulo ALE, æqualis. [g] Cum ergo idem angulus EAC, æqua- g 32. tertij.
lis sit angulo ALC, (ducta recta CL,) in alterno segmento, erunt anguli ALE, ALC,
æquales. Coincidunt ergo rursum rectæ LE, LC, &c. In quinta vero figura, quoniam,
vt ostensum est, circa quatuor puncta A, L, H, E, circulus describi potest; [h] erunt angu- h 21. tertij.
li ALE, AHE, in eodem segmento, cuius chorda AE, æquales: [i] Est autem angulo i 29. primi.
AHE, æqualis alternus HAC. Igitur angulus HAC, angulo quoque ALE, æqualis
erit. [k] Cum ergo idem angulus HAC, æqualis sit angulo ALC, (ducta recta CL,) in k 32. tertij.
segmento alterno, æquales erũt anguli ALE, ALC; atque idcirco rectæ LE, LC, sibi mu
tuo congruent, &c. Deniq; in 6. figura, (Nam in 7. punctum L, non habetur.) quo-
niam, vt monstratum est, per quatuor puncta A, L, E, H, circulus describi potest,
[l] erunt duo oppositi anguli HAL, LEH, duobus rectis æquales, ideoque duobus LEH, l 22. tertij.
LED, [m] qui æquales etiam sunt duobus rectis, æquales, demptoque communi LEH, m 13. primi.
reliqui

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

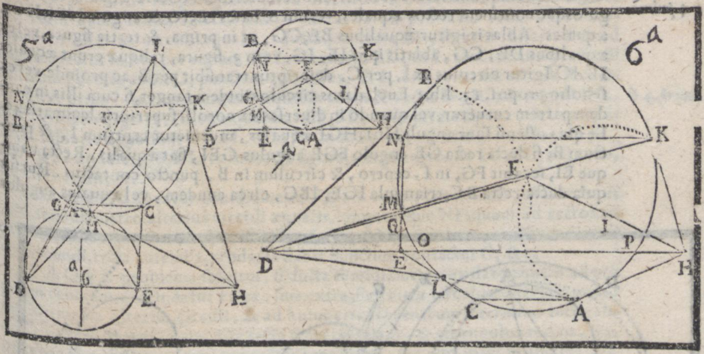
a 32. tertij. reliqui HAL, LED, æquales erunt. [a] Est autem angulus HAL, angulo ACL, in al-
terno segmento æqualis. Igitur & angulus LED, eidem angulo ACL, in eo seg-
b 29. primi. mento æqualis erit. [b] Cum ergo angulus LED, æqualis quoq; sit alterno angulo, quem
EL, producta cum AC, facit, cadet EL, producta in C, punctum. Nam si caderet in-
ter A, & C, vel vltra C, fieret semper externus angulus interno æqualis in triangulo,
quod constituitur à recta CL, & segmento rectæ EL, productæ, & segmento rectæ AC,
intercepto inter punctum C, & illud, in quod EL, producta incidere dicitur: quod est
c 16. primi. absurdum. [c] Est enim externus interno opposito maior. Cum ergo EL, producta cadat
in C, perspicuum est, LE, circulum secare in L, hoc est, intra circulum cadere.




EADEM fere ratione demonstrabitur, rectam ME, circulum secare in M, hoc
est, intra circulum cadere. Ducta enim KN, ipsi DE, parallela, quæ secet datum cir-
culum in N, ostendemus rectam ME, transire per N, ac proinde intra circulum cadere,
eumque secare in M, N. Quia enim in prima figura per quatuor puncta H, K, M, E,
d 22. tertij. circulus describi potest, vt ostensum est; [d] erunt in quadrilatero HKME, duo anguli op
e 13. primi. positi EMK, KHE, duobus rectis æquales, ideoq; & duobus KHE, KHD, [e] qui duobus
etiã rectis æquãtur æquales; ac dempto cõmuni KHE, reliqui EMK, KHD, æquales
f 29. primi. quoque erunt. [f] Est autem KHD, alterno HKN, æqualis. Ergo & HKN, angulo
g 32. tertij. EMK, æqualis erit. [g] Cum ergo & angulus HKN, angulo KMN, (ducta recta NM)
in alterno segmento æqualis sit, æquales erunt anguli EMK, KMN; atque idcirco re-
cta ME, per N, transibit, intraque circulum datum cadet. In 2. figura punctum M,
non habetur. In 3. figura sic rem demonstrabimus. Quoniam, vt ostensum est, per
quatuor puncta H, E, K, M, circulus describi potest, [h] erunt anguli HEM, HKM, in eo-
h 21. tertij. dem segmento illius circuli, cuius chorda HM, æquales. [i] Est autem angulus HKM,
i 32. tertij. angulo KNM, in segmento alterno æqualis. Igitur & angulus HEM, eidem angulo
k 29. primi. KNM, æqualis erit. [k] Cum ergo angulus HEM, angulo alterno, quem facit recta EM,
producta cum KN, æqualis sit; erunt æquales anguli KNM, & angulus, quem EM,
producta facit cum KN. Igitur EM, producta cadet in N. si enim caderet inter K, N,
vel vltra N, fieret semper angulus externus interno opposito æqualis in triangulo con-
stituto à recta MN, & segmento rectæ EM, productæ, & segmento rectæ KN, intercepto
l 16. primi. inter N, & punctum, in quod cadere dicitur EM, producta, quod est absurdum. [l] Ex-
ternus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*ternus enim angulus interno opposito maior est. Cadit ergo EM, producta in N, ideoque intra circulum cadit auferens arcum MN. In 4. figura, quia, vt ostensum est, recta DE, tangit circulum circa E, K, M, descriptum, [a] erit angulus DEM, angulo* a 32. tertij.
*EKM, in alterno segmento æqualis: [b] sed angulus EKM, angulo KNM, in alterno* b 32 tertij.
*segmento æqualis est. Igitur & angulus DEM, angulo KNM, æqualis est: [c] Est au-* c 29. primi.
*tem idem angulus DEM, æqualis alterno angulo, quem cum KN, facit EN, producta. Igitur æqualis erit angulus KNM, angulo, quem EM, producta facit cum KN, ac proinde, vt paulo ante ostendimus, EM, producta in M, cadet. Denique in 5. 6. & 7. figura, quoniam circulus describi potest circa quatuor puncta H, E,*
*M, K, [d] erunt oppositi duo anguli HEM, HKM, duobus rectis æquales, ideoque æqua-* d 22. tertij.




*les duobus HEM, MED, [e] quòd hi etiam duobus rectis æquales sint. Dempto ergo* e 13. primi.
*communi HEM, reliqui HKM, MED, æquales erunt: [f] Est autem angulus HKM,* f 32. tertij.
*angulo KNM, in segmento alterno, [g] & angulus MED, angulo alterno æqua-* g 29. primi.
*lis, quem EM, producta facit cum KN. Igitur æqualis erit angulus KNM, angulo huic alterno, atque idcirco, vt paulo ante monstratum est, EM, producta cadit in punctum N, &c.*

*EX his patet, aliter demonstrari posse, circulum per tria puncta D, E, L, vel D, E, M, descriptum, tangere datum circulum ABC, in L, vel M. Ducta enim AC, vel KN, ipsi DE, parallela, ostendemus, vt in hoc scholio, rectam LE, vel ME, cadere in punctum C, vel N. Igitur per lemma præcedens, circulus per D, E, L, vel D, E, M, descriptus datum circulum ABC, tanget in L, vel M. quod est propositum.*

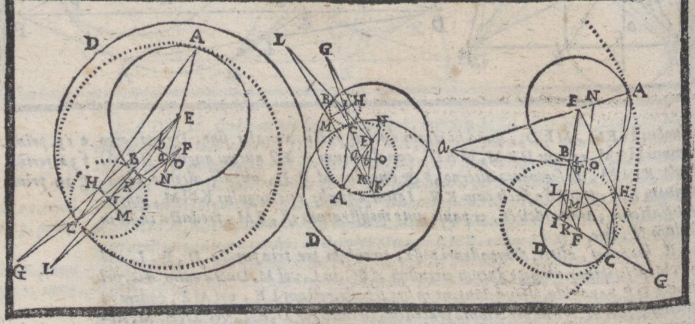
## LEMMA XLII.

DATIS duobus circulis, per punctum in vnius circumferentia datum describere circulum, qui vtrumque datum tangat.

SINT

SINT duo circuli AB, CD, quorum centra E, F, siue vnus alterum includat, secetue, siue alter extra alterum totus sit positus: sitque primum per punctum C, in circumferentia CD, datum describendus circulus circulum AB, tangens. quod duobus modis fieri potest. Primum sic. Ex F, centro circuli, in quo datum est punctum, ducta semidiametro FC, ad punctum datum, in ea producta accipiatur CG, æqualis semidiametro alterius circuli, ad cuius centrum E, recta ducatur GE, quam bifariam & ad angulos rectos secet HI, secans FC, in I, & per I, ad E, centrum posterioris circuli recta ducatur secans circumferentiam eiusdem in B. Dico circulum ex I, per C, descriptum transire per B, ac proinde vtrumque circulum tangere in C, B, cum IC, IB, per eorum centra ducantur. Quoniam enim duo latera HE, HI, duobus lateribus HG, HI, æqualia sunt, angulosque continent rectos æquales; [a] erunt & bases IE, IG, & anguli HEI, HGI, æquales. Ablatis igitur æqualibus BE, CG, vt in prima, & tertia figura, vel ex æqualibus DE, CG, ablatis ipsis IE, IG, vt in 3. figura, reliquæ erunt æquales IB, IC. Igitur circulus ex I, per C, descriptus transibit per B, ac proinde vel ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. datos circulos ibidem tanget, si cum illis in eandem partem curuetur, vel quando in diuersas, ex coroll. superioris lemmatis 40. Et quia ostensi sunt anguli HEI, HGI, æquales, inuenietur centrum I, & punctum B, si ducta recta GE, angulo FGE, angulus GEI, fiat æqualis. Recta namque EI, secabit FG, in I, centro, & circulum in B, puncto contactus. Rursus quia ducta recta BC, triangula IGE, IBC, circa eundem, vel æquales angulos

*a 4. primi.*



ad verticem I, latera proportionalia habent, cum proportionem habeant æqualitatis: [b] ipsa æquiangula erunt; æqualesque habebunt angulos ICB, IGE. [c] Rectæ ergo CB, GE, parallelæ erunt. Quapropter si ductæ rectæ GE, per C, punctum datum agatur parallela CB, reperietur quoque punctum B, contactus.

*b 6. sexti.*
*c 28. vel 27. primi.*

DEINDE ita, quod propositum est, absoluetur. Ducta semidiametro FC, ad datum punctum, abscindatur ex ea versus centrum recta CK, semidiametro posterioris circuli æqualis; & iuncta recta KE, secetur bifariam & ad angulos rectos in b, per rectam ba, secantem FC, in a; ac tandem per a, & E, recta ducatur



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

catur secans posteriorem circulum in A. Dico circulum ex a, per datum punctum C, descriptum transire per A, ac proinde datos circulos in C, & A, contingere. Nam rursum [a] æquales erunt & rectæ aE, aK, & anguli aKE, AEK. Additis ergo æqualibus EA, KC, vt in prima & tertia figura, vel ipsis aE, aK, ablatis ex æqualibus EA, KC, vt in secunda figura, totæ, vel reliquæ aA, aC, æquales quoque erunt. Igitur; vt prius, circulus ex a, per C, descriptus transibit per A, datosque circulos in A, C, continget. Idemque centrum a, & punctum contactus A, reperietur, si ducta recta KE, angulo FKE, æqualis fiat angulus KEN. Immo & CA, ductæ rectæ KE, parallela dabit idem punctum contactus A. quod demonstrabitur, vt prius. a 4. primi.

NON aliter res peragetur, si in circulo AB, datum sit punctum B, vel A. Nam ducta semidiametro EB, sumatur in ea producta recta BL, semidiametro alterius circuli æqualis, ductaque recta LF, secetur bifariam & ad angulos rectos in M, per rectam MI, secantem EL, in I. Ducta enim per I, & centrum F, recta dabit C, punctum contactus, & I, erit centrum circuli describendi, vt prius. Rursus namque [b] æquales erunt & rectæ IF, IL, & anguli IFL, ILF. Ablatis ergo IF, IL, ex æqualibus CF, BL, vt in prima figura, vel ex ipsis IF, IL, ablatis æqualibus CF, BL, vt in secunda figura, vel denique eisdem IF, IL, additis ad æquales CF, BL, vt in tertia figura, reliquæ quoque IB, IC, vel totæ, æquales erunt, &c. b 4. primi.

SIC etiam, si ducatur semidiameter EA, & versus centrum E, abscindatur AN, semidiametro alterius circuli æqualis, iungaturque NF, quam ad rectos angulos, bifariamque secet in O, recta Oa, secans AN, in a; erit a, centrum circuli describendi, recta autem Fa, producta dabit punctum contactus C, &c.

ITAQVE problema soluitur, si ducta semidiametro ex dato puncto ad proprium centrum, abscindatur ex ea, siue extra, siue intra circulum, recta æqualis semidiametro alterius circuli, & ad huius circuli centrum à termino rectæ abscissæ recta iungatur, quam alia recta secet bifariam, & ad angulos rectos, &c. quamuis non idem punctum contactus reperiatur, sed duo inter se diuersa, vt ex figuris manifestum est.

## LEMMA XLIII.

SI in sphæra circulus duos maximos circulos ad easdem partes inter punctum sectionis, & circulum maximum per eorum polos ductum tangat, arcus duorum illorum circulorum maximorum inter puncta contactuum, & intersectionem circulorum, vel circulum maximum per eorum polos ductum intercepti, æquales sunt.

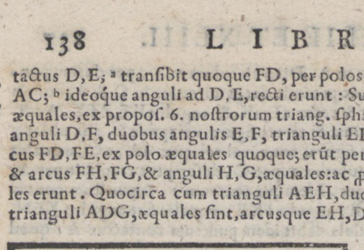
DVOS circulos maximos AB, AC, secantes se in A, tangat in D, & E, circulus DE, cuius polus F, & circulus BC, per polos circulorum AB, AC, ductus sit. Dico arcus AD, AE, vel BD, CE, æquales esse. Ducatur enim per D, & F, circulus maximus DF, secans AC, in G, & per E, & F, circulus maximus EF, secãs AB, in H. Quia igitur arcus FD, FE, transeunt per polum circuli DE, & per con-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 3.2.*Theo.* b 15.1.*Theo.*

tactus D, E; [a] transibit quoque FD, per polos circuli AB, & FE, per polos circuli AC; [b] ideoque anguli ad D, E, recti erunt: Sunt autem & anguli ad verticem F, æquales, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær. Igitur cum trianguli DFH, duo anguli D, F, duobus angulis E, F, trianguli EFG, æquales sint, & adiacentes arcus FD, FE, ex polo æquales quoque; erũt per propos. 20. nostrorũ triang. sphær. & arcus FH, FG, & anguli H, G, æquales: ac ꝓpterea & toti arcus EH, DG, æquales erunt. Quocirca cum trianguli AEH, duo anguli E, H, duobus angulis D, G, trianguli ADG, æquales sint, arcusque EH, DG, illis adiacentes æquales; erunt per eandem propos. 20. nostrorum triang. sphær. & arcus AE, AD, æquales. Vel quia tres anguli in triangulo AEH, tribus angulis in triangulo ADG, æquales sunt; erunt per propos. 19. nostrorum triang. sphær. arcus etiam AE, AD, æquales: quibus ablatis ex quadrantibus AB, AC, (quoniam enim BC, per polos circulorum AB, AC, ducitur, transibunt vicissim hi per eius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. ac proinde A, polus erit circuli BC, ideoque ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. AB, AC, quadrantes erunt) reliqui arcus quoque CE, BD, æquales erunt. quod est propositum.




ALITER. Descripto per D, E, circulo maximo DE; erunt per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli FDE, FED, æquales in Isoscele DEF; quibus demptis ex rectis ADF, AEF, reliqui ADE, AED, æquales erunt. Igitur per propos. 9. nostrorum triang. sphær. arcus quoque DA, EA, æquales erunt, &c.

## LEMMA XLIIII.

SI in sphæra circulus duos circulos non maximos æquales tangat, arcus duorum illorum circulorum non maximorum inter puncta contactuum, & circulum maximum per eorum polos ductum, vel punctum sectionis (quando se intersecant) interiecti, sunt æquales.

*PVNCTA autem contactuum vergere debent in contrarias partes, si circuli æquales ad idem hemispherium spectent, ad easdem vero, si ad diuersa hemisphæria pertineant. Ad idem autem hemispæhrium spectare dico illos, qui ex polis propinquioribus citra maximos circulos ex eisdem polis descriptos describuntur: ad diuersa vero hemisphæria eos, qui ex polis remotioribus citra eosdem circulos maximos describuntur.*

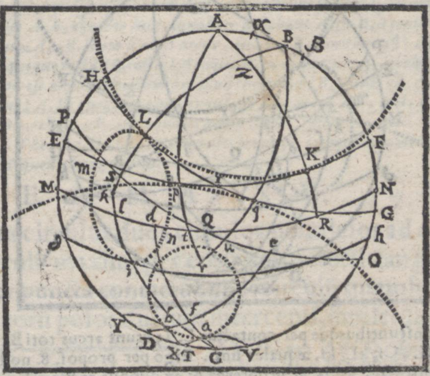
IN

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

IN sphæra ABCD, sint primum ex polis vicinioribus A, B, descripti duo circuli æquales non maximi EF, GH, secantes sese in I, quos tangat circulus KL, in K, L, punctis in contrarias partes vergentibus à puncto sectionis I, cum circuli ad idem hemisphærium spectent, quippe qui inter polos propinquiores A, B, & maximos circulos MN, OP, interijciantur. Dico arcus IK, IL, vel FK, HL, æquales esse. Per polos enim A, B, descripto circulo maximo ABCD, describatur per A, polum circuli EF, & Z, polum circuli tangentis KL, circulus maximus AZ, secans maximum MN, ex eodem polo A, descriptum in R, [a] qui per contactum K, transibit. Item per B, polum circuli GH, & Z, polum circuli tangentis describatur circulus maximus BZ, secans maximum OP, ex eodem polo B, descriptum in S, [b] qui etiam per contactum L, transibit. Quia igitur & arcus AK, BL, ex polis A, B, ad proprios circulos æquales, & arcus ZK, ZL, ex polo Z, ad circulum proprium KL, æquales sunt; erunt quoque reliqui arcus AZ, BZ, æquales; ac proinde per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli ZAB, ZBA, æquales erunt. Quocirca cũ latera AN, AR, lateribus BP, BS, æqualia sint, (quippe quæ omnia quadrantes sint, ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod.) angulosque contineant æquales, vt ostensum est; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases NR, PS, æquales: [c] Est autem arcui NR, arcus FK, & arcui PS, arcus HL, similis. Igitur & arcus FK, HL, similes inter se, ideoque æquales erunt, cum similes arcus æqualium circulorum æquales sint: quibus demptis ex æqualibus IF, IH, (quod autem hi arcus æquales sint, in scholio demonstrabimus.) reliqui quoque arcus IK, IL, æquales erunt.

a 4.2.Theo.

b 4.2.Theo.




c 10.2.Theo.

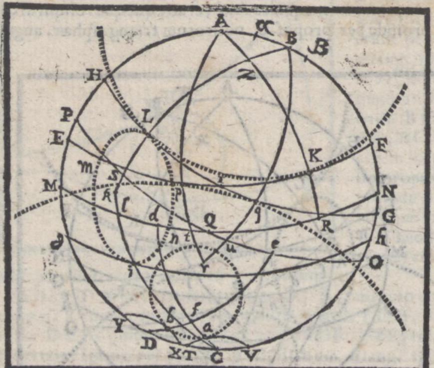
SIMILI ratione, si circulus pq, eosdem EF, GH, tangat in p, q, punctis in partes quoque contrarias vergentibus, ostendemus & arcus Ep, Gq, & Ip, Iq, esse æquales. Descripto enim rursum per A, polum circuli EF, & r, polum circuli tangentis pq, circulo maximo Ar, secante maximum MN, in t, [d] transeunteque per contactum p: Item descripto per B, polum circuli GH, & r, polum circuli tangentis pq, maximo circulo Br, [e] per contactum q, transeunte, secanteque maximum OP, in u: quoniam & arcus Ap, Bq, ex polis A, B, ad circulos æquales, & arcus rp, & rq, ex polo r, ad circulum pq, æquales sunt; erunt quoque toti arcus Ar, Br, æquales. Ergo per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli rAB, rBA; ac proinde & ex duobus rectis reliqui rAM, rBN, æquales erunt. Quare cũ duo latera AM, At, duobus lateribus BO, Bu, æqualia sint, angulosque compre-

d 4.2.Theo.

e 4.2.Theo.

hendant æquales, erunt per propoſ. 7. noſtrorum triangulorum ſphær. & baſes Mt, Ou, æquales. Igitur, vt prius, arcus quoque tam Ep, Gq, quam Ip, Iq, æquales erunt.

IDEM concludetur, ſi duos circulos æquales TV, XY, ad idem hemiſphærium ſpectantes tangat circulus ab, in punctis a, b, à punctis T, X, in contrarias etiam partes vergentibus. Deſcriptis enim rurſum ex polis C, D, circulorum TV, XY, per f, polum tangentis circuli ab, maximis circulis
*a 4.2.Theo.* Cf, Df, ſecantibus maximos MN, OP, in d, e, a tranſeuntibus per contactus a, b, erunt arcus Cf, Df, æquales, quod & Ca, Db, & fa, fb, æquales ſint. Igitur, vt ſupra, & anguli fCD, fDC, & arcus Md, Oe, atque idcirco & Ta, Xb, æquales erunt, &c.




SINT iam ex polis remotiorib⁹ B, C, deſcripti duo circuli æquales GH, gh, ad diuerſa hemiſphæria ſpectantes, quos tangat circulus Lm i n, in L, i, punctis ad eaſdem partes vergentibus a maximo circulo ABCD, per eorum polos ducto. Dico rurſum arcus HL, gi, æquales eſſe. Deſcıiptis enim ex polis B, C, per k, polum circuli tangentis Lm i n, maximis circulis Bk, Ck, ſecantibus maximos OP, MN, in S, l,
*b 4.2.Theo.* b tranſeuntibusque per contactus L, i; erunt arcus toti Bk, Ck, æquales, quod & BL, Ci, kL, ki, æquales ſint. Ergo per propoſ. 8. noſtrorum triang. ſphær. anguli kBC, kCB, ac propterea & ex duobus rectis reliqui kBP, kCM, æquales erunt. Igitur, vt ſupra, arcus PS, Ml, æquales erunt, ideoque & illis ſimiles HL, gi, æquales erunt, &c.

## SCHOLIVM.

*ARCVS autem IF, IH, æquales eſſe, vt in demonſtratione aſſumebatur, ſic demonſtrabimus. Arcus circulorum æqualium EF, GH, à ſectione I, per F, H, vſque ad alteram ſectionem, minora ſegmenta ſunt ipſorum circulorum, & ſegmenta reliqua ab*
*c 28. tertij.* *I, per E, G, vſque ad alteram ſectionem, maiora, vt mox oſtendemus. c Igitur tam minora, quam maiora ſegmenta, æqualia erunt, cum eandem habeant chordam ex I, ad*
*d 9.2.Theo.* *alteram ſectionem ductam. d Cum ergo ſegmenta hæc bifariam ſecentur in F, H; E, G, à maximo circulo ABCD, per eorum polos ducto; erunt quoque tam arcus IF, IH, quam IE, IG, æquales. Quòd autem ſegmenta inter I, per F, H, vſque ad alteram ſectionem ſint minora, ita planum faciemus. Concipiatur diameter ſphæræ, ſeu circuli*

*maximi*

*maximi ABCD, ducta per punctum, in quod cadit perpendicularis ex I, in planum circuli ABCD, demissa, quæ diameter secet circumferentiam in α: Et per hanc diametrum, & perpendicularem ex I, demissam intelligatur duci planum, a quod ad circulum ABCD, rectũ erit, facietque in sphæra semicirculum, qui per Q, transibit. Cũ enim circulus ABCD, transeat per A, B, polos maximorum circulorũ MN, OP, transibunt hi vicissim per illius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. atque idcirco Q, illius polus erit. b Cum ergo semicirculus ille ducatur per eiusdem polos, transibit per Q. polum circuli ABCD, ibique bifariam secabitur, cum ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. eius arcus a Q, vsque ad α, quadrans sit: ac propterea idem semicirculus in I, diuidetur non bifariam. Igitur per theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. recta ducta Iα, erit omnium minima ex I, in circumferentiam ABCD, cadentium, & IF, minor quàm IG; ac propterea ex scholio propos. 28. lib. 3. Euclid. minor erit arcus IF, arcu IG; ideoque totus arcus ab I, per F, vsque ad alteram intersectionem, minor erit toto arcu ab I, per G, vsque ad alteram illam intersectionem, cum horum illi sint semisses, vt ostensum est.*

a 18. vndec.

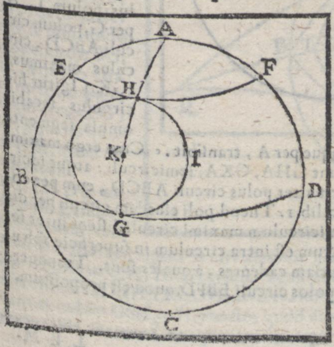
b 13. Theo.

*SED arcus IF, IH, æquales esse, hac etiam ratione ostendi potest. Quoniam rectæ cadentes ex I, in polos A, B, æquales sunt, æqualiter distabunt A, & B, à puncto α, ita vt æquales sint arcus αA, αB. Nam si alius arcus, quàm αB, nimirum αβ, æqualis esset arcui αA, esset quoque recta Iβ, rectæ IA, æqualis, ex dicto theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. quod est absurdum. Nam per illud theorema IB, minor est, quàm Iβ, ideoque minor quàm IA. Et quoniam æquales quoque sunt arcus AF, BH, si auferantur æquales Aα, Bα, reliqui αF, αH, æquales etiam erunt. Igitur per dictũ theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2 Theod. rectæ IF, IH, æquales erunt, c ideoque æquales quoque erunt arcus IF, IH. quod est propositum.*

c 28. tertij.

## LEMMA XLV.

**SI in sphæra circulus duos circulos parallelos ad easdem partes circuli maximi per eorũ polos ducti tangat, arcus eorũ inter puncta contactuum, & circulũ quemlibet maximum per eorũ polos ductum intercepti, similes sunt.**



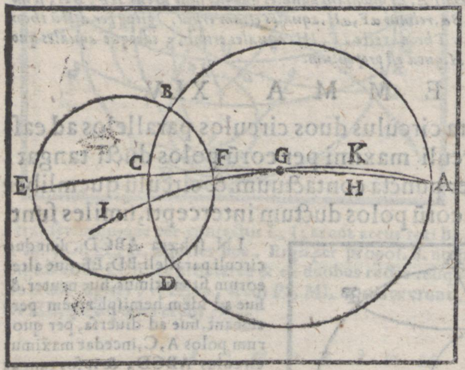

IN sphæra ABCD, sint duo circuli paralleli BD, EF, siue alter eorum sit maximus, siue neuter, & siue ad idem hemisphærium pertineant, siue ad diuersa, per quorum polos A, C, incedat maximus circulus ABCD, & ipsos tangat circulus GIH, in punctis G, H, ex eadem parte maximi circuli ABCD. Dico tam arcus BG, EH, quàm DG, FH, esse similes. Describatur enim per A, polum circulorum BD, EF, & K, polum tangentis circuli GIH, circulus maximus AK. Igitur maximus circulus AK, qui descriptus est per A, K, polos circulorum EF, GIH, sese contingen-

a 4.2.Theo. tingentium in H, a transibit per contactum H: Sic etiam idem maximus circulus AK, qui per A, K, polos circulorum BD, GIH, se mutuo tāgentium ducitur, transibit per contactum G. Quia vero maximi circuli AB, AG, per polos circulorum parallelorum EF, BD, ducuntur, erunt arcus intercepti EH, BG, similes, quod est propositum. Quod si paralleli sint æquales, erunt quoq; arcus EH, BG, non solum similes, verum etiam æquales, propterea quod similes arcus æqualium circulorum æquales sunt.

## LEMMA XLVI.

**SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, maximus circulus secans bifariam vnius segmentum, incedensque per eius circuli polos; transit quoque per alterius circuli polos.**

IN sphæra duo circuli ABCD, EBFD, siue maximi, aut non maximi, siue vnus maximus, & alter non maximus, se mutuo secent in B, D, & maximus circulus EFGHA, transiens per G, polū circuli ABCD, secet eius segmentum BAD, bifariam in A. Dico eundem circulū maximum transire quoque per polū circuli EBFD. Si enim non transit, ducatur per eius polum I, & per G, polum circuli ABCD, circulus maximus IGK. b Igitur hic circulus secabit omnia segmenta




b 9.2.Theo.

c 11.1.Theo. datorum circulorum bifariam, ideoque per A, transibit. c Cum ergo maximi circuli se mutuo secent bifariam, erunt GHA, GKA, semicirculi: atque idcirco punctum A, in circumferentia, erit alter polus circuli ABCD, cum per coroll. theorematis 1. scholii propos. 10. lib. 1. Theod. poli eiusdem circuli per diametrum opponantur, hoc est, per semicirculum maximi circuli distent inter se. quod est absurdum. Polus enim punctum est intra circulum in superficie sphæræ, à quo omnes rectæ in circumferentiam cadentes, æquales sunt. Transit ergo maximus circulus EFGHA, per polos circuli EBFD. quod est propositum.

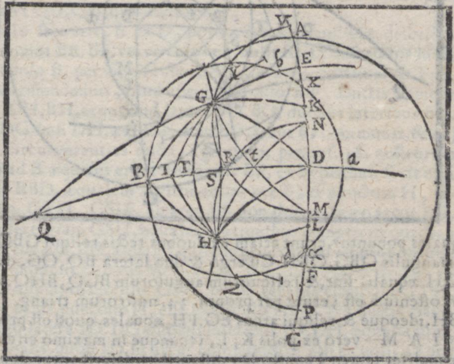
LEM-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# LEMMA XLVII.

SI in ſphæra per polum cuiuſuis circuli maximi ducantur tres maximi circuli conſtituentes duos angulos in polo æquales; circulus quicunque ex quolibet puncto medij circuli, vt polo, deſcriptus abſcindit tam ex alijs duobus maximis circulis, quàm ex duobus circulis ſiue maximis, ſiue non maximis æqualibus, qui polos habent in primo circulo maximo à medio illo circulo maximo æqualibus interuallis diſtantes, arcus æquales ad eaſdem partes ab eodem primo circulo maximo inchoatos, in circulis tamen maximis vel non maximis æqualibus polos in primo illo circulo maximo habentibus, a punctis, quæ citra vel vltra polos eorum exiſtunt.

IN ſphæra ABC per B, polum maximi circuli ADC, ducantur tres maximi circuli BD, BE, BF, facientes in B, angulos æquales EBD, FBD: Et primum ex aſſumpto polo B, in medio circulo BD, deſcriptus ſit circulus non maximus GSH, ſecans circulos maximos BE, BF, in G, H. Dico arcus EG, FH, eſſe æquales. Quoniam enim ex coroll. propoſ. 16. lib. 1. Theod. arcus BE, BF, quadrantes ſunt, ideoque æquales; ſi demantur arcus BG, BH, qui æquales inter ſe ſunt, quod ductę chordæ BG, BH, æquales etiã ſint ex defin. poli, reliqui arcus EG, FG, æquales quoque erũt, quod eſt propoſitum.



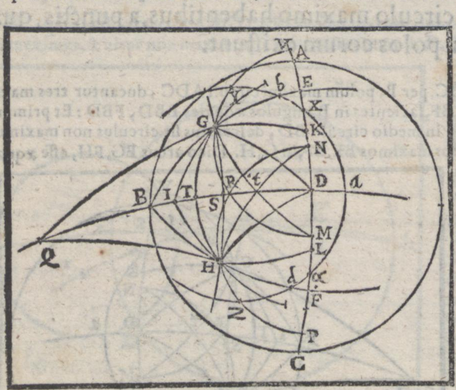

a 28. tertij.

DEINDE ex alio polo I, aſſumpto in eodem medio circulo BD, deſcriptus ſit circulus non maximus GSH, ſecans maximos circulos BE, BF, in G, H. Dico rurſum, æquales eſſe arcus EG, FH. Ductis enim maximis circulis IG, IH, DG, DH, deſcribatur ex D, polo, per G, circulus GTH, ſecans circulum GSH, in H, puncto; quod dico eſſe illud, in quo circulus BF, à circulo GSH, ſecatur. Concipiantur enim per H, punctũ interſectionis circulo-

rum

rum GSH, GTH, & per B, I, ducti circuli maximi HB, HI. Quoniam igitur duo latera ID, DG, duobus lateribus ID, DH, ęqualia sunt, & basis IG, basi IH, æqualis; (sunt enim tam arcus DG, DH, quàm IG, IH, æquales, cum cadant ex polis ad proprios circulos, erunt anguli GDI, HDI, æquales, ex propos. 18. nostrorum triang. spher. Rursus quia duo latera BD, DG, duobus lateribus BD, DH, æqualia sunt, angulosque æquales continent, vt ostendimus; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases BG, BH, & anguli ad B, æquales; sed ex hypothesi, arcus BH, ductus ad intersectionem ipsius cum circulo GSH, facit angulum HBD, angulo eidem GBD, æqualem. Igitur hic arcus ab eo, qui per B, & intersectionē circulorū GSH, GTH, ducitur, non differt, ne pars sit æqualis toti; ac proinde circuli GSH, GTH, in arcu BF, se intersecāt. Quocirca ostēdemus, vt proxime factum est, in triangulis IGD, IHD, angulos IDG, IDH, æquales esse, cum tria latera tribus lateribus sint æqualia: atque hinc, in triangulis BGD, BHD, bases BG, BH, æquales esse ex propos. 7, nostrorum triang. sphær. Reliqui ergo arcus EG, FH, æquales quoque erunt. quod est propositum.

TERTIO ex alio polo Q assumpto in eodem medio circulo BD, descriptus sit circulus maximus GSH, secans maximos circulos BE, BF, in G, H. Dico rursum, arcus EG, FH, æquales esse. Descriptis enim per Q, G, & per Q, H, circulis maximis QG, Q, H, qui ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. quadrātes sunt, erunt per propos. 25. nostrorū triāg. sphęr. anguli QGH, QHG, recti, ideoque QGB, QHB, acuti. Et quia anguli DBE, DBF, æquales ponuntur, erunt etiam ex duobus rectis reliqui GBQ, HBQ, æquales in triangulis QBG, QBH. Cū ergo & duo latera BQ, QG, duobus lateribus BQ, QH, æqualia sint, & reliquorum angulorum BGQ, BHQ, vterque recto minor. vt ostensum est; erunt per propos. 24. nostrorum triang. sphær. & latera BG, BH, ideoque & reliqui arcus EG, FH, æquales. quod est propositum.




IAM vero ex polis K, L, vtcunque in maximo circulo ADC, assumptis æqualiter tamen à puncto D, distantibus, describantur duo æquales circuli siue maximi, siue non maximi, MGV, NHP. Primum autem ex polo B, circulus non maximus describatur GSH, hoc est, parallelus circuli maximi ADC, secans, vel tangens duos circulos in G, H. Dico tam duos arcus MG, NH, quàm duos VG, PH, esse æquales. Describatur enim ex polo D, per G, circulus GTH, secās circulum GSH, in H, puncto, quod dico esse illud, in quo GSH,

circulum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

circulum NHP, ſecat. Ductis enim arcubus circulorum maximorum DG, DH; KG, LH, & BH: quoniam duo latera DG, DB, duobus lateribus DH, DB, æqualia ſunt, & baſis BG, baſi BH, æqualis: (Nam tam DG, DH, quàm BG, BH, ex polis ad circumferentias propriorum circulorum æquales ſunt) erunt per propoſ. 18. noſtrorum triang. ſphær. & anguli GDB, HDB, ac proinde & ex rectis reliqui GDK, HDL, æquales erunt. Igitur quia duo latera GD, DK, duobus lateribus HD, DL, æqualia ſunt, cum poli K, L, ponantur æqualiter diſtare à D; angulosq́ue continent æquales, vt oſtendimus; erunt per propoſ. 7. noſtrorum triang. ſphær. & baſes KG, LH, æquales. Cum ergo KG, ſit ex polo K, ad circunferentiam VGM, erit quoque LH, ex polo L, ad circumferentiam PHN, cum hæc circunferentia illi ſit æqualis; ideoq́ue punctum H, erit in circunferentia NHP, hoc eſt, in puncto, vbi a circulo GSH, ſecatur. Quapropter oſtendemus, vt proxime factum eſt, in triangulis BDG, BDH, angulos D, æquales eſſe, ac proinde & ex rectis reliquos GDK, HDL: Atque hinc ex propoſ. 7. noſtrorum triang. ſphær. & baſes KG, LH, & angulos K, L, æquales eſſe. Quoniam igitur, ductis maximis circulis MtG, NtH, duo latera KG, KM, duobus lateribus LH, LN, æqualia ſunt, cum ſint ex polis ad æquales circulos; angulosq́ue continent æquales, vt oſtenſum eſt: erunt quoque baſes MG, NH, æquales, ex propoſ. 7. noſtrorum triang ſphær. [a] atque idcirco & chordæ ductæ MG, NH, a 29. tertij.
æquales erunt; [b] atque hinc & arcus MRG, NRH, æquales erunt. Cum ergo b 28. tertij.
MGV, NHP, ſemicirculi ſint, [c] quod maximus circulus ADC, per eorum po- c 15. 1. Theo.
los ductus ſecet circulos biſariam; erunt quoque reliqui arcus VG, PH, æquales. quod eſt propoſitum.

EODEM prorſus modo propoſitum concludemus, ſi ex alio quouis polo I, vel Q, aſſumpto in circulo BD, circulus deſcribatur GSH, etiamſi deſcriptus ex Q, maximus ſit, ita vt QG, QH, quadrantes ſint.

NON diuerſa ratio fere erit, ſi ex D, polo circulus quilibet deſcribatur GTH, ſecans maximos BE, BF, vel circulos ex polis K, L, deſcriptos in G, H. Deſcripto enim ex polo B, per G, circulo GSH, ſecante circulum GTH, in H, puncto, ſimiliter oſtendemus, illud eſſe in circulo BF. Ductis namque circulis maximis DG, DH, BH, erunt duo latera BD, BG; duobus lateribus BD, BH, æqualia, & baſis DG, baſi DH, æqualis, cum BD, arcus ſit communis, & alij ex polis ad proprias circunferentias ducti. Igitur per propoſ. 18. noſtrorum triang. ſphær. anguli ad B, æquales erunt: Sed arcus BF, ex hypotheſi facit etiã angulum FBD, angulo EBD, æqualem. Igitur arcus per B, & punctum H, interſectionis circulorum GTH, GSH, ab arcu BF, non differt. Ergo arcus BG, BH, ex polo ad circunferentiam GSH, æquales erũt; quibus demptis ex quadrantibus BE, BF, reliqui arcus EG, EH, æquales quoque erunt. quod eſt propoſitum.

RVRSVS ductis maximis circulis MtG, NtH, KG, LH; & deſcripto ex quouis polo I, in BD, aſſumpto circulo GSH, per G, ſecante circulum GTH, in H, monſtrabimus, vt prius, punctum H, eſſe in circulo NHP. Nã ductis maximis circulis IG, IH, duo latera ID, DG, duobus lateribus ID, DH, æqualia ſunt, & baſis IG, baſi IH, æqualis, quòd ID, ſit arcus communis, & alij ex polis ad proprias circunferentias ducti. Igitur per propoſ. 18. noſtrorum trang. ſphær. anguli IDG, IDH, ideoq́ue & ex rectis reliqui GDK, HDL, ęquales erunt. Sunt autem & duo latera DG, DK, duobus lateribus DH, DL, æqualia. Nam DG, DH, arcus ſunt ex polis circulorũ æqualiũ ad circunferentias, & DK, DL, ſunt arcus poſiti æquales, nimirũ diſtantiæ polorũ K, L, à pũcto D. Igitur per propoſ. 7. noſtrorũ triang. ſphęr. & baſes KG, LH, æquales erũt. Cũ ergo KG, ducatur ex po

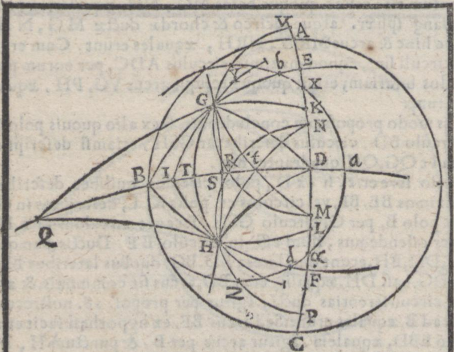
lo K, ad suam circunferentiam, ducetur quoque LH, ex polo L, ad suam circunferentiam, cum hæc illi sit æqualis, hoc est, punctum H, intersectionis circulorum GTH, GSH, in circulo NHP, existet. Quo posito, probamus ex propos. 18. nostrorum triang. sphær. angulos DKG, DLH, æquales esse, quod tria latera KG, KD, DG, tribus lateribus LH, LD, DH, æqualia sint. Quamobrem cum duo quoque latera GK, KM, duobus lateribus HL, LN, sint æqualia circa illos angulos, cum arcus sint ex polis K, L, ad circumferentias æquales; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases MtG, NtH, æquales. [a] ideoque & ductæ chordæ MG, NH, æquales erunt, [b] ac proinde & arcus MRG, NRH, æquales erunt, &c. quod est propositum.

a 29. tertij.
b 28. tertij.

DEMONSTRATIO hæc locum habet, vt constat, siue circuli MGV, NHP, se mutuo secent, siue tangant in D, siue denique vnus totus extra alterum existat. Sed quando se tangunt in D, tam arcus DH, NH, quam DG, MG, coincidunt, atque ita breuior efficitur demonstratio.

QVOD si quando accidat, circulum ex polo vtcunque assumpto in circulo BD, descriptũ secare circulum ADC, qualis est circulus YXaαZ, secans ADC, in X, α, eruut semper puncta sectionum X, α, à puncto D, æqualiter remota; [c] propterea quod circulus maximus BD, per polos circulorum ADC, YaZ, descriptus secat eorum segmenta XDα, Xaα, bifariam in D, & a. Erunt autem rursum, vt demonstratum est, tam arcus Eb, Fd, quam arc⁹ MGY, NHZ, & VY, PZ, æquales. Itaque si eiusmodi circulus polum habẽs in BD, circulo maximo, transeat per alterum polorum K, vel per quodcunque punctum à polo K, remotum, trãsibit quoque per alterum polum L, vel per punctum, quod tanto interuallo absit à polo L, quanto illud alterum à polo K, abest, siue ea puncta à polis recedant versus D, siue versus A, C: quia hac ratione eiusmodi puncta à puncto D, semper sunt æque remota, vt patet.

c 9.2.Theo.




VICISSIM circulus quicũq; YaZ, secans circulum maximum ADC, in punctis X, α, æqualiter distantibus à puncto D, ac proinde & à polis K, L; polos habet necessario in maximo circulo DB, per D, & polos circuli ADC, ducto. Quoniam enim circulus maximus DB, secat segmentum Xα, bifariam in D, transitque per eius polos, ex hypothesi, transibit idem quoque DB, per polos circuli YaZ, priorem secantis X, α, ex præcedenti lemmate 46.

CAETE-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

CAETERVM quando circa polum B, parallelus maximi circuli ADC, describitur, abscindet is arcus æquales ex omnibus maximis circulis per B, ductis, etiamsi in B, angulos non constituant æquales; Itemque ex omnibus non maximis ęqualibus polos habentibus in maximo circulo ADC, etiamsi poli non ęqualiter distent à medio circulo BD. In maximis propositũ facile sic concludemus. Cum enim omnes ducãtur per polos parallelorum ADC, GSH, [a] erunt eorum arcus inter dictos parallelos, ęquales. In non maximis vero hæc erit demonstratio. Si ex punctis, in quibus à parallelo maximi circuli ADC, secantur, ad maximum circulum ADC, perpendiculares demittantur. [b] cadent eę in communes eorum sectiones cum maximo circulo ADC, hoc est, in eorum diametros: [c] (Cum enim maximus circulus ADC, per eorũ polos ductus secet eos bifariam, erunt illæ cõmunes sectiones eorum diametri.) ac proinde sinus recti erunt arcuum abscissorum. Cum ergo perpendiculares illæ omnes sint inter se æquales. [d] (Quoniam enim omnes parallelę sunt, si per quaslibet duas planum ducatur, [e] fient communes eius cum planis parallelis ADC, GSH, sectiones parallelę; [f] ac proinde in parallelogrammo latera opposita ęqualia erunt, nimirum duę illę perpendiculares: & sic de cęteris) erunt quoque arcus, quorum sinus sunt, ęquales. quippe cum in circulis ęqualibus ęquales sinus habeant arcus ęquales, vt in definitionibus sinuum demonstrauimus.

a 10.2. Theo.
b 38. vndec.
c 15.1. Theo.
d 6. vndec.
e 16. vndec.
f 34. primi.

## LEMMA XLVIII.

SI ex eodem centro duo circuli descripti sint, & ex quotlibet punctis circumferentiæ interioris ad exterioris circumferentiam rectæ æquales ducantur; vna autem earum interiorem circulum tangere ponatur, tangent eundem & reliquæ. Et si plures lineæ interiorem circulum tangentes versus eandem partem ducantur, versus sinistram videlicet, aut dextram, ipsæ inter se æquales, & arcus inter binas comprehensi, similes erunt.

EX eodem centro A, descripti sint duo circuli BCDEF, GHIKL, & ex punctis G, H, I, rectę ęquales ducantur GB, HC, ID, quarum GB, circulum GHIKL tangere ponatur. Dico & HC, ID, eundem tangere. Iunctis enim semidiametris GA, HA, IA, & BA, CA, DA; quoniam duo latera BG, GA, duobus lateribus CH, HA, ęqualia sunt, & basis BA, basi CA; [g] erunt & anguli AGB, AHC, ęquales: [h] Est autem AGB, rectus. Igitur & AHC, rectus erit; ac proinde, per coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. recta HC, circulum GHI, tanget in H, atque ita de cęteris.

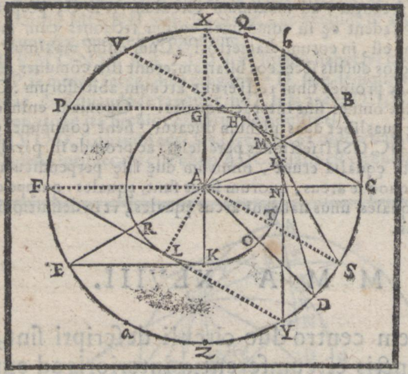
g 8. primi.
h 18. tertij.

DVCTAE iam sint ad easdem partes quotuis tangentes BG, CH, DI, SM. Dico eas & ęquales esse, & tam arcus GH, BC, quam GI, BD, & GM, BS, similes esse. Iunctis enim eisdem semidiametris, secetur interior circulus in M, N, O, T, á semidiametris AB, AC, AD, AS. Et quoniam duo latera AB, AG, duobus lateribus



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

ribus AC,AH,ęqualia ſunt;& anguli AGB,AHC,ęqualibus lateribus AB,AC,
a 18. tertij. oppoſiti,ęquales, [a] quod recti ſint; reliquorum quoq; angulorum B,C, reliquis
b 17. primi. lateribus ęqualibus AG,AH,oppoſitorum vterque recto minor, [b] quod tam duo G,B,quam duo H,C,duobus rectis ſint minores. Igitur per ea quę ad finem lib. 1. Eucl.demonſtrauimus,erunt etiam latera BG.CH, ęqualia, & anguli BAG,
c 26. tertij. CAH,ęquales. Ex quo fit, [c] arcus quoque GM,HN,ęquales eſſe,& ablato communi HM, reliquos quoque GH,MN,eſſe ęquales: Cum ergo ex ſchol. propoſ. 22.lib.3. Eucl. arcus MN, arcui BC,ſimilis ſit;erit quoque arcus GH,eidem arcui BC, ſimilis. Eodem pacto oſtendes arcus GM, IO, eſſe ęquales, ideoque addito cõi MI, totos etiã GI, MO,ęquales eſſe: ac proinde cũ MO,ipſi BD,ſimilis ſit, erit quoq; GI, eidẽ BD, ſimilis. Nõ ſecus mõſtrabis arc⁹ GM,MT ęquales eſſe. Cum ergo MT, ſimilis ſit ipſi BS, erit quoq; GM, eidem BS, ſimilis.




CAETERVM tangentes eſſe ęquales, ita facile etiam oſtẽdemus. Productis tãgentibus BG,DI,ad P,Q,erunt ex ſchol. propoſ. 18.lib. 3. Eucl. ipſę inter ſe ęquales,bifariamq; in G,I,pũctis contactuũ ſecabuntur.Igi
d 8. primi. tur ſemiſses BG,DI,ęquales erunt;& ſic de alijs. Hinc facile concludemus, [d] angulos GAB,IAD,ęquales eſſe,propterea quod latera AB, AG, lateribus AD, AI,ęqualia ſunt,& baſis BG,baſi DI,ęqualis,&c.

QVOD ſi puncta contactuum G,K,per diametrum opponantur, vt ſemicirculus ſit GIK,erit quoque BDE, ſemicirculus, hoc eſt, ipſi GIK, ſimilis. Erit enim tam BD,ipſi GI, quã DE,ipſi IK, ſimilis, vt mõſtratum eſt; ac propterea per lemma 6. & totus BDE, toti GIK, ſimilis erit. Quod tamen hac etiam ratione demonſtrare licet. Iunctis rectis AB, AE, quoniam duo latera AB, AG, duobus lateribus AE,AK,ęqualia ſunt, & baſis BG, baſi EK, ęqualis, vt oſtenſum eſt;
e 8. primi. [e] erunt anguli BAG,EAK,ęquales. Igitur ex ijs, quę ex Proclo ad propoſ. 15. lib. 1. Eucl.demonſtrauimus,rectę AB, AE, vnam rectam conficient; ac proinde diameter erit BE,& arcus BDE, ſemicirculus. Vel ſic. Propter angulos BAG,
f 26. tertij. EAK,ęquales, [f] erunt arcus GM,KR,ęquales,additoque communi MK,toti arcus GMK,MKR, ęquales erunt: Sed ille eſt ſemicirculus, ergo & hic; atque idcirco diameter erit MAR,ideoque BDE,ſemicirculus.

EADEM ratione,ſi puncta contactuum G,L, diſtent per arcum GKL, ſemicirculo maiorem; quoniam arcus KL, EF, oſtenſi ſunt ſimiles; ſi adiiciantur ſemicirculi KIG, EDB, erunt per lemma 6. ſimiles quoque toti arcus GKL, BDF.

## SCHOLIVM.

*EFFICITVR ex hoc, si puncta contactuum circulum interiorem in partes æquales secent, exteriorem à tangentibus in partes quoque distribui æquales. Ita vides tam arcus GH, HM, MN, quam BC, CS, SY, æquales esse.*

*ITAQVE si ducendæ sint plurimæ lineæ tangentes circulum GHIK, in punctis ipsum in partes æquales diuidentibus, vt in G, H, M, N, T, &c. ducenda erit vna, vt GB. Si namque ex A, quicumque circulus describatur secans GB, in B, diuidaturq; in æquales partes BC, CS, SY, &c. initio facto à puncto B, transibit tangens in H, per C; in M, per S; in N, per Y; in T, per Z, &c.*

*SED vt habeas bina puncta in exteriori circulo, per quæ tangentes sunt ducendæ, ducenda erit ex centro A, per vnam partium æqualium circuli GHIK, vt per M, secundam partem, recta AM, secans primam tangentem in B, & per B, ex A, circulus describendus, atque in totidem partes æquales distribuendus, (initio facto à B.) in quot partes circulus GHIK, sectus est, vt in proposita figura, in 12. partes æquales BC, CS, SY, YZ, Za, aE, EF, FP, PV, VX, Xb, bB. Nam cum ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. recta AX, secet arcum BXP, bifariam in X, continebuntur in toto arcu BXP, bis tot partes æquales, quot in BX, hoc est, in simili GM, continentur. Tangens igitur CP, ducitur per duo puncta B, P, terminantia quatuor partes æquales. Sic tangens CV, transibit per similia duo puncta C, V, cum tot partes in arcu BXP, quot in arcu CBV, contineantur, & C, terminet vnam partem; quod arcus BC, GH, similes sint ostensi. Idem dicendum est de tangentibus SX, Yb, FY, &c. Itaque singulæ tangentes per terna puncta hac ratione ducentur. Verum bina puncta cuiusuis tangentis in exteriori circulo vtcunque descripto inuenientur quoque, si ad interuallum rectæ GB, ex puncto contactus duo puncta in exteriori circulo notentur. Nam omnes tangentes æquales sunt, vt demonstratum est. Hac ratione interuallo GB, ex puncto contactus H, reperientur duo puncta C, V, & ex M, duo puncta S, X, &c.*

## LEMMA XLIX.

### PAVCA quædam de declinationibus, latitudinibus ortiuis, ascensionibusq; rectis, & obliquis demonstrare.

1. SIT in prima figura Meridianus ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, secans Aequatorem in E: & per E, transeat Ecliptica FG, vt E, sit principiũ ♈, vel ♎; F, ♋: & G, ♑: sintque arcus Eclipticę EH, EI, ęquales, & per H, I, paralleli ducantur KL, MI, secantes Horizontem in L, & N; ac deniq; per L, N, H, I, & polos mundi O, P, circuli maximi declinationum ducãtur OL, PN, OH, PI, secantes Aequatorem in Q, R, S, T. Dico parallelũ KL transire per duo puncta Eclipticę ęque remota à tropico puncto F. Quod idem de parallelo MI, dicendum est. Quoniã enim maximus circulus ABCD, per polos secat circulos FE, KL, sese in H, & in altero puncto ex alia parte Meridiani ABCD, secantes; a secabit idem eorum segmenta bifariam. Igitur alterum punctũ sectionis ex alia parte Meridiani, in quo parallelus KL, Eclipticã secat, tantũ abest à tropico puncto F, in Ecliptica, quantum ab eodem punctũ H, abest; ac proinde parallelus KL, per duo puncta Eclipticę ęqualiter à tropico puncto F, remota transit. Eademq;

Parallelus quilibet per duo puncta ab alterutro puncto tropico æqualiter distantia transit.

a 9. 2. Theo.

ratione

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

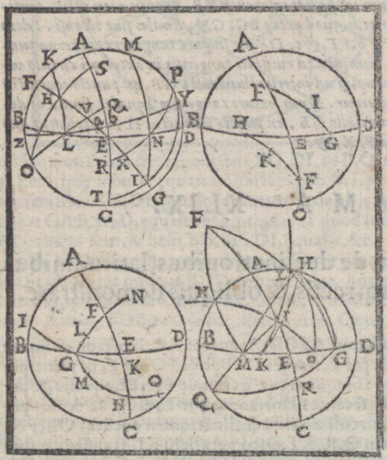
ratione parallelus per I, & per aliud punctum ex alia parte Meridiani transit, quod æqualem cum puncto I, distantiam habet à puncto tropico G.

Duo paralleli per duo puncta Eclipticæ æqualiter ab alterutro puncto æquinoctiali, vel à duobus, aut etiã à duobus punctis tropicis distantia ducti declinationes habent æquales.

2. DEINDE dico, duos parallelos KL, MI, ab alterutro æquinoctiali puncto, vel à duobus, aut etiam à duobus punctis tropicis F, G, æqualiter distantes, declinationes habere æquales HS, IT. Quoniam enim in triangulis HES, IET, a anguli S, T, recti sunt, & anguli ad verticem E, æquales, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær. Ponuntur autem & arcus Eclipticæ EH, EI, rectis angulis oppositi, æquales: erunt per propos. 21. nostrorum triang. sphær. arcus etiã HS, IT, declinationum punctorum H, I, æquales. Atq; ita duo puncta H, I, Eclipticæ, ab eodem Aequinoctij puncto E, æque remota, vel paralleli per ea puncta ducti KL, MI, æquales habent declinationes. Quod si dentur puncta H, I, æqualiter distantia à tropicis punctis F, G, versus eandem sectionem E, vernalem, vel autumnalem, distabunt eadem ab E, æqualiter. Igitur vt proxime ostendimus, paralleli per ea ducti habent æquales declinationes. Si denique vnum punctum, v. g. H, ponantur distare à tropico puncto F, versus autumnale punctum E, alterum vero punctum eadem distantia remoueri à tropico puncto G, versus punctum vernale, ita vt priori per diametrum sit oppositum, sumemus aliud punctũ I, versus prius punctum E, autumnali, in eadẽ distantia à puncto G: habebuntque rursum puncta H, I, vt proxime ostendimus, æquales declinationes HS, IT. Et quia idem parallelus trãsit per I, & punctum respondens ex altera parte datum, vt Num. 1. demonstratum est, habentque omnia puncta eiusdem paralleli æquales declinationes, b quod omnes arcus maximorum circulorum per polos mundi ductorũ, cuiusmodi sunt declinationum circuli, inter quemuis parallelum & Aequatorem, sint æquales; habebũt quoque paralleli per H, & alterũ illud pũctũ Eclipticæ pũcto I, ex altera parte respondens, quod ipsi H, opponitur, declinationes æquales.

a 15. 1. Theod.

b 10. 2. Theod.



Iidem duo paralleli habent latitudines ortiuas æquales.

3. TERTIO dico, eosdẽ duos parallelos habere latitudines ortiuas EL, EN, æquales. Quoniam enim in triangulis ELQ, ENR, anguli Q, R, recti sunt, & anguli ad E, verticem, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær. æquales; Item & arcus declinationum LQ, NR, angulis æqualibus ad E, oppositi, ostensi sunt æquales; denique arcus EL, EN, rectis angulis æqualibus Q, R, oppositi semicirculum non conficiunt, cum quilibet sit quadrante minor, vtpote latitudo ortiua, quæ semper quadrante minor est; erunt per propos. 22. nostrorum triang. sphær. arcus quoque EL, EN, hoc est, latitudines ortiuæ, æquales.

4. QVAR-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

4. QVARTO dico eosdem duos parallelos esse æquales. Cũ enim arcus EL, EN, inter ipsos, & Aequatorem interiecti, ostensi sint æquales, [a] erunt ipsi paralleli KL, MI, æquales.

Iidem duo paralleli æquales sũt.

a 17. 2 *Theod.*

5. SEQVITVR ex his, quaterna semper puncta Eclipticæ, quorum bina opposita sint per diametrum, & bina à duobus pũctis æquinoctialibus, aut tropicis, aut ab eodem puncto æquinoctiali, vel tropico, æqualiter distantia, habere æquales declinationes, latitudinesque ortiuas. Huiusmodi puncta sunt initium ♉, initium ♍, initium ♏, & initium ♓, quorum priora duo à principio ♋, posteriora duo à principio ♑, æqualiter distant: item primum ac vltimum æquali interuallo absunt à principio ♈, & intermedia duo à principio ♎. Et quoniam per priora duo idem parallelus transit, & per posteriora duo vnus alius & idem parallelus, vt Num. 1. est demonstratum, habebunt tã illa duo, quàm hæc, declinationes, latitudinesque ortiuas æquales, vt ostendimus Num. 2. & 3. Sed vt ibidem demonstratum est, etiam primum & vltimum declinationes, latitudinesque ortiuas æquales habent, cum æqualiter à principio ♈. distent. Igitur omnia quatuor æquales declinationes, ac latitudines ortiuas habent, quorum primum ac tertium, nec non secundum ac quartum, per diametrum opponuntur, cũ tam illa, quàm hæc, æquali interuallo distent à principijs ♈, & ♎, secundum successionem signorum. Itaque satis est, si inueniantur declinationes, latitudinesque ortiuę punctorum vnius quadrantis Eclipticæ, cum hæ punctis quoque aliorum trium quadrantum conueniant, si puncta sumantur, vt dictum est.

Quaterna puncta Eclipticæ æquales habere declinationes, & latitudines ortiuas; & quænam illa sint.

Satis esse, vt declinationes, latitudinesque ortiuæ omnium punctorũ vnius quadrantis Eclipticę inueniantur.

POSSVNT omnia hæc facilius, ac breuius ex Theodosio, demonstrari hoc modo. Quoniam Ecliptica EF, tangit vnum parallelorum, nimirum tropicum ♋, vel ♑, [b] erunt duo eius arcus inter Aequatorem, ac parallelũ KL, quorum vnus est EH, inter se æquales. Igitur & ex quadrantibus reliqui vsque ad Meridianum, quorum vnus est HF, æquales erunt: atque idcirco idem parallelus KL, per duo puncta à tropico puncto F, æqualiter remota transibit. Eademq; ratio est de parallelo MI.

b 13. 2. *Theod.*

DEINDE quia arcus Eclipticæ EH, EI, ponuntur æquales, cum paralleli KL, MI, ab æquinoctiali puncto E, aut à duobus punctis tropicis F, G, æqualiter ponantur distare; [c] erunt ipsi paralleli KL, MI, æquales. [d] Igitur tam duo arcus circuli maximi per mundi polos ducti, inter Aequatorem, & dictos parallelos intercepti, qui eorum declinationes metiuntur, quàm duo arcus EL, EN, Horizontis, qui eorũdem parallelorum latitudines ortiuas determinant, æquales inter se erunt. Ex quo rursum sequitur, quaterna Eclipticæ puncta æquales habere & declinationes, & latitudines ortiuas.

c 17. 2. *Theod.*
d 18. 2. *Theod.*

6. DICO sexto, quaternos arcus Eclipticæ æquales, quorum bini per diametrum sint oppositi, & bini à duobus punctis æquinoctialibus, vel tropicis, aut ab eodem puncto æquinoctiali, vel tropico æqualiter remoti, æquales habere ascensiones in sphæra recta. Dico aũt, duos illos arcus esse oppositos, quorum puncta extrema per diametrum opponuntur: æqualiter vero distare à punctis æquinoctialibus, vel tropicis, quorum extrema puncta ab eisdem æqualiter absunt, ita vt propinquiora duo habeant æquales distantias, & remotiora item æquales. Sint ergo primum duo arcus Eclipticæ EH, EI, æquales ab eodem pũcto æquinoctiali E, inchoati, ac proinde & reliqui HF, IG, æquales à tropicis punctis F, G, inchoati: eruntque ES, ET, ascensiones rectæ arcuum EH, EI, & AS, CT, ascensiones rectæ arcuum FH, GI: probandum autem est, tam ES, ET, quã AS, CT, æquales esse. quod sic fiet. Quoniam in triangulis EHS, EIT, [e] anguli

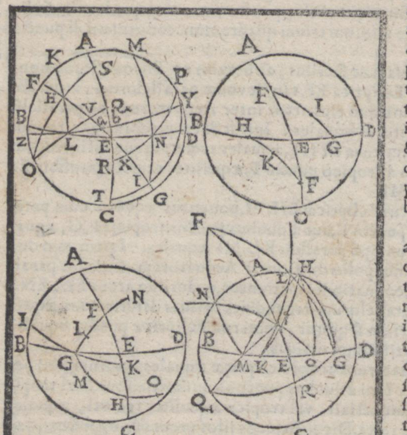
Qui arcus Eclipticæ dicantur oppositi, & qui æqualiter distantes ab aliquo pũcto Eclipticæ.

e 15. 1. *Theod.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

S,T,recti sunt, & anguli ad verticem E, æquales, ex propos.6.nostrorum triang. spher. Ponũtur aũt & arcus EH,EI, rectis angulis oppositi, ęquales, erũt per propos.21.nostrorum triang.sphær.arcus etiam ES, ET, æquales, ideoque & ex quadrantibus reliqui AS,CT. Et quoniam, vt Num.1.ostensum est, parallelus KL, transit ex altera parte Meridiani per aliud punctum Eclipticæ, quod æqualiter cum puncto H, à puncto tropico F, distat, atque adeo tantum ab altero puncto æquinoctiali, quantum H, ab E, abest: si per illud ex polo O, circulus ducatur maximus, abscindetur ab Aequatore arcus omnino æqualis arcui ES; propterea quod triangulum triangulo EHS, æquale constituitur. Nam angulus, quem Ecliptica cum Aequatore in illa sectione facit, æqualis est angulo HES, cum tam ille, quàm hic sit angulus maximæ declinationis; & anguli ad Aequatorem, quibus arcus Eclipticæ æquales opponuntur, nimirum S, & in alio triangulo ei respondens, recti sunt.. Igitur per propos. 21. nostrorum triang. sphær. arcus ES, arcui respondenti in alio illo triangulo æqualis est; ac proinde & ex quadrantibus reliqui, videlicet AS, & ei respõdens ex altera parte, æquales sunt. Eodemq; modo ostendẽtur ET,CT, æquales arcubus respõdentibus ex altera parte, quos idem parallelus MI, dirimit. Quocirca tam quatuor arcus EH,EI, & eis respondentes à duobus punctis æquinoctialibus inchoati, quorum bini sunt oppositi, (nimirum EH, & respondẽs arcus arcui EI, & EI, atque arcus arcui EH, respondẽs) & bini æqualiter à duobus punctis æquinoctialibus, vel tropicis remoti, quàm quatuor arcus à punctis tropicis inchoati, nimirum FH, GI, & eis ex altera parte respondentes, quorum bini etiã oppositi sunt, & æquales habent ascensiones rectas.



SED sint iam quatuor arcus æquales HV,IX, eisq; ex altera parte respondentes duo, neq; à punctis æquinoctialibus, neque à tropicis inchoati, sed ab eis æqualiter remoti. Dico eorũ quoque ascẽsiones rectas, arcus scilicet QS,RT, & duos, ipsis altera ex parte respondẽtes, æquales esse. Nam vt proxime monstratum est, tã quatuor arcus EH, EI, & eis respondentes altera ex parte, ab æquinoctialibus pũctis inchoati, quam quatuor arcus EV,EX, eisque altera ex parte respondentes, à punctis etiam ęquinoctialibus inchoati, ascensiones habente ęquales, arcus videlicet ES,ET, eisque ex altera parte respondentes, & arcus EQ, ER, eisq; respondentes alteta ex parte. Igitur & reliqui arcus quatuor QS,RT, eisque altera ex parte respondentes, æquales erunt. Manifestum autem est, & hic binos esse oppositos, nimirum HV,

& eum,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

& eum, qui altera ex parte arcui IX, respondet; Item IX, & eum, qui altera ex parte arcui HV, respondet; binos autem vel à duobus punctis æquinoctialibus, & tropicis, vel ab vno eodemq; æqualiter distantes. Nam HV, eiq; respondens altera ex parte, æqualiter distant à duobus punctis æquinoctialibus. Et ab vno eodemq; puncto tropico F, vel G; quod etiam de arcu IX, eiq; respondente ex altera parte dicendum est: Ac tam duo arcus HV, IX, quam duo eis altera ex parte respondẽtes, æqualiter recedunt ab eodem puncto æquinoctiali E, vel alio opposito. & à duobus punctis tropicis F, & G.

*Satis esse vt ascensiones rectæ omnium arcuum primi quadrantis Eclipticæ reperiantur.*

ITAQVE satis est, si ascensiones rectæ omnium arcuum primi quadrantis Eclipticæ ab ♈, inchoatorum inquirantur. Ex his enim tota tabula rectarum ascensionum construetur. Nam illis inuentis, si maiores primum, deinde minores ex semicirculo auferantur, relinquentur ascensiones arcuum quadrante maiorum, & ab ♈, inchoatorum. Vt ascensio recta primi quadrantis ab ♈ vsque ad ♋, est quadrans. Et si ascensio arcus grad. 89. ex semicirculo detrahatur, reliqua fiet ascensio arcus grad. 91. Sic ex ascensione grad. 88. colligemus ascensionem grad. 92. &c. quia ascensio grad. 89. ab ♈ versus ♋ æqualis est ascensioni grad. 89. à ♎, versus ♋, vt hic denionstatum est. Quare si ex semicirculo tollatur, remanebit ascensio reliqui arcus grad. 91. cum semicirculi ascensio sit semicirculus. Sic ascensio grad. 88 ab ♈, versus ♋ æqualis est ascensioni grad. 88. a ♎ versus ♋, &c. Deinde si ascensiones omniũ arcuum ab ♈ inchoatorum, vsque ad ♎ adiiciantur semicirculo, fient ascensiones omnium arcũ semicirculo maiorum ab ♈, vsque ad ♈ seu finem ♓.

*Qui arcus Eclipticæ maiores sint suis ascensionibus rectis, & qui minores.*

7. ARCVS Eclipticæ quadrante minores ab æquinoctialibus punctis inchoati, maiores sunt suis ascensionibus rectis, à tropicis vero punctis inchoati minores. Quoniã enim in triangulo OFH, duo latera OF, OH, semicirculo sunt simul minora, cum singula sint minora quadrante, quippe cum quadrantes sint OA, OS; erit angulus externus OHE, maior interno recto OFH, hoc est, obtusus, ex propos. 14. nostrorum triang. sphær. ideoque ex duobus rectis reliquus EHS, acutus, minorq; recto ESH. Igitur per propos. 11. nostrorum triang. spher. arcus Eclipticæ EH, maior erit arcu Aquatoris ES, qui est illius ascensio recta; atque idcirco reliquus HF, ex quadrante EF, minor reliquo SA, ex quadrante EA. Consimilisque demonstratio fiet in arcubus EI, IG, & in aliis qui ab alio puncto æquinoctiali sumunt initium, respondentque arcubus EH, HF, EI, IG.

EX hoc colligitur, arcus Eclipticæ à principio ♈, inchoatos, & minores quadrante, maiores esse suis ascẽsionibus rectis; maiores vero quadrãte, & semicirculo minores, minores ascensionibus suis rectis, quia ascensio primi quadrantis est quadrans, deinde vero arcus Eclipticæ adiecti vsque ad finem ♏, semper minores sunt suis ascensionibus rectis; Arcus autem semicirculo maiores, & tribus quadrantibus minores, rursum maiores esse suis rectis ascensionibus; propterea quod semicirculus ab ♈, vsque ad ♎, habet ascensionẽ semicirculum post quẽ iterum arcus adiecti maiores sunt suis ascensionibus rectis: Arcus denique tribus quadrãtibus maiores, iterũ esse minores ascensionibus suis rectis, eo quod tres quadrantes Eclipticæ ascensionẽ habent tres quadrantes, deinde vero arcus adiecti suis rectis ascẽsionibus sunt minores, quæ oĩa hic demõstrata sunt.

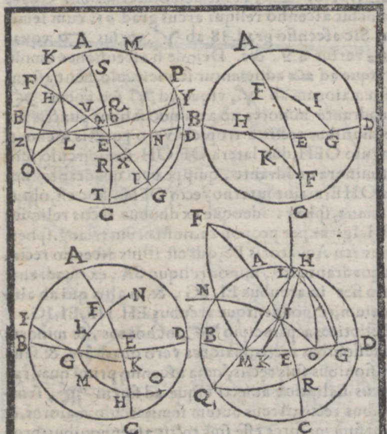
*Ascensio recta cuiusuis arcus, vel puncti, æqualis est descensioni rectæ eiusdem arcus.*

SED & hoc compertũ est, in sphæra recta ascensionẽ cuiusuis arcus, seu puncti Eclipticæ esse æqualẽ descensioni eiusdem. Quia nimirũ descẽsio est ascensio supra Horizontem rectũ antipodum, quibus tunc arcus ille, vel punctum oritur. Cũ ergo ascensiones rectæ in omni Horizõte recto eodẽ modo se habeãt liquet id, quod proponitur. Vel sic. Quoniã arcus oppositi æquales eandẽ habent ascen-

sionem, vt Numer. 6. ostensum est, estq; eadem ascensio cuiusuis arcus, quæ descensio arcus æqualis oppositi, cum semper semicirculus Eclipticæ sit supra Horizontem: fit vt ascensio & descensio illius arcus, qui arcui cuipiam oppositũ est, æquales sint, quandoquidem æquales sunt ascẽsioni huius arcus, cui opponitur. Verbigratia, Ascensioni ♈, æquales sunt ascensio, & descensio ♎. Igitur ascensio & descensio ♎, æquales sunt. Et sic de cæteris.

*Circulus maximus ex polo mũdi per intersectionem paralleli cuiuslibet puncti Eclipticæ cũ Horizonte obliquo ductus, intercipit cum Horizõte in Aequatore differentiam ascensionalem illius puncti Eclipticæ: cum circulo vero alio maximo per illud punctum Eclipticæ ducto, ascẽsionem obliquã arcus inter illud punctum, & Horizontem positi.*

8. IN omni Horizonte obliquo maximus circulus ductus ex polo mũdi per punctum Horizontis, vbi à parallelo per quodlibet pũctum Eclipticæ descripto secatur, intercipit cum Horizonte in Aequatore arcum differentiæ ascensionalis illius puncti Eclipticæ, siue arcus Eclipticæ ab alterutro puncto æquinoctiali ad illud punctum numerati, siue numeratio hęc fiat secundum successionẽ signorum, siue contra: Idem autem circulus maximus cum alio per illud punctũ Eclipticæ ducto intercipit in Aequatore ascensionem obliquam arcus Eclipticę inter Horizontem, & punctum illud, per quod parallelus ductus est, positi. Vt quia parallelus KL, per punctum Eclipticæ H, ductus secat Horizontẽ in L, erit EQ, differentia ascensionalis puncti H, siue arcus EH, à puncto æquinoctiali E, vsque ad H, contra successionem signorum numerati. Quoniam enim posito puncto H, in Horizõte, nimirum in puncto L, (cum punctum H, ad primum motum describat parallelum KL,) cum arcu HE, cooritur arcus HL; & supra quemuis Horizõtem similes arcus parallelorum cooriuntur; erit arcus Aequatoris SQ, [a] qui arcui HL, similis est, ascensio obliqua arcus HE. Cum ergo ES, ascẽsio recta sit eiusdẽ arcus EH, qđ hi arcus SE, HE, simul supra Horizontem rectum OS, ascendant, erit EQ, differentia ascensionalis. Dico EQ, esse quoque differentiam ascensionalẽ arcus Eclipticæ, qui ab altero puncto æquinoctiali secundum successionem signorum vsq; ad H, protẽditur. Nã collocato puncto H, in L, statuetur punctum S, in Q, quod tunc arcus OS, arcui OQ, congruat omnino, Erit ergo tunc arcus Aequatoris ab illo pũcto æquinoctiali vsq; ad Horizontem obliquum in puncto E, (secante tunc Ecliptica Horizontem in L,) ascensio obliqua dicti arcus Eclipticæ vsque ad H, numerati, seu puncti H, in L, tunc positi. At vero arcus Aequatoris ab eodem illo puncto æquinoctiali vsque ad punctum S, in Q, tunc collocatũ, ascensio recta est eiusdem arcus, seu puncti. Igitur EQ, differentia est ascensionalis. Non solum autem QS, ascensio obliqua est arcus HE, cuius alterum extremum est punctum æquinoctiale E, verum etiam cuiusuis alterius arcus, nimirũ arcus Ha, si per L, ducatur alius Horizon




[a] 10. 2. Theod.

zon obliquus ZY, ſecans Eclipticam in a, extra punctum æquinoctiale E. Nam ſupra hunc Horizontem arcus paralleli HL, cooritur cum arcu Eclipticæ Ha. Ergo ei ſimilis QS, aſcenſio obliqua eſt arcus Ha, Sed arcus bQ, non eſt tunc differentia aſcensionalis arcus Ha, quia bS, non eſt ipſius aſcenſio recta, quod puncta a, b, non ſimul ad Horizontem rectum ex O, per a, vel b, ductum perueniant, quod tamen requiritur, vt bS, poſsit eſſe aſcenſio recta prædicti arcus Ha. Conſtat ergo circulum maximum OQ, per L, ductum intercipere cum Horizonte obliquo BD, differentiam aſcensionalem EQ, puncti H, ſiue arcus Eclipticæ à puncto æquinoctiali vſque ad H, intercepti: & eundem cum maximo circulo OS, per idem punctum H, ducti, intercipere aſcenſionem obliquam QS, tam arcus HE, ab æquinoctiali puncto E, inchoati, reſpectu Horizontis BD, quam arcus Ha, non a puncto æquinoctiali E, inchoati, reſpectu Horizontis ZY. Eademq; de cæteris ratio eſt.

Duo Eclipticæ arcus æquales ab alterutro puncto æquinoctiali inchoati, vel æqualiter diſtantes, aſcenſiones obliquas habent æquales.

9. IN quouis Horizonte obliquo duo Eclipticæ arcus æquales ab alterutro æquinoctiali puncto æqualiter diſtantes, ſiue ab eo initium ſumant, ſiue non, æquales habent aſcenſiones. Sit enim in ſecunda figura Meridianus ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, ſecans Aequatorem in E, & quicunque arcus Eclipticæ FG, ab æquinoctiali puncto F, vſque ad Horizontem, ita vt eius aſcenſio obliqua ſit Aequatoris arcus FE; cum, poſito puncto F, in puncto Horizontis E, & mota ſphæra verſus A, puncta E, & G, ſimul ad Horizontem perueniant. Sit quoque alius arcus Eclipticæ FH, ipſi FG, æqualis, ab eodem puncto æquinoctiali F, vſque ad Horizontem, ad partes alterius poli, ita vt eius aſcenſio obliqua ſit etiam EF; propterea quod, mota ſphæra, cum primum F, ad Horizontem in E, peruenerit, ambo arcus EF, HF, perorti conſpiciuntur. Dico has aſcenſiones FE, EF, eſſe æquales. Quoniam enim in triangulis FEG, FEH, tam anguli ad verticem E, quàm ad verticem F, (Arcus namque Eclipticæ FG, FH, concipiendi ſunt continuati in F, ita vt angulos ad verticem F, conſtituant, ſicut in ſphæra; qui quidem ſunt anguli maximæ declinationis, quos Ecliptica cum Aequatore facit.) æquales ſunt; & arcus FG, FH, æqualibus angulis ad E, oppoſiti æquales ponuntur; arcuſque GE, HE, reliquis angulis æqualibus ad F, oppoſiti ſemicirculum non conficiunt, cum minores ſint quadrantibus ED, EB; erunt per propoſ. 22. noſtrorum triang. ſphær. arcus quoque FE, EF, æquales. quod eſt propoſitum. Vel ſic. Quoniam duo anguli EFG, GEF, duobus angulis EFH, HEF, æquales ſunt, vt diximus, & duo arcus FG, GE, circa reliquum angulum G, æquales ſunt duobus arcubus FH, HE, circa reliquum angulum H; (Cum enim puncta G, H, æqualiter ab eodem puncto æquinoctiali F, recedant, habebunt latitudines ortiuas EG, EH, æquales, vt Num. 3. oſtendimus: at FG, FH, poſiti ſunt æquales,) & in hiſce angulis reliquis G, H, poli reliquorum arcuum FE, EF, hoc eſt, Aequatoris, non exiſtunt, cum Aequatoris poli ſint in Meridiano; erunt per propoſ. 23. noſtrorum triang. ſphær. reliqui arcus FE, EF, ęquales: Atque hæc demonſtratio vtraque propoſitum colligit, etiamſi vterque arcus FG, FH, quadrante maior ſit, ſemicirculo tamen minor.

SED ſint iam æquales duo Eclipticæ arcus GI, HK, æqualiterque ab eodem puncto æquinoctiali F, diſtantes, ſed non ab eo inchoati. Dico eorum quoque aſcenſiones obliquas eſſe ęquales. Cum enim æqualiter diſtent ab æquinoctiali puncto F, erunt quoque tam arcus GF, HF, quàm IF, KF, à puncto æquinoctiali F; inchoati, æquales. Ergo, vt proxime monſtraui-

 mus,

mus, tam illi, quam hi, æquales habebunt aſcenſiones. Ablatis igitur æqualibus aſcenſionibus arcuum æqualium FI, FK, ex aſcenſionibus æqualibus arcuum æqualium FG, FH, reliquæ fient aſcenſiones æquales æqualium arcuum IG, KH.

Duo arcus Eclipticæ æquales ab eodem tropico puncto æqualiter remoti, item duo oppoſiti, habent ſuas aſcenſiones obliquas ſimul ſumptas, aſcẽſionibus ſuis rectis ſimul ſumptis æquales.

10. IN Horizonte quolibet obliquo duo arcus Eclipticæ æquales ab alterutro puncto tropico ęqualiter diſtantes, itéq; duo arcus oppoſiti, ſiue à punctis æquinoctialibus initium ſumant, ſiue aliunde, habent aſcenſiones ſuas ſimul ſumptas aſcenſionibus ſuis in ſphæra recta ſimul ſumptis æquales. In tertia enim figura Meridianus ſit ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, Aequatorem ſecans in E: ſitque arcus Eclipticæ FG, ab ♈, inchoatus quicumque, ſemicirculo tamen minor, & ei æqualis HG, à ♎, inchoatus: quo poſito, puncta eorum extrema æqualiter ab eodem puncto tropico diſtabunt. Ponimus enim vtrumque verſus idem punctum tropicum tendere. Collocentur autem eorum puncta extrema in Horizonte, quæ in vnum G, coibunt, cum habeant latitudines ortiuas æquales, vt Num. 3. demonſtrauimus. Erunt igitur eorum aſcenſiones obliquę arcus Aequatoris FE, HE. Ducto autem ex mundi polo I, per G, circulo maximo IK, erunt eorundem aſcenſiones rectę FK, HK; conſtat autem arcus FE, HE, ſimul ſumptos, arcubus FK, HK, ſimul ſumptis æquales eſſe. Atque hoc verum etiam eſt de æqualibus arcubus ſemicirculo maioribus. Vt ſi ſumatur arcus ab ♈, per ♋, vſque ad principium ♒, complectens decem ſigna, eique æqualis à ♎, per ♋, vſque ad principium ♐, complectens quoque decem ſigna: quoniam ſemicirculi ab ♈, per ♋, vſque ad ♎, & à ♎ per ♑ vſque ad ♈ aſcenſionos obliquas habent æquales aſcenſionibus rectis, nimirum ſemicirculos; ſi addantur aſcenſiones obliquæ arcuum à ♎ per ♑, vſque ad initium ♒, & ab ♈, per ♑ vſque ad initium ♐, quæ ſimul ſumptæ æquales ſunt aſcenſionibus rectis eorundem arcuum, vt proxime demonſtrauimus, fient aſcẽſiones obliquæ arcuum ab ♈, per ♋, vſque ad principium ♒, & à ♎, per ♋, vſque ad principium ♐, ſimul ſumptæ, æquales aſcenſionibus rectis arcuum eorundem. Et ſic de cæteris.

SINT deinde duo arcus æquales GL, GM, ab eodem tropico puncto æqualiter diſtantes, ſed non ab æquinoctialibus punctis F, H, inchoati. Et quoniam æquales ſunt arcus GL, GM, æqualiterque ab eodem puncto tropico diſtant; æqualiter quoque eorum puncta extrema G, L, G, M, ab ♈ & ♎, diſtabunt, ideoque æquales erũt & toti arcus GF, GH, & reliqui FL, HM. Cum ergo proxime oſtenſum ſit, aſcenſiones obliquas tam arcuum FG, HG, quàm arcuum FL, HM, ab ♈, & inchoatorum ſimul ſumptas æquales eſſe aſcenſionibus rectis eorundẽ ſimul ſumptis, ſi poſteriores à prioribus demantur, erunt quoque reliquæ aſcenſiones obliquæ arcuum GL, GM, ſimul ſumptæ reliquis aſcenſionibus rectis eorundem arcuum ſimul ſumptis æquales. Hæc autem demonſtratio congruit quoque arcubus æqualibus ab eodem tropico puncto æqualiter diſtantibus, qui intra ſe puncta æquinoctialia contineant. Vt in eadem tertia figura, ſi ſumantur arcus æquales NL, OM, quorum extrema æqualiter ab eodem puncto tropico abſint; æquales erunt tam arcus FL, HM, quàm FN, HO, ab æquinoctialibus punctis inchoati. Igitur, vt demonſtratum eſt, tam illi, quàm hi habent aſcenſiones ſuas obliquas ſimul ſumptas aſcenſionibus ſuis rectis ſimul ſumptis æquales, ac proinde ſi priores poſterioribus addantur, efficientur aſcenſiones obliquę ſimul ſumptę totorum arcuum NL, OM, ęquales rectis eorundem aſcenſionibus ſimul ſumptis.

DENI-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

DENIQVE si sint duo arcus æquales oppositi quicunque, distantię eorum à punctis ęquinoctialibus tam secundum successionem signorum, quam cõtra, numeratę, ęquales erunt: Et si inter ipsos accipiatur alius arcus ęqualis, cũ altero ipsorum æqualiter ab eodem puncto æquinoctiali distans, distabit idem cum reliquo ab eodem pũcto tropico ęqualiter. Igitur cum arcus æquales ab eodem puncto æquinoctiali remoti habeant ascensiones æquales, vt Num. 9. ostendimus; arcus autem æquales ab eodem puncto tropico recedentes habeant, vt proximę demonstrauimus, ascensiones suas obliquas simul sumptas ascensionibus sus rectis simul sumptis æquales; habebunt quoque arcus oppositi ęquales (sumpto altero eorum pro eo, qui cum reliquo eandem distantiam ab eodẽ tropico puncto habet) ascensiones suas obliquas simul sumptas rectis suis ascensionibus simul sumptis æquales. Verbi gratia. Signa ♉, & ♏, sunt opposita: & quia ♏, & ♌, æqualiter distant à principio ♎; distabunt quoq; ♉, & ♌, æqualiter à principio ♎. Cum ergo ♉, & ♌, ascensiones suas obliquas simul sumptas, habeant æquales ascensionibus suis rectis simul sumptis, vt proxime monstratum est, & eadem sit ascẽsio obliqua ♌, quę ♏, vt Num. 9. ostendimus; erunt quoque ascẽsiones obliquæ ♉, & ♏, simul sumptæ ascensionibus rectis eorundem simul sumptis æquales. Eademque ratio est de alijs quibuscunque arcubus, siue à punctis æquinoctialibus initium sumant, siue non.

11. IN omni regione obliqua arcus Eclipticę ab ♈, inchoati, & semicirculo minores, maiores sunt suis ascensionibus obliquis; à ♎, vero inchoati, minores: dummodo latitudo loci neque maior sit complemento maximæ declinationis, (Nõ enim omnia signa oriuntur, aut occidunt in ea regione, vbi altitudo poli complementum maximę declinationis superat, hoc est, maior est, quam grad. 66. $\frac{1}{2}$.) neq; minor declinatione illius puncti, quod tunc in Meridiano reperitur, si tamen boreale est, quando extremum punctum propositi arcus in Horizonte existit. Sit enim in quarta figura Meridianus ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, secans Aequatorem in E; polus Horizontis H, vt latitudo regionis sit AH; arcus Eclipticæ FG, quantuscunq; à principio ♈, in puncto F, inchoatus, sed semicirculo minor. Item arcus Eclipticæ IK, quantuscunq; à principio ♎, in I, inchoatus, & minor semicirculo. Dico arcum FG, maiorem esse sua ascensione obliqua FE, at arcum IK, sua obliqua ascensione IE, minorem. Ducto enim per H, polum Horizontis, & punctum G, vbi Ecliptica Horizontem secat, circulo maximo HG, qnoniam latitudo loci AH, non ponitur minor declinatione AL, puncti borealis L, quod tunc in Meridiano existit, (quod quidem semper boreale est, quando principium ♈, nimirum punctum F, est vltra punctum A, in Aequatore. Nam quando est citra punctum A, vt in I, punctum Eclipticæ N, in Meridiano tunc existens, australe est, ac proinde latitudo loci potest esse quantumuis parua) erit angulus HGE, vel maior, vel æqualis angulo LGE. [a] Cum ergo HGE, rectus sit, erit LGE, vel minor recto, vel rectus, ac proinde minor angulo AFG, qui obtusus est, propter eius arcum DA, quadrante DH, maiorem. Igitur per propos. 11. nostrorum triang. sphær. arcus FG, maior erit arcu FE. Eodem modo concludemus, arcum IO, maiorem esse arcu IE, quod ducto circulo maximo HO, [b] angulus HOE, rectus sit, ideoque IOE, acutus, & minor obtuso IEO, &c.

Arcus Eclipticæ ab Ariete inchoati, & semicirculo minores, maiores sunt suis ascẽsionibus in obliqua sphæra; inchoati vero à Libra, minores.

a 15. 1. Theo.

b 15. 1. Theo.

RVRSVS ducto per H, K, circulo maximo HK, erit angulus HKE, vel minor, vel ęqualis angulo LKE, ꝙ latitudo loci AH, ponatur non minor declinatione AL, puncti borealis L, in Meridiano tunc existentis: quod semper boreale erit,

quando

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

quando initium ♎, hoc est, punctum I, est citra punctum A, in Aequatore. Nã quando est vltra punctũ A, vt in F, punctum Eclipticæ N, in Meridiano tunc existens, australe est, ac proinde latitudo loci quantũuis exigua esse potest. Igitur, cũ

a 15.1. Theo.

angulus HKE, rectus sit, erit IKE, vel maior recto, vel rectus, ac proinde maior angulo IEK, qui acutus est, propter eius arcum BA, quadrante BH, minorẽ. Erit ergo per propos. 11. nostrorum triang. sphær, arcus IK, minor arcu IE. Eademque ratione ostendemus arcum FM, minorem esse arcu FE, propterea quod, ducto circulo maximo HM, [b] angulus HME, rectus est, atque idcirco FME, obtusus, ac maior acuto angulo FEM, &c.

b 15.1. Theo.

*Arcus Eclipticæ ab Ariete inchoati habent ascensiones obliquas tanto rectis ascẽsionibus minores, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquæ arcuum æqualium à Libra inchoatorum.*

12. IN omni regione obliqua, cuius latitudo maior non sit complemento maximæ declinationis, arcus Eclipticæ ab ♈ inchoati, & semicirculo minores, ascensiones obliquas habent tanto rectis ascensionibus minores, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquæ arcuum oppositorum, & ęqualium à ♎, inchoatorum. Ponantur enim in eadem figura quarta duo arcus FG, FM, æquales, arcus quidem FG, ab ♈, at FM, à ♎, inchoatus, ducanturque ex mundi polo Q, per G, M, vbi dicti duo arcus Horizontem secant, circuli maximi QG, QM, Aequatorem secantes in R, I, vt rectæ ascensiones arcuum FG, FM, sint FR, FI. Vbi liquido constat, obliquam ascensionem FE, arcus FG, ab ♈, inchoati, minorem esse ascensione recta FR, ascensionem vero obliquam FE, arcus FM, à ♎, inchoati, maiorem esse ascensione recta FI, differentiasque ascensionales illorum arcuum esse ER, EI; quas dico esse æquales: adeo vt tanto minor sit ascensio obliqua FE, ascensione recta FR, quanto obliqua ascensio FE, recta ascensione FI, maior est. Quoniam enim puncta Eclipticæ G, M, per diametrum opposita sunt, propter æquales arcus FG, FM, ab ♈, & ♎, inchoatos, & secundum successionem signorum numeratos; erunt eorum latitudines ortiuæ EG, EM, æquales, vt Num. 3. collegimus. Igitur cum in triangulis EGR, EMI, anguli ad verticem E, æquales sint, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær. [c] & anguli R, I, recti, quibus oppositi sunt arcus ostensi æquales EG, EM; erunt per propos. 21. nostrorum triang. sphær. arcus ER, EI, æquales.

*Puncta Eclipticæ opposita, differentias habere ascensionales inter se æquales.*

c 25.1. Theo.

NIHIL autem refert, quod posuerimus oppositos arcus FG, FM, æquales, cum tamen ascensiones rectas FR, FS, habeant inæquales: quia idem prorsus concludetur, si, vt res postulat, principium ♎, vltra F, acciperetur, vt arcus Eclipticæ ab eo vsque ad M, fieret æqualis arcui FG, eiusque ascensio recta ab eodem principio ♎, vsque ad I, æqualis ascensioni rectæ FR; propterea quod differentiæ ascensionales ER, EI, eædem semper permanent.

*Duorum arcuum Eclipticæ æqualium ab eodem puncto tropico æqualiter distantium, vel oppositorũ, vnius ascensio obliqua tanto minor est, quam recta, quanto alterius maior est.*

QVOD si duo arcus Eclipticæ æquales ab ♈, & ♎, non incipiant, sed tamen vel ab eodem puncto tropico æqualiter distent, vel sint oppositi, erit adhuc ascensio obliqua vnius tanto minor ascensione recta eiusdem, quanto alterius obliqua ascensio maior est: & arcus quidem in semicirculo Eclipticæ ascendente, hoc est, à ♑, per ♈, vsque ad ♋, comprehensi, minores habent ascensiones, & arcus in semicirculo descendente, id est, à ♋, per ♎, vsque ad ♑, contẽti, maiores, vt lib. 3. Can. 5 Nu. 15 demonstrabitur. Ex quo fit, vt arcus ab ♈, vsque ad ♋, minores habeant ascensiones, quam arcus à ♎, vsque ad ♋, cum arcus à ♎, vsque ad ♋, habeant, vt Num. 9 monstratum est, ascensiones æquales iis, quas arcus à ♎, vsque ad ♑; habent. Eadem de causa habebunt arcus à ♎, vsque ad ♑, maiores ascensiones, quàm arcus ab ♈, vsque ad ♑, cũ hi posteriores arcus habeãt ascẽsiones æquales iis, quas arcus ab ♈, vsque ad ♋, habent, vt ex Num. 9. liquet. Itaque arcus à ♑, per ♈, vsque ad ♋, tanto minores habent ascensiones obliquas ascensionibus rectis, quanto

arcus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

arcus à ♋, per ♎, vsque ad ♑, illis æquales, habent maiores. Hoc autem ita ostendi poterit. Quoniam, vt Num. 6. ostensum est, ♑, & ♋, habent ascensiones rectas æquales, sint illæ ascensiones FK, HK, vt in tertia figura: Et quia his simul sumptis æquales sunt ascensiones obliquæ eorundem arcuum simul sumptæ, vt Num. 10. demonstratum est, estque ascensio obliqua ♑, minor ascensione obliqua ♋; si FE, sit ascensio obliqua ♑, ac proinde reliquus arcus EH, ascensio obliqua ♋; perspicuum est, arcum FE, tanto minorem esse arcu FK, quanto maior est arcus EH, arcu KH, vel eodem FK, cum vtrobique excessus sit arcus EK. Atq. ita de cæteris arcubus æqualibus oppositis. Rursus quia ♉, & ♌ ascensiones rectas habent æquales, vt Num 6. dictum est, sint illæ ascensiones FK, HK, in eadem tertia figura: Et quia his simul sumptis æquales sunt ascensiones obliquę eorundem arcuum simul sumptæ, vt ex Num. 10. patet, si diuidatur FH, in arcus inęquales in E, vt EH, sit ascensio obliqua ♌, & EF, ♉, liquido constabit, tanto maiorem esse arcum EH arcu HK, quanto arcus EF, minor est arcu eodem FK, vel HK. Eademque ratio est de aliis arcubus æqualibus ab eodem puncto tropico æqualiter distantibus. Quod si ascensio ♋, minor esset ascensione ♑, colligeretur eodem modo, tanto minorem esse illam recta ascensione, quanto hæc maior est; ita vt certissimum sit, si accipiantur duo arcus Eclipticæ æquales vel æqualiter distantes ab eodem puncto tropico, vel oppositi, vnius ascensionem obliquam esse tanto minorem recta ascensione eiusdem, quanto ascensio obliqua alterius maior est.

13. IN omni regione obliqua duo arcus Eclipticæ æquales ab eodem puncto tropico, aut æquinoctiali, ęqualiter distantes, vel oppositi, eandem habent differentiam ascensionalem. Quoniam enim arcus æquales ęqualiter recedentes ab eodem tropico puncto, vel oppositi, habent ascensiones obliquas simul sumptas æquales ascensionibus rectis simul sumptis, vt Num. 10. docuimus, suntque ascensiones eorum rectæ æquales, vt ex Num. 6 liquet, fit vt vnius ascensio obliqua sit tanto minor, quàm recta, quanto alterius ascẽsio maior est, vt Num. 12. diximus. Igitur eandem habent ascensionalem differentiam. De arcubus autem ęqualibus ab eodem puncto ęquinoctiali ęqualiter distantibus res perspicua est, cum æquales habeant ascensiones obliquas, vt Num. 9. ostensum est, ac proinde vtriusque ascensio, vel eodem excessu superet ascensionem rectam, vel ab ea deficiat. *Duo arcus Eclipticæ æquales ab eodem puncto tropico, vel æquinoctiali æqualites distantes, aut oppositi, eandem habent differentiã ascensionalẽ.*

14. IN omni regione obliqua arcus quilibet Eclipticæ, cuius extrema puncta ab eodem puncto tropico æqualiter distant, cuiusmodi sunt arcus inter principia ♊, & ♌, inter initia ♉, & ♍, inter initia ♈, & ♎, inter initia ♓, & ♏, atque inter principia ♒, & ♐, eandem habent ascensionem, quam in sphera recta; quia, vt Num. 10. demonstratum est, semisses illius arcus habent ascensiones suas simul sumptas, æquales ascensionibus rectis simul sumptis. Vnde quamuis vna semissium habeat minorem ascensionem obliquam, & altera maiorem, ambæ tamen simul sumptæ efficiunt ascensionem rectam totius arcus. *Arcus Eclipticæ quicũque ab eodem puncto tropico bifariam diuisus, habet vbiuis locorũ ascensionem obliquã æqualem ascensionis eiusdẽ rectæ.*

EX quo efficitur, eundem arcum prędictum in omnibus regionibus, vel altitudinibus poli, eandem habere ascensionem, licet partes diuersimode oriantur: quia videlicet in omnibus eleuationibus poli ascensio eius æqualis est ascensioni rectę.

DESCENSIO porrò cuiusuis arcus Eclipticæ æqualis est ascensioni arcus oppositi; quia eodem tempore, quo arcus aliquis descendit, oritur eius arcus oppositus, vt semper semicirculus Eclipticæ supra Horizontem con- *Descensio cuiusuis arcus Eclipticæ æqualis est ascensioni arcus oppositi.*

spiciatur

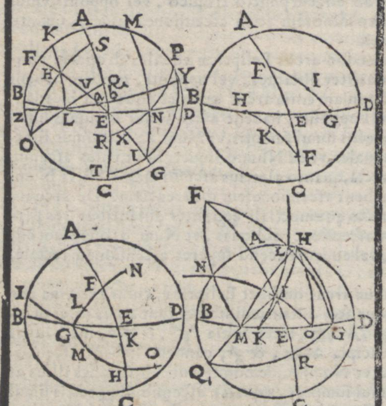
a 11.1.Theo.

spiciatur, vt ratio postulat, [a] cum Horizon, & Ecliptica se mutuo bifariam secent.

Satis est, si supputentur ascensiones obliquæ arcuum quadrantis primi Eclipticæ.

ITAQVE satis est, vt tabula ascensionum obliquarum extruatur, si ascensiones obliquæ supputentur pro arcubus quadrantis Eclipticæ ab ♈, vsque ad ♋. Nam, vt Num 9. demonstrauimus, horum arcuum ascẽsiones æquales sunt ascensionibus arcuum quadrantis ab ♈, vsque ♑, sumendo semper binos æqualiter à principio ♈. distantes: atque ita habebuntur ascensiones arcuum in vno semicirculo contentorum. Et quia, vt Num. 10. ostensum fuit, horum arcuum ascensiones, & oppositorũ ascensiones simul sumptæ æquales sunt ascensionibus rectis eorundẽ, habentque oppositi arcus ascensiones rectas æquales, vt Num. 6. patuit; fit, vt ascensiones arcuum semicirculi à ♑, vsque ad ♋, ex ascensionibus rectis eorundem duplicatis ablatæ relinquant ascensiones obliquas oppositorum arcuum.

EX his autem sic tabula ascensionum obliquarum construetur. Supputatis ascensionibus arcuum ab ♈, inchoatorum, vsque ad finem ♊, si eæ subtrahantur ab ascensionibus rectis duplicatis eorundem arcuum, reliquæ fient ascensiones obliquæ arcuum, à ♎, inchoatorum, vsque ad finem ♐: Et quia hæ æquales sunt ascensionibus obliquis arcuum æqualium á ♎, vsque ad initium ♋; si hę, initio facto à maioribus, ex semicirculo detrahãtur, habebuntur ascensiones obliquæ arcuum quadrante maiorum ab ♈, inchoatorum, vsque ad finem ♍. Quod si ascensionibus arcuum à ♎, inchoatorum, vsque ad finem ♐, adiiciatur semicirculus, exurgent ascensiones arcuum semicirculo maiorum ab ♈, inchoatorum, vsque ad finem ♐. Denique quia ascensiones arcuum ab ♈, vsque ad ♋, æquales sunt ascensionibus arcuum ab ♈, vsque ad ♑; si hæ, initio à maioribus facto, subtrahãtur ex integro circulo, remanebunt ascensiones obliquę arcuum tribus quadrantibus maiorum, & ab ♈, inchoatorum, vsque ad finem ♓.




Differentia ascensionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ, est etiam differentia inter arcum semidiurnum eiusdẽ puncti, & arcum semidiurnũ Aequatoris, qui semper quadrans est.

15. IAM vero ex ijs, quæ dicta sunt, liquido etiam constare arbitror, eandem esse differentiam ascensionalem cuiuslibet puncti Eclipticæ, & differentiam inter arcum semidiurnum paralleli per illud punctum descripti, & arcum semidiurnum Aequatoris, quadrantẽue. Nam in prima figura huius lemmatis arcus semidiurnus paralleli MI, borealis per punctum Eclipticæ I, descripti, est arcus MN, hoc est, ei similis arcus Aequatoris AR, ita vt ER, differentia

rentia ſit inter arcum ſemidiurnum AR, paralleli borealis MI, ſeu puncti borealis Eclipticæ I, & arcum ſemidiurnum [illegible] equatoris AE. Dico ER, eſſe quoq; differentiam aſcenſionalem eiuſdem pu[illegible] Eclipticæ I. Mota enim ſphæra, donec punctum I ad Horizontem in puncto N, perueniat, erit arcus Aequatoris à principio ♈, vbicunque tunc extiterit, ſecundum ſucceſsionem ſignorum vſq; ad E, computatus, aſcenſio obliqua puncti I, in N, tunc exiſtentis, cum punctum Aequatoris E, cum puncto Eclipticæ I, in N, exiſtentis, oriatur ſupra Horizontem: Arcus vero Aequatoris ab eodem principio ♈; vſque ad R, computatus, aſcenſio recta erit eiuſdem puncti I, in N, tunc exiſtentis; quippe cum punctum Aequatoris R, & punctum Eclipticæ N, quod tunc ab I, non differt, ſimul ſupra Horizontem rectum PR, aſcendant. Eſt ergo ER, differentia aſcenſionalis. Eadem ratione erit EQ, differentia aſcenſionalis puncti auſtralis Eclipticæ H, & differentia inter arcum ſemidiurnum eiuſdem puncti H, vel paralleli KL, & arcum ſemidiurnum Aequatoris; cum aſcenſio obliqua terminetur in E, & recta in Q; atque AQ, ſit arcus ſemidiurnus puncti H, hoc eſt, ſimilis arcui ſemidiurno KL, & AE arcus ſemidiurnus Aequatoris.

IGITVR vt arcus ſemidiurnus cuiuslibet puncti Eclipticæ ſupputetur, inquirenda erit differentia aſcenſionalis illius puncti. Hæc namque, ſi punctum boreale eſt, adiecta ad arcum ſemidiurnum Aequatoris, qui perpetuo Quadrans eſt, conficiet quæſitum arcum ſemidiurnum: Eadem vero ex arcu ſemidiurno Aequatoris dempta, ſi pūctum Eclipticæ datum auſtrale eſt, relinquet arcum ſemidiurnum quæſitum.

Quomodo ex differentia aſcenſionali cuiuslibet puncti Eclipticæ arcus ſemidiurnus eiuſdem puncti eliciatur.

ATQVE ex hoc manifeſtum eſt, quando punctum boreale eſt, cuiuſmodi eſt I, differentiam aſcenſionalem ER, addendam eſſe ad ſemidiurnum arcum Aequatoris AE, hoc eſt, ad quadrantem, vt ſemidiurnus AR puncti dati prodeat; eandem vero ex aſcenſione recta in R, terminata auferendam eſſe, vt aſcenſio obliqua in E, terminata relinquatur. Contra vero, quando punctum datum H, auſtrale eſt, differentiam aſcenſionalem EQ, auferendam eſſe ex quadrante, ſiue ex arcu ſemidiurno Aequatoris AE, vt ſemidiurnus arcus AQ, dati puncti relinquatur; eandem vero ad rectam aſcenſionem in Q, terminatam eſſe adiiciendam, vt obliqua aſcenſio in E, terminata conficiatur.

Differentia aſcenſionalis quando addenda, vel auferenda, vt habeatur arcus ſemidiurnus, vel aſcēſio obliqua dati puncti, vel ſtellæ

HOC idem, quod de puncto Eclipticæ boreali, auſtraliue diximus, intelligendum quoque eſt de ſtella quauis boreali, vel auſtrali, vt patet, ſi ſtella aliqua borealis collocetur in parallelo MI, & auſtralis in parallelo KL. Erunt enim earum differentiæ aſcenſionales ER, EQ &c.

QVIA vero pūcta Eclipticæ oppoſita æquales habent aſcēſionales differentias, vt Num. 12. oſtēdimus; habet autē quodlibet eorum cum puncto, quod ęqualem cum eo à proximo puncto tropico diſtantiā habet, eandem differentiā aſcenſionalē, cū per ea duo puncta idē parallelus tranſeat, vt Num. 1. demonſtrauimus; efficitur, quaterna pūcta Eclipticę eandē habere differentiā aſcenſionalē.

Quaterna puncta Eclipticæ habere eandem differentiam aſcenſionalem.

16. EANDEM habet proportionem ſinus totus ad ſinum cōplementi declinationis dati puncti Eclipticæ, quam ſecans arcus inter datum punctum, & proximum punctum æquinoctiale comprehenſi ad ſecantem aſcenſionis rectæ eiuſdem arcus, ſeu puncti dati à proximo puncto æquinoctiali numerandæ. Nam in ſphærico triangulo FGK, rectangulo, cuius angulus K, rectus, qđ in tertia præcedente figura habetur, ita ſe habet ſinus totus ad ſinum cōplementi arcus GK, declinationis puncti Eclipticę G, circa angulum rectum K, vt ſecans arcus FG, Eclipticę inter datū punctum G, & proximū punctum æquinoctiale F, recto angulo K, oppoſiti, ad ſecantem tertij arcus FK, aſcenſionis rectę, qui eſt alter arcus

Sinus totus ad ſinum complementi declinationis cuiuſuis puncti Eclipticæ eandem proportionem habet, quam ſecans arcus inter illud punctū, & punctum æquinoctiale proximum ad ſecantē aſcenſionis rectæ eiuſdem arcus.

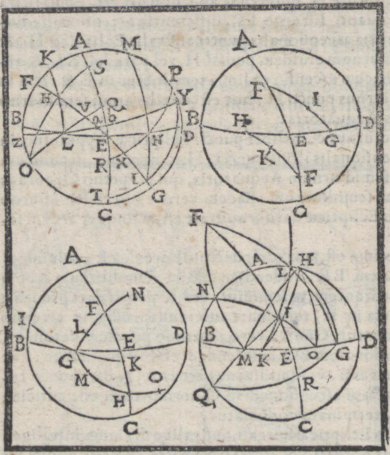


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

circa angulum rectum K: vt propos. 53. nostrorum triang. sphær. demonstrauimus. quod est propositum. Atque ita inuentis hoc modo ascensionibus rectis omnium punctorum primi quadrantis Eclipticæ, eruentur ex illis ascensiones rectæ omnium aliorum punctorum, vt supra Num. 6. diximus.

*Sinus totus ad tangentem altitudinis poli eandem proportionem habet, quam tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti.*

17. EANDEM proportionem habet sinus totus ad tangentem altitudinis poli, quam tāgens declinationis dati puncti Eclipticę ad sinum differentię ascensionalis eiusdem puncti. In triangulo namque sphærico rectangulo EGK, cuius angulus K, rectus, quod in eadem tertia figura pręcedente habetur, ita se habet per propos. 49. nostrorum triang. sphær. sinus totus ad tangentem arcus GK, declinationis puncti Eclipticæ G, circa rectum angulum K, vt tangens complementi anguli E, dicto arcui GK, oppositi, hoc est, vt tangens altitudinis poli, (cum angulus E, sit angulus complementi altitudinis poli, quem nimirum Aequator AC, cum Horizonte facit) ad sinum arcus EK, differentiæ ascensionalis, qui alter arcus est circa angulum rectum K. Igitur permutando erit quoque, vt sinus totus ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. Sed hoc sine triangulis sphæricis ita



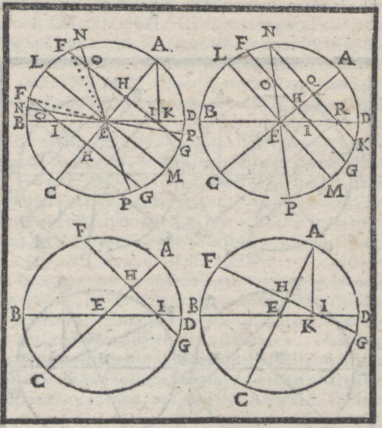

quoque demonstrabimus.

SIT in prima sequente figura Meridianus ABCD; Horizontis diameter BD; Aequatoris LM; axis mundi AC; diameter paralleli FG, siue borealis, siue australis, axem secans in H, ad angulos rectos, & Horizontis diametrum in I; diameter Eclipticæ NP, secans FG, in O: Et demittatur ad BD, ex polo A, perpendicularis AK. Quod si circa diametros NP, FG, intelligantur semicirculi earum ad Meridianum recti, & ex punctis E, O, H, I, excitatæ perpendiculares ad eundem Meridianum, cadet perpendicularis ex O, in punctum Eclipticæ datum, per quod parallelus diametri FG, transit, cum in extremo illius perpendicularis in superficie sphæræ se intersecent Ecliptica, & parallelus. Arcus autem paralleli inter perpendiculares ex O, H, erit ascensio recta dati puncti, cum cooriatur cum arcu Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, supra Horizontem rectum per AC, ductum, idemque arcus paralleli similis erit arcui Aequatoris coorienti, cum semper similes arcus parallelorum eodem tempore peroriantur in omni Horizonte. At arcus paralleli inter perpendiculares ex O, I, erit ascensio obliqua

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

qua eiusdem arcus Eclipticę, cum vna cum arcu Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, peroriatur supra Horizontem obliquum per B D, ductum. Arcus denique paralleli inter perpendiculares ex H, I, differentia erit ascensionalis. Rursus H E, sinus est declinationis L F, & F H, sinus complementi A F, eiusdem declinationis. Iam ergo fiat, vt FH, sinus complementi declinationis ad H E, sinum declinationis, ita F H, sinus totus ad aliud, inuenieturque H E, in partibus semidiametri FH, ceu sinus totius. Sed quoniam per propos. 18. tractatus sinuum, est vt F H, sinus complementi declinationis ad H E, sinum declinationis, ita sinus totus ad tangentem declinationis. Igitur recta HE, inuenta in partibus semidiametri FH, [a] est æqualis Tangenti declinationis respectu sinus totius E A: hoc est, quot partes sunt in HE, respectu sinus totius F H, tot continentur in Tangente declinationis respectu sinus totius E A; adeo, vt idem sit accipere H E, in partibus sinus totius FH, atque Tangentem declinationis paralleli propositi, respectu sinus totius EA. Deinde quia triangula A E K, I E H, æquiangula sunt, ob angulos rectos K, H, & commmunem angulum E, vel ad verticem E, æquales; [b] erit, vt E K, sinus complementi altitudinis poli ad A K, sinum altitudinis poli, ita H E, inuenta in partibus sinus totius FH, hoc est, ita tangens declinationis, ad H I, sinum differentiæ ascensionalis in partibus eiusdem sinus totius FH. Est autem per propos. 18. tractatus sinuum, vt sinus complementi altitudinis poli ad sinũ altitudinis poli, ita sinus totus ad Tangentem altitudinis poli. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad Tangentem altitudinis poli, (quæ Tangens in eadem regione nunquam mutatur) ita Tangens declinationis ad sinum differentiæ ascensionalis. quod est propositum.

a 9. quinti.

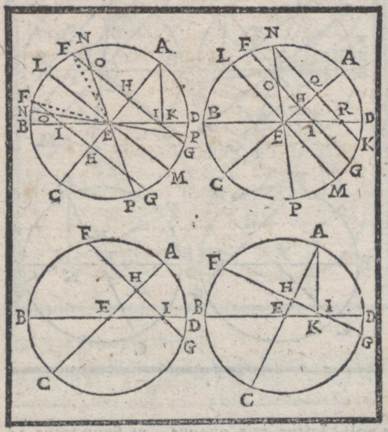


b 4. sexti.

CAETERVM quando diximus, arcum paralleli inter perpendiculares ex O, I, erectas esse ascensionem obliquam arcus Eclipticæ, cuius sinus est E O, intelligendum est de arcu, qui à proximo puncto æquinoctiali E, contra successionem signorum numeratur. Vt vergente Ecliptica E N, ad polum borealem A, arcus numerandus est à ♎, versus ♍, ♌, & ♋. Et quia arcus à ♎, versus ♋, habent æquales ascensiones cum arcubus æqualibus, æqualiterque à principio ♎, versus ♑, recedentibus, vt Num. 9. ostendi-

ostendimus; inuentis illorum ascensionibus obliquis, repertæ quoque erunt horum ascensiones obliquæ; ita vt ascensiones omnium arcuum in semicirculo descendente à principio ♎, inchoatorum cognitę tunc sint: Vergente autem Ecliptica EN, ad polum australem, arcus idem, cuius sinus EO, numerandus est ab ♈, versus ♓, ♒, & ♑. Et quia arcus ab ♈, versus ♑, habent easdem ascensiones cum arcubus ęqualibus, ęqualiterque à principio ♈, versus ♋, recedentibus, vt Num. 9. ostensum est; inuentis illorum ascensionibus obliquis, repertæ quoque erunt horum ascensiones obliquæ; ita vt omnium arcuum in semicirculo ascendente à principio ♈, inchoatorum cognitæ tunc sint. Quo pacto autem ex hisce ascensionibus cognitis cognoscantur & ascensiones arcuum ab ♈, inchoatorum, & secundum signorum successionem numeratorum, paulo ante ad finem Num. 14. declarauimus, & rursum dicemus lib. 3. in scholio Canonis 5. Num. 1.

QVOD autem arcus Eclipticæ prædicti ab ♈, & ♎, numerandi sint contra succesionem signorum, ex eo liquet, quod punctum Eclipticæ parallelo commune, in quod perpendicularis ex O, erecta cadit, Horizontem obliquum ad motum sphæræ secat in puncto, in quod perpendicularis ex I, erecta incidit, ac deinde arcus paralleli, inter perpendiculares ex O, I, & arcus Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, ab O, vsque ad æquinoctiale punctum E, secundum successionem signorum numeratus, simul perorientur, cum eorum extrema simul ad Horizontem obliquum perueniant. Idem dicendum est de ascensionibus rectis supra Horizontem rectum per AC, ductum: sed quia arcus ęquales ab ♈, & ♎, versus ♋, numerati habent rectas ascensiones æquales, vt, Num 6. diximus, nihil interest, vtrum arcus Eclipticæ numeretur à ♎; contra successionem signorum, an ab ♈, secundum successionem signorum, &c.



Differentia inter longissimum vel breuissimum arcum semidiurnum, & arcum semidiurnu Aequatoris, quo pacto in quauis eleuatione poli supputetur.

ET quoniam inuenta differentia ascensionali principij ♋, vel ♑, hoc est, differentia maximi, vel minimi arcus semidiurni, & semidiurni arcus Aequatoris, ad quamcumque altitudinem poli, (Eadem enim differentia ascensionalis, est differentia inter arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, vt Num. 15. ostendimus) facili negotio differentiæ ascensionales omnium aliorum punctorum Eclipticæ reperiuntur in

eadem

eadem poli eleuatione, vt Num. 18. dicemus, inuenietur differentia ascensionalis principii ♋, vel ♑, si fiat, vt sinus totus ad Tangentem altitudinis poli propositæ, ita Tangens maximæ declinationis, quam principium ♋, vel ♑, habet, (quæ Tangens eadem permanet in omnibus eleuationibus poli) ad aliud. Ita enim inuenietur differentia quæsita inter longissimum, vel breuissimum arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, vt hoc loco demonstratum est, si FG, sit diameter paralleli ♋, vel ♑, & EF, semidiameter Eclipticæ, vt F, sit punctum Eclipticæ datum quadrante distans à puncto æquinoctiali E.

Sinus totus ita se habet ad sinũ ascẽsionis rectæ cuiusuis puncti Eclipticæ, vt sinus differentiæ ascensionalis initij Cancri vel Capricorni ad sinũ differentiæ ascensionalis eiusdem puncti.

18. SINVS totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ eandẽ proportionem habet, quàm sinus differentiæ inter longissimum, vel breuissimũ arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, hoc est, sinus differentiæ ascensionalis principij ♋, vel ♑, ad sinum differẽtiæ ascensionalis, seu differentiæ inter arcum semidiurnum eiusdem puncti dati Eclipticæ, & arcũ semidiurnũ Aequatoris. Sit enim rursũ in secunda figura Meridianus ABCD, Horizontis diameter BD; Aequatoris LM, axis mũdi AC; diameter paralleli borealis FG, axem ad rectos angulos in H, secans, & Horizontis diametrum in I; diameter paralleli ♋, NK, secans axem in Q, & Horizontis diametrum in R; diameter denique Eclipticæ NP, secans FG, in O. Quod si circa diametros NP, NK, FG, intelligantur earum semicirculi ad Meridianum recti, & ex punctis E, O, H, I, Q, R, excitatæ rectæ ad eundem Meridianũ perpendiculares, cadet perpendicularis ex O, in punctum Eclipticæ datũ; & arcus paralleli inter perpendiculares ex O, H, erit ascensio recta dati pũcti, & OH, eius sinus; arcus vero eiusdẽ paralleli inter perpẽdiculares ex O, I, ascẽsio obliqua erit, vt Num. 17, declarauimus, & arcus inter perpẽdiculares ex H, I, differẽtia ascẽsionalis, eiusq; sinus HI; deniq; QR, sinus erit differentiæ ascensionalis ♋, hoc est, differentia inter longissimum arcum semidiurnũ, &c. Et quoniã, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. est, vt NQ, sinus totus paralleli ♋, ad QR, sinum differentiæ inter longissimũ arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, ita OH, sinus ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ ad HI, sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. erit permutando, vt sinus totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti, ita sinus differentiæ ascensionalis ♋, ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdẽ dati puncti. quod est propositum. Quod autem hic acceperimus parallelos boreales, non refert, cum eædem sint ascensiones rectæ, eædemq; differentiæ ascensionales parallelorum australium, quæ borealium, vt supra demonstratũ est Num. 6. & 13. Itaque si supputata sit in qualibet regione differentia ascensionalis initii ♋, vel ♑, & adsit tabula ascensionum rectarum, facili negotio reperientur differentiæ ascẽsionales omnium aliorũ punctorũ Ellipticę in eadẽ regione.

Sinus complemẽti declinationis cuiuslibet puncti Eclipticæ ad sinum declinationis eiusdem puncti est vt sinus totus ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti, in latitudine grad. 45.

19. In latitudine grad. 45. ita se habet sinus complementi declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum declinationis eiusdem puncti, vt sinus totus ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. Nam in tertia figura Meridianus sit ABCD; diameter Horizontis BD; altitudo poli DA, grad. 45. & axis mundi AC; & paralleli cuiusuis diameter FG, secans axem in H, & diametrum Horizõtis in I. [a] Et quia in triangulo HEI, omnes anguli æquales sunt duobus rectis, & H, rectus est, & E, semirectus, propter arcum DA grad. 45. erit quoque I, semirectus, ipsique E, æqualis; [b] ideoque & latera HE, HI, æqualia erunt. Et quoniam est, vt FH, sinus complementi declinationis ad HE, sinum declinationis, ita FH, sinus totus ad HE, sinum respectu sinus totius FH, hoc est, ad HI, ipsi HE, æqualem; estque HI, sinus differentiæ ascensionalis, vt ex prece-

a 32 *primi.*
b 6. *primi.*

tibus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

dentibus patuit, in partibus ſinus totius FH, liquet id, quod proponitur.

QVIA vero, per propoſ. 18. tractatus ſinuum, vt ſinus complementi declinationis ad ſinum declinationis, ita eſt quoque ſinus totus ad Tangentem declinationis; efficitur, [a] ſinum differentiæ aſcenſionalis in latitudine grad. 45. cuiuſuis puncti Eclipticæ æqualem eſſe Tangenti declinationis eiuſdem puncti: adeo vt arcus Tangenti declinationis cuiuſuis puncti Eclipticæ, tanquam ſinui, in tabula ſinuum debitus, ſit differentia aſcenſionalis eiuſdem puncti in regione, in qua poli eleuatio grad. 45. complectitur. Vt quia Tangens maximæ declinationis, id eſt, Tangens grad. 23. min. 30. eſt 4348124. cui tanquam ſinui in ſinuum tabula congruunt grad. 25. min. 46. pro differentia aſcenſionali principij ♎, vel ♑, in latitudine grad. 45.

[a] 9. quinti.
Arcus Tangenti declinationis cuiuslibet puncti, tanquã ſinui, congruens, eſt differentia aſcenſionalis eiuſdem puncti in altitudine poli grad. 45.

20. IN omni regione, quæ altitudinem poli habet maiorem, vel minorem quam grad. 45, ſinus complementi altitudinis poli ad sinum altitudinis poli eſt, vt ſinus differentiæ aſcenſionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45. ad sinum differentiæ aſcenſionalis eiuſdem puncti in altitudine poli propoſita. Sit enim rurſum in quarto circulo Meridianus ABCD; Horizontis diameter BD; altitudo poli DA, maior, vel minor, quàm grad. 45. axis mundi AC; diameter paralleli FG, ſecans axem in H, & Horizontis diametrum in I: demittaturque ex polo A, ſinus altitudinis poli AK. Et quia triangula AEK, IHE, cum angulos habeant rectos K, H, & communem E. æquiangula ſunt; [b] erit vt EK, ſinus complementi altitudinis poli datæ ad KA, ſinum altitudinis poli, ita HE, quæ æqualis eſt ſinui differentiæ aſcenſionalis in partibus ſinus totius FH, in altitudine poli grad. 45. vt in præcedenti Num. patuit, (Nam ibi oſtenſum eſt, ob angulum ſemirectum E, ſinum declinationis HE, æqualẽ eſſe ſinui HI, differentiæ aſcenſionalis) ad HI, ſinum dfferentię aſcenſionalis in altitudine poli DA, data. quod eſt propoſitum.

Ita ſe habet ſinus complementi altitudinis poli datæ ad ſinum altitudinis poli, vt ſinus differentiæ aſcenſionalis cuiuſuis puncti Eclipticę in altitudine poli grad. 45. ad ſinum differentiæ aſcenſionalis eiuſdem puncti in priore altitudine poli data.
[b] 4 ſexti.

QVONIAM autem per propoſ. 18. tractatus ſinuum, eſt vt ſinus complementi altitudinis poli ad ſinum altitudinis poli, ita ſinus totus ad Tangentem altitudinis poli; Erit quoque, vt ſinus totus ad Tangentem altitudinis poli propoſitæ, ita ſinus differentiæ aſcenſionalis cuiuſuis puncti Eclipticæ in altitudine poli grad 45. ad ſinum differentiæ aſcenſionalis eiuſdem puncti in altitudine poli propoſita. Itaque inuentis differentijs aſcenſionalibus omnium punctorum Eclipticæ in regione, in qua poli altitudo grad. 45. continet, quas quidem dabunt Tangentes declinationum, vt ad finem Num. 19. monſtratum eſt, reperientur earum beneficio aſcenſionales differentiæ eorundem punctorum in quacumque alia regione.

Eadem eſt proportio ſinus totius ad tangentẽ altitudinis poli datæ, quæ ſinus differentiæ aſcentionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45. ad ſinum differẽtiæ aſcentionalis eiuſdem puncti in data altitudine poli.

## LEMMA L.

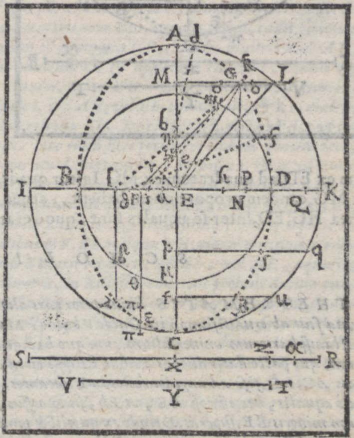
DATIS duobus axibus Ellipſis ſeſe ad angulos rectos ſecantibus, ſi ex quolibet puncto minoris axis, etiam producti, ſi opus eſt, recta dimidio maioris axis æqualis educatur ſecans ipſum axem maiorem, ita vt ſegmentum eius vltra eundem axem maiorem dimidio minoris axis æquale ſit, cadet eius extremum in Ellipſim. Et ſi ex quolibet puncto Ellipſis recta dimidio maioris axis æqualis

ducatur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

**ducatur vsque ad minorem axem, etiam productam, si opus est, secans tamen ipsum maiorem axem, erit eius segmentum inter datum punctum, & axem maiorem, dimidio minoris axis æquale.**

SECENT se mutuo ad angulos rectos in E, duo axes AC, BD, Ellipsis ABCD; & primum ex quouis puncto F, in minori axe BD, etiam producto, si opus est, ducta sit recta FG, ipsi AE, dimidia maioris axis AC, æqualis, secans maiorem axem in H, ita vt segmentum HG, ipsi ED, dimidio minoris axis æquale sit. Dico extremum punctum G, in Ellipsim cadere. Describatur enim ex centro E, circa maiorem axem AC, circulus AICK, ducaturq; per G, minori axi BD, parallela GM, secans circulum in L, & maiori axi AC, parallela GN, & deniq; recta nectatur EL. Et quoniam in parallelogrammo MN, a latera opposita æqualia sunt, & anguli M, N, recti, b quod tam M, MEN, quàm N, NEM, duobus rectis æquales sint. Sunt autem & rectæ FG, EL, æquales, quod vtraque ipsi AE, sit æqualis: erunt duo latera FG, GN, duobus lateribus LE, EM, æqualia, & anguli N, M, æqualibus lateribus FG, LE, oppositi, æquales. Cum ergo reliquorum angulorum F, L, c vterque recto minor sit; erunt ex vltimo scholio lib. 1. Eucl. & bases FN, LM, & tam anguli F, L, quam FGN, LEM, æquales. d Igitur cum FGN, alterno GHM, sit æqualis; erunt quoque anguli GHM, LEM, æquales: e ideoque parallelæ erunt FG, EL, & triangula ELM, HGM, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Eucl. similia. Igitur erit, vt EL, ad LM, ita HG, ad GM, f ac proinde etiam, vt quadratum ex EL, ad quadratum ex LM, ita quadratum ex HG, ad quadratum ex GM. Est autem quadratum ex EL, quadrato ex AE, hoc est, rectangulo sub AE, EC, g & quadratum ex LM, rectangulo sub AM, MC, æquale, quod ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. LM, sit inter AM, MC media proportionalis; Item quadratum ex HG, quadrato ex ED, æquale est, quod eorum latera sint posita æqualia. Erit igitur quoque, vt rectangulum sub AE, EC, ad rectangulum sub AM, MC, ita quadratum ex ED, ad quadratum ex MG. Quocirca cum ED, MG, sint ad axem AC, ordinatim applicatæ, transibit Ellipsis ABCD, per punctum G. Si enim dicatur transire per aliud punctum rectæ LM, vt per O; h erit quoque, vt rectangulū sub AE, EC, ad




a 34. primi.
b 29. primi.
c 17. primi.
d 29. primi.
e 28. primi.
f 22. sexti.
g 17. sexti.
h 21. 1 Apollonij.

EC, ad rectangulum sub AM, MC, ita quadratum ex ED, ad quadratum ex MO; a ac propterea quadrata ex MG, MQ, æqualia erunt, ipsæq; rectæ æquales, pars, & totũ. quod est absurdum. Transibit ergo Ellipsis per G, ideoque punctum G, in Ellipsim cadet. quod est propositum.

a 9. quinti.

DEINDE ex quouis puncto Ellipsis G, vsque ad minorem axem BD, siue extra pũcta B, D, siue intra, applicata sit recta GF, æqualis ipsi AE, dimidio axis maioris, secans axem maiorem in H. Dico segmentum GH, ipsi ED, dimidio axis minoris equale esse. Facta namque eadẽ constructione ostendemus, vt prius, triangula ELM, HGM similia esse; & vt quadratum ex EL, ad quadratum & LM, hoc est, vt rectangulum sub AE, EC (quod quadrato ex AE, siue ex EL, æquale est) ad rectangulum sub AM, MC, (quod quadrato ex LM, fuit æquale,) ita esse quadratum ex HG, ad quadratũ ex GM, b Sed est quoque, vt rectangulum sub AE, EC, ad rectangulum sub AM MC, ita quadratum ex ED, ad quadratum ex MG Igitur quadrata ex HG, ED, ad quadratum ex MG, eandem proportionem habent, c atque idcirco inter se æqualia, ipsæq; lineæ HG, ED, inter se æquales sunt, quod erat demonstrandum.

b 21. 1. Apollonij.

c 9. quinti.

## SCHOLIVM.

*THEOREMATIS huius prior pars alio modo, & quidem longiore, demonstrata fuit ab eruditissimo viro Guido Vbaldo è Marchionibus Montis, ad finem libri 2. Planisphæriorum vniuersalium: cum quo hæc, quæ sequuntur, colligenda sunt. Primum, quo pacto datis duobus axibus Ellipsis circa eas describenda sit. Sint ergo duo axes AC, BD, sese ad angulos rectos in E, secantes, sumaturque Bh, dimidio maioris axis æqualis, hoc est, ipsi AE, vt Eh, sit excessus, quo dimidium maioris axis dimidium minoris BE, superat. Deinde ex quotlibet punctis a, F, g, in recta EI, beneficio circini ad AE, applicentur rectæ ab, FH, ge, excessui Eh, æquales, & productis rectis ab, FH, ge, abscindantur bd, HG, ef, ipsi BE, dimidio axis minoris æquales, vt rectæ ad, FG gf, dimidio axis maioris AE, vel Bh, sint æquales. Vel abscindantur ad, FG, gf, ipsi AE, vel Bh, dimidio maioris axis æquales, vt segmenta bd, HG, ef, dimidio axis minoris BE, æquales sint. Nam vt demonstratum est, puncta d, G, f, in Ellipsim cadẽt. Quare si plurima puncta hoc artificio reperiantur, non solum inter A, & D, verumetiã inter D, & C, atque inter C, & B, necnon inter B, & A, & per ea congruenter linea inflexa ducatur, descripta erit Ellipsis.*

Datis axibus, Ellipsim describere.

DEINDE

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Dato alterutro axium, & puncto in Ellipsi circa eum axem descripta, alterum axē reperire.

DEINDE qua ratione dato quolibet puncto Ellipsis nondum descriptæ, cum alterutro axium, alter axis inueniatur. Sit ergo primum datus axis maior AC, & punctum G, in Ellipsi existens. Diuiso axe AC, bifariam in E, per rectam perpendicularem BD; applicetur beneficio circini ex dato puncto G, recta GF, vsque ad rectā BD, æqualis ipsi AE, dimidio axis maioris secans AE, in H. Nam, vt demonstratum est, GH, æqualis erit dimidio axis minoris, ideoque si EB, ED, ipsi GH, æquales abscindantur, erit BD, axis. Nam cum FG, ipsi AE, & HG, ipsi ED, æqualis sit, cadet G, in Ellipsim axium AC, BD, vt demonstrauimus.

QVOD si detur minor axis BD, cum puncto G, in Ellipsi existente, reperiemus maiorem axem hoc modo. Secto minore axe BD, bifariam in E, per lineam perpendicularem AC, applicetur beneficio circini ex dato puncto recta GH, vsque ad rectam AC, æqualis ipsi BE, dimidio axis minoris, producaturque donec in F, secet minorem axem, etiam productum, si opus sit. Si namque rectæ GF, æquales abscindātur EA, EC, erit AC, maior axis, vt ex ijs, quæ demonstrata sunt, liquet. Cum enim FG, ipsi AE, sit æqualis, & HG, ipsi BE, cadet G, in Ellipsim axium AC, BD, vt demonstrauimus.

Datis duobus axibus Ellipsis, cum quolibet pũcto, an datum punctũ in Ellipsi, vel extra, vel intra existat, cognoscere.

TERTIO, datis duobus axibus Ellipsis nondum descriptæ, cum quolibet puncto extra ipsos, qua via cognoscatur, num punctum datum existat in ipsa Ellipsi, an extra, an vero intra. Sint ergo duo axes AC, BD, sese ad rectos angulos in E, secantes, & punctum G, datum. Applicetur circini beneficio ex dato puncto G, recta GF, ad minorem axem BD, etiam productum, si opus sit, æqualis ipsi AE, dimidio maioris axis secans AE, in H. Si igitur GH, dimidio minoris axis ED, æqualis fuerit, cadet punctum G, datum in Ellipsim, vt demonstratum est; cum tota GF, dimidio maioris axis AE, posita sit æqualis. Sed sit iam datum punctum k; & applicata recta k i, æquali ipsi AE, vel Bh, secante AE, in e, sit k e, maior, quàm ED. Dico punctum k, datum extra Ellipsim cadere. Quoniam enim k i, ipsi AE, vel Bh, æqualis est, & k e, maior, quàm BE, erit reliqua e i, minor quàm reliqua Eh. Ducatur ex k, recta kF, ita vt intercepta HF, excessui Eh, æqualis sit. Hoc enim fieri potest per lineam conchoideos, quam Nicomedes descripsit, vt habetur apud Pappum lib. 4. propos. 22. & apud Eutocium in propos. 1 lib. 2. Archimedis de sphæra, & cylindro, & quam nos etiam in lib. de Dimensionibus magnitudinum descripsimus. [a] Et quia recta k F, maior est quam k i, quod angulus k i F, obtusus sit; est autem k i, posita ipsi Bh, æqualis; erit quoque k F, maior quàm Bh: Ablatis ergo æqualibus HF, Eh, reliqua k H, maior erit, quàm reliqua BE. Abscissa ergo HG, æquali ipsi BE, erit tota GF, ipsi Bh, vel AE, æqualis; ideoque, vt demonstratum est, punctum G, in Ellipsim cadet, ac proinde datum punctum k, extra eandem cadet, cum recta FG, in G, Ellipsim secet. Postremo sit datum punctum m, & applicata recta m l, æquali ipsi AE, vel Bh, secante AE, in n, sit m n, minor quàm BE, vel ED. Dico punctum m, datum intra Ellipsim cadere. Quia enim m l, ipsi Bh, æqualis est, & m n, minor quàm BE, erit reliqua n l, maior quàm reliqua Eh. Ducatur rursum beneficio lineæ conchoideos, ex m, recta m F, ita vt intercepta HF, excessui E h, sit æqualis.[b] Et quia recta m F, minor est, quàm m l, quod angulus m l F, acutus sit, & m F l, obtusus; est autem m l, posita æqualis ipsi Bh; erit quoque m F, minor quàm Bh. Ablatis ergo æqualibus HF, Eh, reliqua m H, minor erit, quàm reliqua BE. Producta igitur Fm, vt HG, æqualis sit ipsi BE, erit tota FG, ipsi Bh, vel AE, æqualis. Igitur, vt monstratum est, punctum G, in Ellipsim cadet, & idcirco m, intra eandem, quod est propositum.

a 19. primi.

b 19. primi.

CAETERVM datum punctum k, cadere extra Ellipsim, si k e, maior sit quàm ED, punctũ vero m, intra, si m n, minor sit, quàm ED, hac etiam ratione, sine auxilio lineæ conchoideos, demõstrari potest. Sumatur EQ, ipsi k e, æqualis, cadetq; Q, vltra D. Quia igitur ex k, ad minorem axē applicata est k i, dimidio maioris axis AE, æqua-

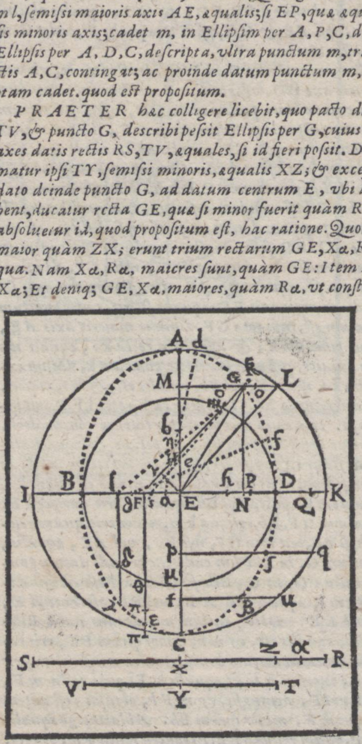


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

lis; si EQ, statuatur semissis minoris axis, quæ æqualis fuit sumpta ipsi ke, cadet k, in
a 27.4 Apollonij. Ellipsim per A, Q, C, descriptam, vt demonstratum est. Ergo Ellipsis per A, D, C, descripta citra punctũ k, transibit; [a] cum hæc illam solum in punctis A, C, contingat, ac proinde k, extra Ellipsim per A, D, C, descriptam cadet. Accipiatur rursum EP, ipsi m n, æqualis, cadetque P, citra D. Quia igitur ex m, ad minorem axem applicata est m l, semissi maioris axis AE, æqualis; si EP, quæ æqualis sumpta fuit ipsi mn, fiat semissis minoris axis; cadet m, in Ellipsim per A, P, C, descriptam, vt monstratum est. Ergo
b 27.4. Apollonij. Ellipsis per A, D, C, descripta, vltra punctum m, transibit; [b] cum hæc illam in solis punctis A, C, contingat; ac proinde datum punctum m, intra Ellipsim per A, D, C, descriptam cadet. quod est propositum.

Datis duabus rectis inæqualibus; & puncto quolibet, describere Ellipsim per datũ punctum, cuius centrum sit quoque datum, & axes datis rectis æquales.

PRAETER hæc colligere licebit, quo pacto datis duabus rectis inæqualibus RS, TV, & puncto G, describi possit Ellipsis per G, cuius centrum datum sit E, quæ habeat axes datis rectis RS, TV, æquales, si id fieri possit. Diuisis RS, TV, bifariam in X, Y, sumatur ipsi TY, semissi minoris, æqualis XZ; & excessus RZ, bifariam secetur in α. Ex dato deinde puncto G, ad datum centrum E, vbi axes se ad rectos angulos secare debent, ducatur recta GE, quæ si minor fuerit quàm RX, & maior quàm ZX, vel TY, absoluetur id, quod propositum est, hac ratione. Quoniam GE, minor est, quàm RX, & maior quàm ZX; erunt trium rectarum GE, Xα, Rα, quælibet duæ simul maiores reliqua. Nam Xα, Rα, maiores sunt, quàm GE: Item Rα. vel Zα, & GE, maiores quàm Xα; Et deniq; GE, Xα, maiores, quàm Rα, vt constat. [c] Fiat ergo ex tribus rectis GE,
c 22. primi. Xα, Rα, triãgulum GEr, in vtrãuis partem: Et rectę XZ, æqualis sumatur GH, & rectæ Rα, ex Gr, producta accipiatur æqualis rF, ita vt tota GF, toti RX, æqualis sit. Ductis autem per HE, & per F, E, rectis, sumãtur EA, EC, ipsis XR, XS, & EB, ED, ipsis YT, YV, æquales. Dico AC, BD, quæ ipsis RS, TV, æquales sunt, esse axes sese in E, ad rectos angulos secantes, ita vt Ellipsis circa ipsos descripta transeat per datum punctum G. Quia enim Er, æqualis est ipsi Rα, vel Zα, hoc est, ipsis rH, rF, quæ ipsi Rα, vel Zα, æquales sunt; (Sumpta namque est rF, æqualis ipsi Rα; at Gr ipsi Xα, & GH, ipsi XZ, ex quo sequitur reliquã Hr, reliquæ Zα æqualem esse) trãsibit circulus ex r, per E, descriptus, per puncta F, H; [d] ac proinde angulus FEH, in semicirculo rectus erit. Quia igi-




d 31. tertij. tur semissi maioris axis AE, æqualis GF, applicata est ad minorem axem, & segmentũ GH, semissi minoris axis ED, vel TY, æquale; cadet pũctum G, in Ellipsim axiũ AC, BD, vt demonstratum est.

QVOD si ducta recta GE, maior sit quã semissis maioris axis, vel minor semisse minoris, problema redditur impossibile: quia cum AE, semissis maioris axis sit maxima

omnium

*omnium rectarum ex centro E, ad circumferentiam Ellipsis ductarũ, vt constat ex circulo circa maiorẽ axẽ AC, descripto; cadet necessario recta ex centro E, quæ semisse maioris axis maior sit, extra Ellipsim. Itẽ quia ED, semisis minoris axis, minima est omnium rectarum ex centro E, ad circumferentiã Ellipsis ductarum, vt constat ex circulo circa minorem axem BD, descripto; cadet necessario recta ex centro E, quæ semisse minoris axis minor sit, intra Ellipsim.*

*IAM vero, si quando accidat, rectam AE, ex dato puncto A, ductam ad centrum esse æqualem semissi maioris datæ lineæ, ducenda erit ex dato puncto A, per E, centrum recta AC. Nam EA, EC, ipsis XR, XS, æquales dabunt maiorem axem, quem si recta BD, ad angulos rectos secet, dabunt EB, ED, ipsis YT, YV, æquales, axem minorem. Manifestum autem est, Ellipsim circa axes AC, BD, descriptam per datum punctum A, transire. Si autem datum sit punctum D, e quo ad centrum E, ducta recta DE, semissi minoris datæ lineæ sit æqualis, ducenda erit ex dato puncto D, per centrum E, recta BD. Nam EB, ED, ipsis YT, YV, æquales dabunt minorem axem, quem si recta AC, ad rectos angulos secet, dabunt EA, EC, ipsis XR, XS, æquales, maiorem axẽ. Vbi iterum liquido constat, Ellipsim circa axes AC, BD, descriptum per datum punctum D, transire.*

## LEMMA LI.

SI circa axes Ellipsis circuli describantur, & ad eosdem ordinatim rectæ applicentur vsque ad Ellipsis & circulorum periphærias; erunt applicatæ vsque ad Ellipsim, applicatis vsque ad circulum proprium, ad cuius videlicet diametrum applicatæ sunt, proportionales.

IN figura præcedẽtis lemmatis descripti sint circa axes circuli, & rectæ pq, tu, ad maiorem axem AC, ordinatim applicatę secantes Ellipsim in ſ, β. Item rectæ Fε, lγ, ordinatim applicatæ ad minorem axem BD, secantes circulum in θ, δ. Dico esse, vt pſ, ad tβ, ita pq, ad tu. Item vt Fε, ad lγ, ita Fθ, ad lδ. [a] Quoniam enim est, vt quadratum ex pſ, ad quadratum ex tβ, ita rectangulum sub Ap, pC, ad rectãgulum sub At, tC. [b] Est autem rectãgulum sub Ap, pC, quadrato ex pq, & rectangulum sub At, tC, quadrato ex tu, æquale; quod ex scholio propos. 13. lib. 6. Eucl. pq, tu, mediæ sint proportionales inter Ap, pC, & inter At, tC; erit quoque vt quadratum ex pſ, ad quadratum ex tβ ita quadratum ex pq, ad quadratum ex tu. [c] Quapropter erit quoque, vt recta pſ, ad rectam tβ, ita recta pq, ad rectam tu.

a 21. 1. Apollonij.

b 17. sexti.

c 22. sexti.

RVRSVS [d] quia est, vt quadratum ex Fε, ad quadratum ex lγ, ita rectangulum sub DF, FB, ad rectangulum sub Dl, lB. [e] Est autem rectangulo sub DF, FB, quadratum ex Fθ, & rectangulo sub DL, lB, quadratum ex lδ, æquale; quod ex scholio propo. 13. lib. 6. Eucl. Fθ, lδ, sint inter DF, FB, & inter Dl, lB, mediæ proportionales; erit quoque, vt quadratum ex Fε, ad quadratum ex lγ, ita quadratum ex Fθ, ad quadratum ex lδ. [f] Quocirca erit etiam, vt recta Fε, ad rectam lγ, ita recta Fθ, ad rectam lδ. quod erat demonstrandum.

d 21. 1. Apollonij.

e 17. sexti.

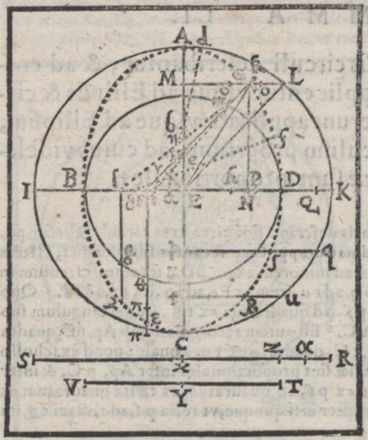
f 22. sexti.

## SCHOLIVM.

Ordinatim applicatas proportionaliter secari ab Ellipsi, & circulis circa axes descriptis.

ITAQVE tam Ellipsis rectas ad maiorem axem ordinatim applicatas, & ad circulum vsque circa eundem maiorem axem descriptum protractas, quam circulus circa minorem axem descriptus rectas ad eundem axem minorem ordinatim applicatas, proportionaliter diuidit. Cum enim sit, vt pſ, ad tβ, ita pq, ad tu, erit quoque permutando, vt pſ, ad pq, ita tβ, ad tu: Et per diuisionem rationis contrariam, quã in scholio proposit. 17. lib. 5. Euclid. demonstrauimus, vt pſ, ad ſq, ita tβ, ad βu. Item cum sit, vt Fε, ad lγ, ita Fθ, ad lδ: erit quoque permutando, vt Fε, ad Fθ, ita lγ, ad lδ; Et per diuisionem rationis conuersam, quam in schol. eadem prop. 17. lib. 5. Eucl. demonstrauimus, vt Fθ, ad θε, ita lδ, ad δγ quod est propositum.

CONVERSVM quoque huius facile demonstrabimus, videlicet. Si perpẽdiculares ad diametrum circuli proportionaliter secentur; Ellipsis cuius maior axis, diameter circuli transiens per vnius perpendicularis sectionem, transibit quoque per omnium aliarum sectiones. Item si perpendiculares ad diametrum circuli producantur, ita vt à circulo proportionaliter secentur; Ellipsis, cuius minor axis diameter circuli, transiens per vnius perpendicularis extremum, transibit quoque per omnium aliarum extrema.




Sint enim primum ML, EK, pq, tu, ad diametrum AC, circuli ABCD, perpẽdiculare: & secta proportionaliter in G, D, ſ, β. Dico Ellipsim, cuius maior axis AC, quæ per G, transit, transire quoque per D, ſ, β. Si enim non transit per D, transeat per P, vel Q; eritque, vt demonstrauimus, vt MG, ad GL, ita EP, ad PK vel EQ, ad QK. Cum ergo sit quoq. vt MG, ad GL, ita ED, ad DK, ex hypothesi, erit vt EP ad PK, ita ED, ad DK. Est autem EP, minor quam ED. a Igitur & PK, minor erit, quam DK, totum quam pars: quod est absurdum. Non ergo Ellipsis transit per P, sed neque per Q, transibit. Nam eadem ratione erit, vt EQ, ad QK, ita ED, ad DK. Est autem EQ, maior quã ED. b Igitur & QK, maior erit quam DK, pars quam totum. quod est absurdũ. Transit ergo Ellipsis per D. Atq eandẽ ob causam per ſ, & β, transibit.

a 14. quinti.

b 14. quinti.

SINT deinde Eμ, Fθ, lδ, ad diametrum BD, circuli BuD, perpendiculares, & productæ ad C, ε, γ, ita vt proportionaliter à circulo secentur in μ, θ, δ. Dico Ellipsim, cuius minor axis BD, quæ per C, transit, transire quoque per ε, γ. Si enim non transit per ε, transeat per π; eritque vt monstratum est, vt Eμ, ad μC, ita Fθ, ad θπ, c Sed vt Eμ, ad μC, ita ponitur esse Fθ, ad θε. Igitur erit vt Fθ, ad θπ, ita Fθ, ad θε, atq. idcirco θπ, θε, æquales erunt, pars & totum, quod est absurdum. Transit ergo Ellipsis per ε. Eademque de causa per γ, transibit. quod est propositum.

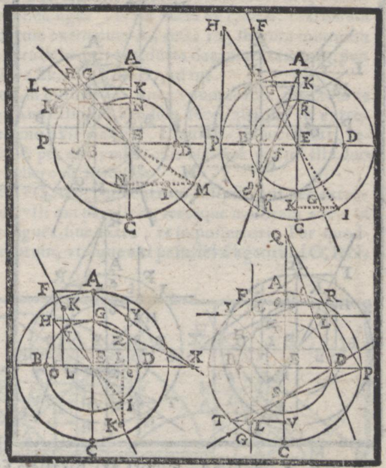
c 9. quinti.

LEMMA

# L E M M A LII.

**DATIS axibus alicuius Ellipsis sese ad angulos rectos secantibus, in data recta qualibet puncta reperire, per quæ Ellipsis, si describatur, transire debet.**

SINT dati axes AC, BD, Ellipsis cuiuspiam se in centro E, secantes ad angulos rectos, circa quos circuli descripti sint; sitque primum data recta EF, per centrũ ducta, secans circulũ circa maiorẽ axem descriptum in F, & per F, axibus parallelæ agantur FO, FK. Erigatur quoq; ad minorem axem ex eius extremo B, perpendicularis BG, secans maioris axis circulũ in G; & per G, ex E, recta ducatur secãs parallelã maioris axis in H; sũpta deinde in parallela minoris axis recta KL, æquali ipsi EH, ducatur EL, secans maioris axis circulum in M, puncto ex vtraq; parte, ac tandem per M, minori axi parallela agatur MN, secans datam rectam in I. Dico Ellipsim, cuius axes AC, BD, descriptam transire per punctum I. *Quando data recta per centrum Ellipsis transit.*




a Quoniam enim est, vt EG, ad EB, ita EH, ad EO; estq; EG, ipsi FP, & EH, ipsi KL, & EO, ipsi KF, æqualis: erit quoque, vt EP, ad EB, ita KL, ad KF: Et per diuisionem rationis conuersam, quam in scholio propos. 17. lib. 5. Eucl. demonstrauimus, vt EB, ad BP, ita KF, ad FL. b Est autem vt KF, ad FL, ita NI, ad IM. Igitur erit quoque, vt EB, ad BP, ita NI, ad IM; ac proinde ex ijs, quæ in scholio præcedentis lemmatis ostẽdimus, Ellipsis per A, B, C, D, descripta, per punctum vtrumque I transibit. *a 4. sexti.* *b 4. sexti.*

ALITER, vt in secunda figura. Erigantur ex B, extremo minoris axis, & ex P, extremo semidiametri, ad minoris axis lineam perpendiculares BF, PH, secetque BF, datam rectam EF, in F, & ipsi BF, æqualis sumatur PH. Ducta autem recta EH, secante maiorem circulum ex vtraque parte in puncto I, ducatur per I, minori axi parallela IK, rectam datam secans in G. Dico G, cadere in Ellipsim datam. c Quia enim est, vt EP, ad PH, ita IK, ad KE; Et vt BF, hoc est, vt æqualis PH, ad EB, ita KE, ad KG; erit ex æqualitate, vt EP, ad EB, ita IK, ad KG. Quare, vt prius punctum G, ex vtraque parte in Ellipsim datam cadet. *c 4. sexti.*

ALITER, vt in tertia figura. Erigantur ad maiorẽ axem ex punctis A, G, perpendi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

perpendiculares AF, GH, secetque AF, datam rectam in F, & ex F, demittatur ad minorem axem perpendicularis FO, secans GH, in H. Ducta autem EH, secante minoris axis circulum ex vtraque parte in puncto I, agatur per I, maiori axi parallela KL, secans datam rectam in K. Dico K, in datã Ellipsim cadere. a Quoniam enim est, vt OH, ad HF, hoc est, vt EG, ad GA, ita LI, ad IK, cadet punctum K, in vtraque parte in Ellipsim, vt in scholio antecedentis lemmatis demonstratum est.

a 4. sexti.

SATIS autem est, si vnum punctum, nimirum superius, vno horum modorum inueniatur. Nam si rectæ EI, vel EG, vel EK, sumatur æqualis infra centrum, erit quoque inferius punctum F, vel G, vel K, in Ellipsi; b propterea quod recta per centrum ducta in centro bifariam diuiditur in Ellipsi.

b 30. 1. Apollonij.

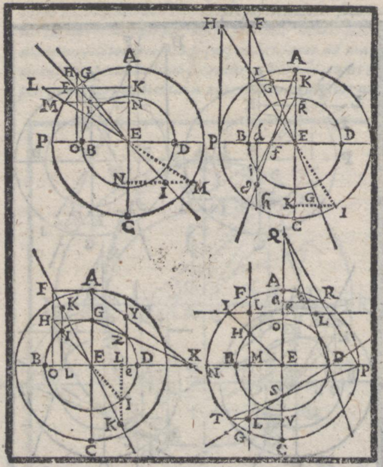
Quando data recta alteri axium parallela est.

DEINDE data sit recta alterutri axium parallela, vt in quarta figura; & primum maiori axi parallela FG, secans minorem axem in M, & eius circulum in H. Si enim non secaret, caderet tota extra Ellipsim; si autem transiret per B, c tangeret Ellipsim in B. Ducta autem recta EH, secante maiorem circulum in I, ducatur per I, minori axi parallela IK, secans datam rectam FG, in L. Dico L, in datam Ellipsim cadere. d Quoniam enim est, vt EH, ad HI, hoc est, vt EB, ad BN, ita KL, ad LI; e vel vt EH, ad HI, hoc est, vt EO, ad OA, ita MH, ad HL, cadet L, in Ellipsim, vt in scholio præcedentis lemmatis demonstratum est.

c 32. 1. Apollonij.

d 2. sexti.

e 4. sexti.



SECVNDO minori axi parallela sit IL, secans maiorem circulum in I, siue secet minorem, siue non. Ducta recta EI, secante minorem circulum in H, ducatur per H, maiori axi parallela LM, secans datam rectam IL, in L. Dico L, in data Ellipsi existere. Quod demonstrabitur, vt prius. Iam si rectę ML, vel KL, ex altera parte æqualis abscindatur ML, vel KL, transibit eadem Ellipsis per punctum quoque L, inferius, & dextrum; propterea quod ordinatim applicatæ bifariam á diametris diuiduntur.

Quando data recta per extremũ alterutrius axis transit.

RVRSVS sit data recta DL, per extremum D, minoris axis incedens, vt in quarta figura, & secet primum axem maiorem intra Ellipsim in S. Ex S, ducatur recta SP, ad extremum diametri maioris circuli, quod iuxta datum extremum D, existit, secans maiorem circulum in T, & per T, minori axi parallela agatur TV, secans datam rectam in L. Dico L, in Ellipsim cadere. f Quoniam enim est, vt ED, ad DP, ita VL, ad LT; erit ex scholio lemmatis antecedentis punctum

f 4. sexti.

ctum L, in Ellipsim. Eodem modo res demonstrabitur, si data recta DQ, per extremum D, minoris axis transiens secet maiorem axem extra Ellipsim in Q, vt in eadem quarta figura. Nam ducta ex Q, ad P, extremum diametri maioris circuli prope extremum D, datum, recta QP, secante maiorem circulum in R, secabit minori axi parallela Ra, datam rectam in b, puncto, quod erit in Ellipsi; [a] cum sit vt ED, ad DP, ita a b, ad bR.

[a] 4. sexti.

SED transeat iam data recta AX, per extremum maioris axis, secetque primum axem minorem extra Ellipsim, in X, vt in tertia figura. Ducatur ex puncto X, ad G, extremum diametri minoris prope datum extremum A, recta XG, secans minorem circulum in Z, & per Z, maiori axi parallela agatur eY, secans datam rectam in Y. Dico Y, in Ellipsim cadere. quod constat ex scholio præcedentis lẽmatis, [b] cum sit vt EG, ad GA, ita eZ, ad ZY. Non aliter progrediemur, si data recta Ag, per extremum A, maioris axis incedens, secet in f, minorem axem intra Ellipsim, vt in secunda figura. Nam ducta ex f, ad k, extremum diametri minoris circuli prope datum extremum A, recta fk, secante minorem circulum in i, secabit maiori axi parallela dg, per i, ducta datam rectam in g, puncto, quod erit in Ellipsi, [c] cum sit, vt Ek, ad kA, ita d i, ad ig.

[b] 4. sexti.

[c] 4. sexti.

PERSPICVVM autem est, in huiusmodi linea vnum solum punctum reperiri, quod sit in Ellipsi; quippe cum Ellipsim eandem secet quoque in extremo D, minoris axis, vel in A, extremo axis maioris. Liquido etiam constat, rectam per extremum minoris axis, & per extremum axis maioris præter illa duo extrema nullum aliud punctum habere in Ellipsi.

POSTREMO sit data recta FG, neq; per centrum Ellipsis, aut per extremum alterutrius axis ducta, neque vlli axi parallela, secetque maiorem axem in H, siue intra Ellipsim, vt in priori figura, siue extra, vt in posteriori. Per quoduis punctum I, in data recta assumptum, vtrique axi parallelæ agantur IO, RN; & ex B, extremo minoris axis erecta perpendiculari BK, circulum maiorem secante in K, iungatur EK, secans parallelam IO, in L: rectæ autem EL, in altera parallela RN, æqualis sumatur RN, & per H, N, recta eiiciatur secans circulum maioris axis in M, ac denique per M, minori axi parallela agatur MQ, secans datam rectã in P. Dico punctum, P, in data Ellipsi existere. Et si quidem recta HN, duobus in punctis circulum secet, reperientur duo puncta P, vt in priori figura, si vero in vno eum puncto tangat, vt in figura

Quando data recta neque per centrum aut per extremum alterius axis transit, neq; vlli axi parallela est.

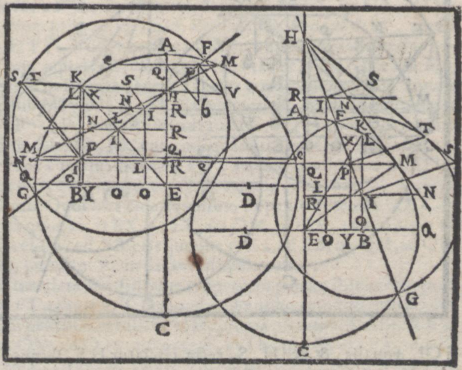
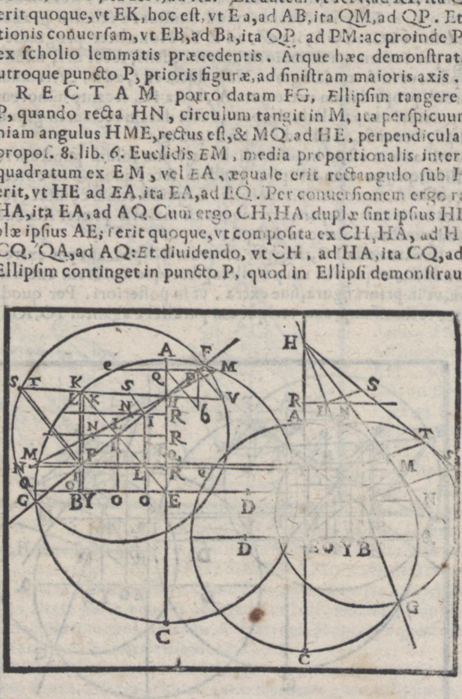


figura posteriori, vnum quoque tantum punctum inuenietur P, in quo Ellipsis datam rectam tanget. Vt autem demonstratio reddatur magis vniuersalis, assumpsimus in priori figura tria puncta I, in data recta, & in posteriori duo, per quæ vtrique axi parallelæ sunt ductæ; præsertim quia hac ratione puncto H, extra Ellipsim in secunda figura non indigemus, quod interdum difficulter haberi potest, propter obliquam intersectionem rectarum HC, HG; sed satis est, vt per duo puncta inuenta N, recta ducatur secans, vel tangens circulum maioris axis.

a 4. sexti. Quæ omnia sic demonstrabimus. [a] Quoniam est, vt EK, ad EB, ita EL, ad EO:
b 34 primi. Posita autem fuit EL, ipsi RN, æqualis, [b] & EO, ipsi RI, æqualis est; erit quoque
c 4. sexti. vt EK, ad EB, ita RN, ad RI. [c] Est autem vt RN, ad RI, ita QM, ad QP. Igitur erit quoque, vt EK, hoc est, vt Ea, ad AB, ita QM, ad QP. Et per diuisionem rationis conuersam, vt EB, ad Ba, ita QP ad PM: ac proinde P, in Ellipsim cadet, ex scholio lemmatis præcedentis. Atque hæc demonstratio locum habet in utroque puncto P, prioris figuræ, ad sinistram maioris axis.

RECTAM porro datam FG, Ellipsim tangere in inuento puncto
d 18. tertij. P, quando recta HN, circulum tangit in M, ita perspicuum faciemus. [d] Quoniam angulus HME, rectus est, & MQ ad HE, perpendicularis, erit ex coroll.
e 17. sexti. propos. 8. lib. 6. Euclidis EM, media proportionalis inter HE, EQ. [e] Igitur quadratum ex EM, vel EA, æquale erit rectangulo sub HE, EQ; ideoque erit, vt HE ad EA, ita EA, ad EQ. Per conuersionem ergo rationis, vt HE, ad HA, ita EA, ad AQ. Cum ergo CH, HA duplæ sint ipsius HE, & CQ, QA, du-
f 15. quinti. plæ ipsius AE; [f] erit quoque, vt composita ex CH, HA, ad HA, ita composita ex
g 34. 1. Apollonij. CQ, QA, ad AQ: Et diuidendo, vt CH, ad HA, ita CQ, ad AQ. [g] Igitur HG, Ellipsim continget in puncto P, quod in Ellipsi demonstrauimus existere.

ALITER.



Excitata BK, ad BD, perpendiculari in B, extremo minoris axis, & iuncta recta EK, ducatur ex quolibet puncto I, assumpto maiori axi parallela IO, secans EK, in L. Nos in vtraque figura duo puncta I, assumpsimus propter causam paulo ante allatam. Deinde ex I, ad datam rectam perpendicularis erigatur IS, ipsi OL, æqualis, & per H, S, recta eiiciatur HS, secans circulum circa chordam FG, descriptum in T, V, punctis, è quibus ad datam rectam perpendiculares demittantur TP, VP. Dico punctum vtrumque P, in Ellipsi data existere. Quod si recta HS, tangat circulum circa FG, descriptum, vt in posteriori figura,

gura, reperietur vnum tantum punctum P, in quo recta data Ellipsim continget.
Quæ omnia hac ratione demonstrabimus. Et primũ de puncto P, ad sinistram
maioris axis prioris figuræ. Ducta per P, maiori axi parallela XY, & minori
axi parallela MPQe; [a] quoniam est, vt PT, ad IS, ita HP, ad HI; estque vt HP, *a 4. sexti.*
ad HI, ita QP, ad RI; erit etiam, vt PT, ad IS, ita QP, ad RI; hoc est, ita EY, ad
EO. [b] Vt autem EY, ad EO, ita est YX, ad OL. Igitur erit quoque, vt PT, ad *b 4. sexti.*
IS, ita YX, ad OL. Cum ergo IS, OL per hypothesim æquales sint, [c] erunt quo- *c 14. quinti.*
que PT, YX, æquales. Quia vero PT, ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid.
media proportionalis est inter FP, PG; [d] erit quadratum ex PT, æquale re- *d 17. sexti.*
ctangulo sub FP, PG, hoc est, rectangulo sub MP, Pe, [e] cum hoc illi sit *e 35. tertij.*
æquale: ideoque & quadratum ex YX, eidem rectangulo sub MP, Pe,
æquale erit. Addito communi quadrato ex PQ, erunt quadrata ex YX,
PQ, hoc est, ex YX, EY, æqualia rectangulo sub MP, Pe, vna cum qua-
drato ex PQ: [f] sed quadratis ex YX, EY, æquale est quadratum ex EX, & *f 47. primi.*
rectangulo sub MP, Pe, vna cum quadrato ex PQ, [g] æquale est quadra- *g 5. secundi.*
tum ex MQ. Igitur quadrata ex EX, MQ, ideoque & eorum latera EX,
MQ, æqualia erunt. [h] Cum ergo etiam EY, QP, æquales sint, erit vt EX, *h 34. primi.*
ad EY, ita QM, ad QP: [i] Vt autem EX, ad EY, ita est EK, hoc est, Ea, ad *i 4. sexti.*
EB. Igitur erit quoque, vt Ea, ad EB, ita QM, ad QP. Ergo, vt prius, pun
ctum P, in Ellipsim datam cadet. Quæ quidem demonstratio locum etiam ha-
bet in posteriori figura.

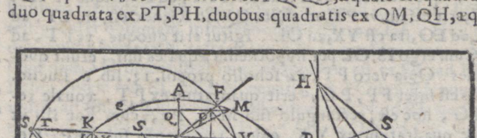
PVNCTVM autem P, ad dextram maioris axis cadere quoque in eandem
Ellipsim, ita planum fiet. Ducta Pb, ad MQ, perpendiculari, ipsique PV, æqua-
li, & iuncta recta bQ; [k] quoniam est, vt QP, ad PH, in inferiori triangulo HPQ,
ita QP, ad PH, in triangulo superiori; Item vt PH, ad PT, ita PH, ad PV, erit *k 4. sexti.*
ex æqualitate, vt QP, ad PT, hoc est, vt EY, ad YX, quæ illis æquales
sunt, ita QP, ad PV, id est, ad Pb. Cum ergo anguli ad Y, P, recti sint;
[l] erunt triangula EYX, bPQ, æquiangula, & vt EX, ad EY, ita bQ, ad QP. *l 6. sexti.*
Deinde quia per scholium propos. 13. lib. 6. Euclid. VP, ideoque & bP, media
proportionalis est inter FP, PG, [m] erit quadratum ex bP, æquale rectangu- *m 17. sexti.*
lo sub FP, PG: [n] sed hoc æquale est rectangulo sub MP, Pe, quod rectæ FG, Me, *n 35. tertij.*
in circulo maioris axis se in P, intersecent. Igitur quadratum ex bP, æquale
etiam erit rectangulo sub MP, Pe: & addito communi quadrato ex QP, erunt
duobus quadratis ex bP, QP, hoc est, quadrato ex bQ, [o] quod illis æquale
est, æquale rectangulum sub MP, Pe, vna cum quadrato ex QP. [p] Est autẽ re- *o 47. primi.*
ctangulo sub MP, Pe, vna cum quadrato ex QP, æquale quadratum ex QM. *p 5. sexti.*
Igitur & quadrato ex bQ, quadratum ex QM, æquale erit, ideoque & rectæ
bQ, QM, æquales erunt. Quocirca cum ostensum sit paulo ante, esse vt EX, ad
EY, ita bQ, ad QP, erit quoque, vt EX, ad EY, ita QM, ad QP. [q] Cum ergo sit *q 4. sexti.*
vt EX, ad EY, ita EK, vel Ea, ad EB; erit quoque vt Ea, ad EB, ita QM, ad QP;
atque idcirco, vt prius, punctum *P*, in datam Ellipsim cadet.

DENIQVE rectam datã FG, Ellipsim tangere in puncto P, inuento, quan
do recta HS, circulum FT, tangit in T, demonstrabimus hoc modo. Ductis rectis
HM, EM, ad extremum punctum parallelæ QM, quoniã ostensum est esse, vt Ea,
hoc est, EK, ad EB, ita QM, ad QP; [r] Est autem, vt EK, ad EB, ita EX, ad EY;
erit quoque, vt EX, ad EY, ita QM, ad QP. [s] Cum ergo EY, ipsi QP, æqua- *r 4. sexti.*
lis sit, erit & EX, ipsi QM, æqualis. Et quia quadratum ex PT, quadrato *s 34. primi.*
ex YX, æquale est, quod rectæ PT, YX, ostensę sint æquales; si addantur æqualia
quadrata ex PQ, EY, fiẽt duo quadrata ex PT, PQ, duobus quadratis ex YX, EY,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 47. *primi.* æqualia: [a] Sed his æquale eſt quadratum ex EX, hoc eſt, ex QM. Igitur & duo quadrata ex PT, PQ, quadrato ex QM, æqualia erunt: additoque communi quadrato ex QH, fient tria quadrata ex PT, PQ, QH, duobus quadratis ex QM, b 47. *primi.* QH, æqualia: [b] Sed quadratis ex PQ, QH, æquale eſt quadratum ex PH. Igitur c 47. *primi.* duo quadrata ex PT, PH, duobus quadratis ex QM, QH, æqualia erunt. [c] Cum ergo illis duobus quadratũ ex HT, & his duobus quadratum ex HM, ſit æquale; erunt quoque quadrata ex HT, HM, proindeq́; & ipſa latera æqualia.



d 36. *tertij.* Igitur cum quadratum ex HT, æquale ſit rectangulo ſub HG, HF, erit eidem rectangulo ęquale etiam quadratũ ex HM, e 37. *tertij.* [e] ac proinde HM, circulum FM, cõtinget in M. Quãobrem, vt antea demonſtratum eſt, recta FG, Ellipſim in P, continget. quod eſt propoſitum.

## LEMMA LIII.

QVAESTIONES omnes, quæ per ſinus, Tangentes, atque ſecantes abſolui ſolent, per ſolam proſthaphæreſim, id eſt, per ſolam additionem, ſubtractionemque, ſine laborioſa numerorum multiplicatione, diuiſioneque expedire.

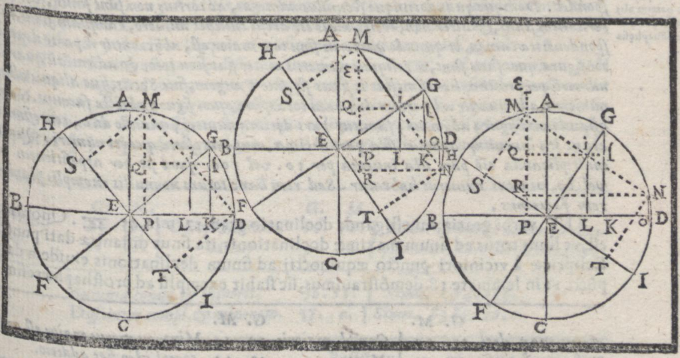
EDIDIT ante tres, quatuorue annos Nicolaus Raymarus Vrſus Dithmarſus libellum quendam, in quo præter alia proponit inuentum ſane acutum, & ingenioſum, quo per ſolam proſthaphæreſim pleraque triangula ſphærica ſoluit. Sed quoniam id ſolum putat fieri poſſe, quando ſinus in regula proportionum aſſumuntur, & ſinus totus primum locum obtinet, conabimur nos eam doctrinam magis generalem efficere, ita vt non ſolum habeat in ſinubus, & quando ſinus totus primum locum in regula proportionum obtinet, verum etiam in tangentibus, ſecantibus, ſinubus verſis, & aliis numeris, & ſiue ſinus totus ſit in principio regulæ proportionum, ſiue in medio, ſiue denique

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

que nullo modo interueniat: quæ res noua omnino est, & iucunditatis ac voluptatis plena.

*1. QVOTIESCVNQVE igitur est, vt sinus totus ad sinum alicuius arcus, ita sinus alterius cuiuspiam arcus ad aliud, seponantur duo illi arcus tanquam dati, qui ad prosthaphæresim requirantur: Minor addatur complemento maioris, & conflati arcus seruetur sinus; Et si quidem minor arcus complemento maioris fuerit æqualis, (quod fiet, quando duo arcus sepositi ac dati quadrantem conficiunt) semissis seruati sinus, erit quartus numerus proportionalis quæsitus. Si vero minor arcus fuerit minor complemento maioris, (quod accidet, quando duo arcus sepositi ac dati sunt simul quadrante minores) detracto minore arcu ex complemento maioris, vt habeatur eorum arcuum differentia, qui simul additi fuerunt, tollatur huius differentiæ sinus ex superioris conflati arcus sinu seruato. Huius enim relicti numeri semissis, erit quartus numerus proportionalis, qui quæritur. Si denique minor arcus fuerit maior complemento maioris, (quod eueniet, quando duo arcus sepositi, ac dati sunt simul quadrante maiores) detracto complemento maioris ex minore arcu, vt eorum arcuum differentia habeatur, qui simul additi fuerunt, adijciatur huius differentiæ sinus ad sinum seruatum superioris arcus conflati. Huius enim summæ semissis, erit numerus quartus proportionalis, qui desideratur.* Quando sinus totus primum obtinet locum in regula proportionum, & alij numeri sunt sinus; quo pacto fiat prosthaphæresis.

ATQVE hæc est regula supradicti auctoris, quæ sic demonstrabitur. In prima harum figurarum [a] est, vt sinus totus EG, ad GK, sinum arcus GD, ita Ei, sinus arcus ID, vel HM, ad quæsitum sinum iL. Et quia minor arcus GD, æqualis est ipsi DG, complemento maioris arcus ID, (vel si forte GD, maior esset, & ID, minor; minor ID, æqualis est ipsi DI, complemento maioris arcus GD,) fit vt PQ, [b] quæ semissis est sinus MP, arcus MD, *a 4. sexti.* *b 2. sexti.*



conflati ex DG, minore arcu, & GM, cõplemẽto maioris HM, [c] æqualis sit sinui quarto q̃sito iL. Quod si forte arcus GD, sit maior, & ID, minor, erit nihilominus MP, sinus arcus MB, cõflati tũc ex HM, minore, & HB, cõplemẽto maioris GD. *c 34. primi.*

IN secunda autem, & tertia figura [d] est quoque, vt sinus totus EG, ad GK, sinum arcus GD, ita Ei, sinus arcus IN, vel HM, ad quæsitum sinum iL. Et quia in secunda figura minor arcus GD, minor est ipso GN, comple- *d 4. sexti.*

mento maioris arcus IN, ( vel si forte GD, maior esset, & IN, minor; minor IN, minor est ipso ID, complemento maioris arcus GD ) sit, vt detracto sinu RP, differentiæ DN, hoc est, dempta ME, ipsi RP, æquali, ex MP, sinu arcus MD, conflati ex DG, minore arcu, & GM, complemento maioris HM, recta
a 2. sexti. PQ, quæ semissis est relicti EP, [a] cum totius MR, tota QR, semissis sit, [b] æqua-
b 34 primi. lis sit sinui quæsito i L. Quod si forte arcus GD, sit maior, & IN, minor, erit nihilominus MP, sinus arcus MB, conflati ex minore tunc arcu MH, & HB, complemento maioris arcus GD.

AT in tertia figura quia minor arcus IN, maior est ipso ID, complemento maioris arcus GD, (vel si forte GD, minor foret, & IN, maior; minor GD, excedit ipsum GN, complementum maioris arcus IN, ) fit, vt addito siuu RP, differentiæ DN. hoc est, addita ME, æquali ipsi KP, ad MP, sinum arcus MB, conflati ex minore arcu HM, & ex HB, complemento maioris; recta PQ, quæ semissis est
c 2. sexti. totius rectæ compositæ EP, [c] cum ipsius MR, semissis sit QR, [d] æqualis sit sinui
d 34. primi. quęsito i L. Quod si forte arcus GD, minor sit, & IN, maior, erit nihilominus MP, sinus arcus MD, conflati tunc ex minore arcu GD, & GM, complemento maioris HM.

QVOD si sepositi duo arcus fuerint æquales, accipiendum est alterutrius complementum; & alter pro minore assumendus.

Quando sinus totus primum locum obtinet in regula proportionum, & alij numeri non sunt sinus vel partim sinus, partim alij numeri, quo pacto prosthaphęsis fiat.

2. *IAM vero obtinente sinu toto primum locum in regula proportionum, quando alij duo numeri non sunt sinus, accipiendi sunt illorum numerorũ, instar sinuum, arcus ex tabula sinuum, & seorsum seponendi. Deinde regula supradicta adhibenda. Idem faciendum est, quando sinus complementi alicuius arcus vsurpatur. Tunc enim non seponendus est ille arcus, sed loco illius assumendus, qui illi sinui, quatenus rectus est, respondet. Denique quandocunque secundus numerus, ac tertius non sunt sinus, vel alter eorum sinus, & alter non, accipiendus est arcus cuilibet numero, tanquam sinui, respondens: ita tamen, vt quando numerus sinu toto maior est, abijciantur à parte dextra tot figuræ, quot satis sunt, vt reliquus numerus minor fiat sinu toto; & ad inuẽtũ quartũ numerũ per prosthaphæresim, siue is sinus sit, siue Tangens, siue Secãs, siue aliquis alius numerus, adijciantur ad partem dextram tot ziphræ, quot figuræ abiectæ fuerunt. Nam quando vna figura abijcitur, sumitur pars decima numeri; quando duæ, centesima: atque ita inuenitur quoque sola pars decima, aut centesima quarti numeri. Quare multiplicanda est pars illa inuenta per 10. vel 100. quod fit per appositionem 0. vel 00. vt totus numerus habeatur. Sed rem hanc totam nonnullis exemplis planiorem faciamus.*

SIT verbi gratia, inuestiganda declinatio grad. 17. min. 45. ♊. Quoniam est, vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, ita sinus distantiæ dati puncti Eclipticæ à viciniori puncto æquinoctij ad sinum declinationis eiusdem dati pũcti, vt in lemmate 18. demõstrauimus, sic stabit exemplũ ad prosthaphæresim.

| | G. | M. | | G. | M. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus max. decl.* | *23.* | *30.* | *Compl. maioris* | *12.* | *15.* | *Minor numerus maior est quã* |
| *Distãtia ab æquin.* | *77.* | *45.* | *Minor* | *23.* | *30.* | *compl. ideo fiet additio.* |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Summa complem. & minoris.* | *35. 45.* | *sinus.* | *5842497.* |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | *11. 15.* | *sinus.* | *1950903.* |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Sinui inuento* | *3896700.* | *Summa sinuum* | *7793400.* |
| *Respondet declinatio G. 22. M. 56.* | | *Semissis, vel sin. declin.* | *3896700.* |

RVRSVS

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

RVRSVS sit inquirenda differentia ascensionalis grad. 6. ♊, ad altitudinem poli grad. 42. Quoniam est, vt sinus totus ad tangentem declinationis, ita tangens altitudinis poli ad sinum differentiæ ascensionalis, vt in lemmate 49. Num. 17. demonstrauimus; ita progrediemur. Declinatio grad. 6. ♊, est grad. 21. Min. 22. eius tangens 3912247. at tangens grad. 42. altitudinis poli 9004040. Priori tangenti in tabula sinuum respondent grad. 23. min. 2. Posteriori vero grad. 64. min. 13. atque hi duo arcus pro datis accipiendi sunt loco declinationis, & altitudinis poli. Sic ergo stabit exemplum.

| | G. | M. | | G. M. | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus* | 23. | 2. | *Compl. maioris.* | 25. 47. | *Minor numerus minor est complemento, ideo fiet subtractio.* |
| *dati* | 64. | 13. | *Minor.* | 23. 2. | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Summa complementi & minoris.* | 48. 49. | *Sinus.* | 7526065. |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | 2. 45. | *Sinus.* | 479781. |
| *Relictum* | | | 7046284. |
| *Semissis, vel sinus diff. ascens.* | | | 3523142. |

Sinui inuento 3523142. respondet differentia ascensionalis grad. 20. min. 38. hoc est, Hor. 1. Min. 23. Additis ergo horis 6. cōtinebit arcus semidiurnus Hor. 7. Min. 23. Et eadem differ. ex ascensione recta grad. 64. min. 6. (quæ gradui 6. ♊, debetur) ablata relinquit ascensionem obliquam grad. 43. min. 28.

SIT rursus inuestiganda differ. ascens. grad. 6. ♊, ad eleuationem poli grad. 60. Tangens declinationis est, vt prius, 3912247. cui in sinubus respondēt grad. 23. min. 2. Tangens vero grad. 60. altitudinis poli est 17320508. cui in sinubus (abiecta vltima figura 8. pro qua reliquo numero addi potest 1. cum $\frac{8}{10}$ superent $\frac{1}{2}$) respondent grad. 9. min. 58. Sic ergo stabit exemplum.

| | G. | M. | | G. | M. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus* | 23. | 2. | *Compl. maioris.* | 66. | 58. | *Minor numerus minor est complemento, ideo fiet subtractio.* |
| *dati.* | 9. | 58. | *Minor* | 9. | 58. | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Summa compl. & minoris,* | 76. 56. | *Sinus.* | 9741076. |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | 57. 0. | *Sinus.* | 8386706. |
| *Relictum.* | | | 1354370. |
| *Semissis, vel sinus diff. ascens.* | | | 677185. |

Sinui inuento 6771850. (Nam propter figuram 8. abiectam addenda est 0.) respondet differentia ascens. grad. 42. min. 38. hoc est, Hor. 2. min. 51. Eademq; diff. ex

dist. ex ascensione recta grad.64.min.6. ( quæ gradui 6. ♊, debetur ) ablata relinquit ascensionem obliquam grad. 21. min. 28.

SIT præterea exploráda altitudo Solis in principio ♒. hora 4. post merid. vel hor.8. post med.noct. ad altitudiné poli grad.42. Quoniá, vt lib. 1. Gnomonices propos. 36. demonstrauimus, est vt sinus totus ad sinũ versum distantiæ Solis à mer. ita medietas rectæ conflatæ ex sinu altitudinis meridianæ, & sinu depressionis meridianæ ad differentiam inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis quæsitæ, ita agemus. Sinus versus distantiæ Solis à mer. est 5000000. cui in sinubus respondent grad. 30. min. 0. Sinus altitudinis meridianæ grad. 71.min.30. est 9483237. Depressionis grad. 24.min. 30. sinus est 4146932. Medietas summæ ipsorum $6815084\frac{1}{2}$. cui in sinubus respondent grad.42.min.58. Sic ergo stabit exemplum.

| | G. M. | | G. M. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus dati.* | *30. 0.* | *Compl. maioris.* | *47. 2.* | *Minor numerus minor est complemento, ideo fiet subtractio.* | |
| | *42.58.* | *Minor.* | *30. 0.* | | |
| *Summa compl, & minoris* | | | *77. 2.* | *Sinus.* | *9745008.* |
| *Diff. inter compl. & minorem* | | | *17. 2.* | *Sinus,* | *2929280.* |
| | | | *Relictum* | | *6815728.* |
| *Semissis, vel diff. inter sin. alt. mer. & sin, alt. quæsitæ.* | | | | | *3407864.* |

Detracto numero inuento 3407864. qui est diff. inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum quæsitæ altit. merid. 9483237. relinquitur sinus altitudinis quæsitæ 6075373. cui respondent grad. 37. min. 25. Tanta est altitudo Solis.

Quando sinus totus est in principio regulæ aureæ, sed vel tertius, vel secundus nnmerus est minor sinu toto, quo pacto aliter prosthaphæresis fiat.

*3. QVANDO sinut totus est ad aliquem numerũ sinu toto minorem, vt numerus sinu toto maior ad aliud, institui quoq; potest operatio hoc modo. Numerus hic tertius maior sinu toto diuidatur per sinũ totũ, eritque Quotiens numerus reliquus, si septẽ figuræ ad dexteram abijciantur, & septem figuræ abiectæ dabunt diuisionis residuum. Fiat ergo, vt sinus totus ad datum numerũ minorem, ita residuum diuisionis ad aliud: quod per prostaphæresim fiet, si numeri minoris, & residui, tanquam si sinus essent, arcus ex tabula sinuum accipiantur, &c. Ad inuentum quartum numerum adijciatur minor datus per Quotientem superioris diuisionis multiplicatus, vt totus quartus numerus quæsitus prodeat.*

EXEMPLI gratia. Sit inuenienda differentia ascensionalis gra.6. ♊, ad altitudinem poli grad, 50. Quoniam est, vt sinus totus ad 3912247. tangentem declinationis ita 11917537. tangens datæ altitudinis poli ad sinum differentiæ ascensionalis: vides secundum numerum minorem esse sinu toto, tertium vero maiorem, quo diuiso per 10000000. sinum totum, quotiens est 1. & residuum 1917537.. Cum minore ergo illo numero, & hoc residuo, ex tabula sinuum excerpe hos arcus: Grad. 23. min 2. & Grad. 11. Min. 3, Sic ergo stabit exemplum.

*Arcus*

| | G. M. | | G. M. | |
|---|---|---|---|---|
| *Arcus dati* | 23. 2. | *Compl. maioris* | 66.58. | *Minor numerus cõplemento minor* |
| | 11. 3. | *Minor.* | 11. 3. | *est, ideo facienda erit subtractio.* |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Summa compl. & minoris numeri.* | 78. 1. | *Sinus* | 9782080. |
| *Diff. inter compl. & minorem num.* | 55.55. | *Sinus* | 8282234. |

| | |
|---|---|
| *Relictum.* | 1499846. |
| *Semissis, vel quartus numerus inuentus.* | 749923. |

Huic semissi si addatur minor numerus 3912247. semel, quia Quotiens superior fuit 1. conflabitur sinus diff. ascens. 4662170. cui debetur arcus diff. ascens. grad. 27. min. 47. hoc est, Hor. 1. Min. 51. Additis ergo horis 6. fiet arcus semidiurnus Hor. 7. Min. 51. Eadem autem diff. ex ascensione recta grad. 6. ♒, quæ complectitur grad. 64. min. 6. ablata relinquit ascensionem obliquã grad. 36. min. 19. ad altitudinem poli grad. 50.

HVIVS regulæ demonstratio ex superiorioribus figuris elicitur. Posito enim sinu toto Ei, quoniam est, vt Ei, sinus totus ad i L, minorem numerum, ita EG, maior numerus ad GK; si ex EG, dematur sinus totus E i, erit quoque, vt sinus totus E i, ad i L, ita iG, residuum ad G I, numerum, ad quem si adiiciatur minor iL, vel IK, conflabitur totus quartus numerus quæsitus GK. Et si sæpius detractus fuisset sinus totus E i, vt relinqueretur i G, minor sinu toto, adiici debuisset minor i L, toties, quoties abiectus fuisset sinus totus, cum cuilibet sinui toti respondeat recta æqualis ipsi i L, quemadmodum i L, sinui toti Ei, respondet.

EADEM ratio est, quando secundus numerus maior est sinu toto, & tertius minor. Nam si est, vt sinus totus ad numerum maiorem, ita numerus minor ad quartum quæsitum; erit quoque permutando, vt sinus totus ad minorem, ita maior ad quartum: atque ita rursum obtinebit maior tertium locum in regula.

SED quando vterque numerus maior est sinu toto, tenenda est superior regula Num. 2. explicata, hoc est, abiicienda vna, aut altera figura ex vtroque ad dexteram, vt minores numeri habeantur: Ad inuentum tamen numerũ quartum apponendæ erunt tot ziphræ, quot figuræ abiectæ fuerunt, vt supra Num. 2. diximus.

ATQVE hoc quidem modo prosthaphæresis fit, sinu toto primum locum in proportionum regula obtinente: doceamus iam, quo pacto eadem prosthaphæresis instituenda sit, quando sinus totus in secundo vel tertio loco dictæ regulæ collocatus est. Sic ergo agemus.

Quando sinus totus secundum, vel tertium locum regulæ aureæ occupat, quo pacto prosthaphæresis fiat.

4. *QVANDO primus numerus maior est secundo, vel tertio, tamen minor sinu toto, fiat vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui minori numero in tabula sinuum, tanquam sinui respondet, ita minor numerus ad aliud: hoc est, duo arcus, qui illi secanti, & minori numero in sinuum tabula debentur, seponantur, tanquam dati, & cætera fiant, vt in prosthaphæresi dictum est. Quod si primus numerus maior, maior etiam sit sinu toto, agendum erit, vt paulo infra Num. 6. dicemus.*

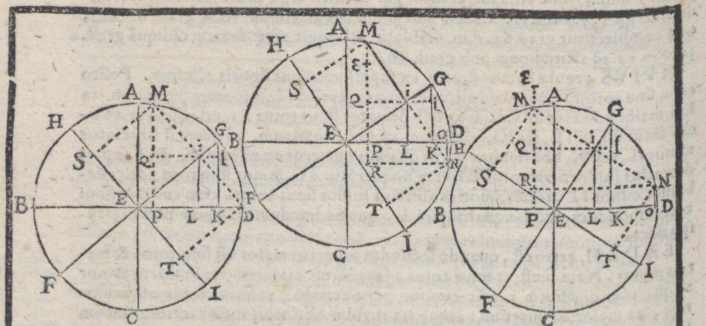
Quando primus numerus est maior, sed minor sinu toto.

5. *QVANDO autem primus numerus minor est, & minor sinu toto, tunc si quidem maior minor est sinu toto, fiat vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui*

Quando primus numerus minor est, & minor etiã sinu toto.

*cus, qui minori numero, tanquam sinui, in tabula sinuum respondet, ita maior numerus ad aliud: hoc est, duo arcus, qui illi Secanti, & maiori numero in sinubus respondent, seponantur, vt dati, & cætera fiant, quæ in regula prosthaphæresis Num. 1. & 2. præcepimus. Si vero maior numerus maior est sinu toto, detrahatur ex eo minor aliquoties, donec numerus reliquus sinu toto minor sit, vel si mauis, detrahe minorem, quoties fieri potest: Et fiat rursum, vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui minori dato numero, tanquam sinui, respondet, ita reliquus numerus maioris ad aliud, vt dictum est; inuentoque quarto numero adijciatur sinus totus toties, quoties minor numerus ex maiore ablatus est, vt totus quartus numerus quæsitus conficiatur.*

6. DVPLEX hoc præceptum ex eisdem figuris superioribus demonstrabitur hoc modo. Quoniam si est, vt GK, ad EG, sinum totum, ita minor numerus i L, ad E i, erit vt GK, sinus totus ad EG, secantem anguli G, qui complementum est anguli E, cuius GK, sinus est, (nam posito sinu toto GK, erit EG,




secans anguli G, & EK, tangens, vt in tractatu Tangentium & Secantium diximus) ita i L, ad E i. Atque ita demonstratum est primum præceptum, si tamen primus numerus maior, minor sit sinu toto, vt per ipsum, veluti sinum,) angulus E, in tabula sinuum possit accipi, ac proinde eius complementum G, haberi.

Quando primus numerus est maior, & maior etiã sinu toto.

*NAM si primus numerus maior maior fuerit sinu toto, accipiẽda erit eius pars decima, vel cẽtesima, &c. quod fit per ablationẽ vnius figuræ ad dexterã, vel duarũ, &c. sed ex numero inuento sumenda deinde est pars etiam decima, vel centesima, &c. pro quarto numero quæsito: nisi forte eadem pars decima, vel centesima, &c. minoris numeri accepta sit. Tunc enim numerus inuentus esset quartus quæsitus: quod ita se habeat pars qualibet primi numeri ad secundum, vt eadẽ pars tertij ad quartum. Ex quo fit, si ex tertio numero, hoc est, ex minore, sumpta non sit decima, vel cẽtesima pars, &c. numerum inuentum esse decies, centiesue, &c. maiorem, quam esse debeat, ideoq; eius partem decimam, centesimamue, &c. accipiendam esse pro quarto numero, vt diximus.*

7. DEINDE si sit vt i L, ad E i, sinum totum, (posito sinu toto E i,) ita maior numerus GK, ad EG; erit vt i L, sinus totus ad E i, secantem anguli i, qui complementum est anguli E, quem numerus minor i L, vt sinus, offert, ita GK, ad

EG. Si

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

EG. Si igitur maior numerus GK, minor fuerit ſinu toto E i, vt per eum, veluti ſinum, arcus reſpondens in tabula ſinuum, accipi poſsit, recte ſe res habet. Si autẽ GK, maior fuerit ſinu toto E i, vt in tertia figura, detrahẽdus ex eo eſt minor i L, ſemel, bis, terue, &c. donec relinquatur numerus G l, minor ſinu toto: Et ad inuentum numerum G i, adiiciendus eſt ſinus totus E i, toties, quoties i L, ex GK, ſubtractus fuit, vt totus quartus numerus quæſitus EG, componatur.

*Si primus etiam numerus minor, maior ſit ſinu toto, auferendæ ſunt ex primo, & altero aliquot figuræ vltimæ, vt numeri relinquantur ſinu toto minores: Et ſi quidem reliquus maioris numeri minor fuerit reliquo minoris primi numeri, ſeruetur regulæ Num. 4. explicata: Si vero maior, prior pars regulæ Num. 5. expoſitæ. Ad quartum deinde numerum eo modo inuentum apponantur tot ziphræ, quot figuræ ex maiore numero fuerunt ablatæ; quia propter vnam figuram ablatam inuenitur tantum eius pars decima, & propter duas, pars centeſima, &c. Vnde per appoſitionem 0, vel 00. &c. multiplicandus erit nnmerus inuentus per 10. aut 100. &c. vt totus quartus numerus prodeat. Ex hoc vero iterum auferendæ erunt tot ziphræ, quot figuræ ex minore numero, quæ primum locum obtinet in regula, ſunt ablatæ: quia propter vnam figuram ablatam inuenitur numerus decies maior; propter duas, centies, &c. propterea quod diuiſio fit per decies, aut centies, &c. minorem numerum. Quare per ablationẽ 0. vel 00. &c. diuidẽdus erit numerus per 10. vel 100. &c. vt verus quartus numerus habeatur. Quod ſi ab initio tot figuræ demptæ ſint ex primo minore, quot ex dato maiore, ad quartum primo loco inuentum neque addendum eſt aliquid, neque ex eo auferendum.*

Quando primus numerus minor maior eſt ſinu toto.

EXEMPLI gratia. Sit inueſtiganda latitudo ortiua principij ♋, ad eleuationem poli grad. 42. Quoniam igitur eſt, vt ſinus complementi altitudinis poli 7431448. ad ſinũ declinationis puncti Eclipticæ 3987491. ita ſinus totus ad ſinum latitudinis ortiuæ, vt lib. 1. Gnomonices propoſ. 34. demonſtrauimus, ita procedemus. Cum primus numerus maior ſit ſecundo, minor tamen ſinu toto, accipiemus ex tabula ſinuum arcum grad. 48. maiori numero reſpondentem, hoc eſt, ipſum complementum altitudinis poli, & ſecantem complementi huius arcus 13456326. cui (abiecta vltima figura 6.) in tabula ſinuum reſpondet arcus grad. 7. min. 44. Minori autem numero 3987491. reſpondet declinatio grad. 23. min. 30. Sic ergo ſtabit exemplum.

Exemplum quãdo primus numerus maior eſt, minor tamen ſinu toto.

| | G. | M. | | G. | M. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus dati.* | 7. | 44. | *Compl. maioris.* | 66. | 30. | *Minor numerus minor eſt complemento, ideo fiet ſubtractio.* |
| | 23. | 30. | *Minor* | 7. | 44. | |
| | | | *Summa compl. & minoris,* | 74. | 14 | *Sinus.* 9623762. |
| | | | *Diff. inter compl. & minorem.* | 58. | 46. | *Sinus.* 8520628. |
| | | | *Relictum.* | | | 1073134. |
| | | | *Semiſsis, vel quartus numerus inuentus.* | | | 536567. |

Huic ſemiſsi apponatur 0, propter figurã abiectam ex ſecante, fiet ſinus latitudinis ortiuæ 5365670. cui reſpondent grad. 32. min. 27. pro latitudine ortiua. Nam quarti numeri per appoſitionem ziphræ inuenti 5365670. non eſt accipienda pars decima, vel centeſima, quia primus numerus maior 7431448. minor eſt ſinu toto.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*Exemplum quãdo primus numerus maior est, & maior etiam sinu toto, sed alter minor.*

RVRSVS in triangulo sphærico rectangulo, cuius vnus angulorũ nõ rectorum contineat grad. 50. & arcus oppositus circa angulum rectum grad. 20. inuestigandus sit alter arcus circa angulum rectum, si modo constet species alterius anguli non recti. Quoniam per propos. 44 nostrorum triang. sphær. est, vt 11917537. tangens anguli dati grad. 50. ad 3639702. tangẽtem dati arcus grad. 20. ita sinus totus ad sinum alterius arcus circa rectum angulum; sic agemus. Cum primus numerus sit maior sinu toto, & alter minor; reijciemus ex illo figuram vltimam 7. vt habeamus numerum 1191753. sinu toto minorem, cui respondet in tabula sinuum arcus grad. 6. min. 51. Huius complementi secans, est 83843097. Abiecta vltima figura 7. reliquo numero in tabula sinuum respondet arcus grad. 56. min. 58. Minori numero, vt sinui, respondent grad. 21. min. 21. Itaque duo arcus prosthaphæresis sunt grad. 56. min. 58. & grad. 21. min. 21. Et sic stabit exemplum.

| | G. M. | | G. M. | |
|---|---|---|---|---|
| *Arcus* | *56. 58.* | *Compl. maioris.* | *33. 2.* | *Minor subtrahi potest à compl.* |
| *dati.* | *21. 21.* | *Minor.* | *21. 21.* | *ideo fiet subtractio.* |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Summæ complem. & minoris.* | *54. 23.* | *Sinus.* | *8129314.* |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | *11. 41.* | *Sinus.* | *2025025.* |
| | | *Relictum.* | *6104289.* |
| *Semissis, vel quartus numerus inuentus.* | | | *3052145.* |

Huic quarto numero addenda est 0. propter figuram ex secante abiectam, vt habeatur totus quartus numerus 30521450. cuius pars decima 3052145. erit sinus arcus quæsiti, propter figuram ex primo numero abiectam. Arcus ergo quæsitus erit grad. 17. min. 46. paulo amplius, si constet eum debere esse quadrante minorem.

*Exemplum quãdo & maior primus numerus, & alter minor, maior est sinu toto.*

ITEM in eodem triangulo, posito angulo grad. 50. & arcu opposito grad. 48. inuestigandus sit rursum alter arcus circa rectum angulum. Tangens anguli est, vt prius 11917537. Et tangens arcus est 17106124. Vbi tam primus maior, quàm alter minor, maior est sinu toto. Reiecta ergo ex vtroque vltima figura, cum reliquo primi reperiemus arcum grad. 6. min. 51. Huius complementi secans est 83843097, Abiecta vltima figura, reliquo numero, vt sinui, debetur arcus grad. 56. min. 58. qui est vnus arcuum, qui requiruntur. Reliquo numero secundi minoris, vt sinui, debetur arcus grad. 6. min. 23. qui est alter requisitus. Sic ergo stabit exemplum.

| | G. M. | | G. M. | |
|---|---|---|---|---|
| *Arcus* | 56.58. | *Compl. maioris* | 33. 2. | *Minor subtrahi potest, idcirco facienda est subtractio.* |
| *dati* | 6.23. | *Minor.* | 6. 23. | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Summa compl. & minoris.* | 39.25. | *Sinus* | 6349553. |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | 26.39. | *Sinus* | 4485392. |

| | |
|---|---|
| *Relictum.* | 1864161. |
| *Semissis, siue quartus numerus inuentus.* | 932081. |

Huic quarto numero apponenda est o. propter figuram ex secante abiectam, vt totus quartus numerus prodeat 9320810. hoc est, sinus quæsiti arcus. Hic enim nihil demendum est, cum & ex primo maiore, & secundo minore abiecta sit vna figura. Igitur arcus quæsitus erit grad, 68. min. 46. fere, si constet, eum debere esse minorem quadrante.

Exemplum quãdo primus numerus est minor, & alter maior, sed minor sinu toto.

RVRSVS sit inuestigandus arcus semidiurnus in principio ♋. ad eleuationem poli grad. 42. Quoniam, vt in scholio propos. 35. lib. 1. Gnomonices ostendimus, sic se habet medietas aggregati ex sinu altitudinis meridianæ, & ex sinu depressionis meridianæ ad sinum altitudinis merid. vt sinus totus ad sinum versum arcus semidiurni. Est autem prædicta medietas 6815085. sinus vero altitudinis meridianæ 9483237. vbi vides, primum numerum esse minorem secundo, & hunc minorem sinu toto. Minori, qui primus est, vt sinui, debentur grad. 42. min. 58. secans complementi huius arcus est 14671946. cui, abiecta vltima figura, respondet arcus in sinubus grad. 8. min. 26. qui est vnus ex requisitis. Maiori numero, vt sinui, congruit arcus grad. 71. min. 30. qui est alter requisitus. Sic ergo stabit exemplum.

| | G. M. | | G. M. | |
|---|---|---|---|---|
| *Arcus* | 8. 26. | *Compl. maioris.* | 18. 30. | *Minor deficit à compl. ideo facienda est subtractio.* |
| *dati.* | 71.30. | *Minor.* | 8. 26. | |

| | G. M. | | |
|---|---|---|---|
| *Summa compl. & minoris* | 26.56. | *Sinus.* | 4529535. |
| *Diff. inter compl. & minorem* | 10. 4. | *Sinus,* | 1747939. |

| | |
|---|---|
| *Relictum* | 2781596. |
| *Semissis, vel quartus numerus inuentus.* | 1390798. |

Quarto huic numero apponatur o. propter figuram ex secante abiectam, vt fiat totus sinus versus 13907980. cui debentur grad. 113. paulo amplius, hoc est, Hor. 7. min. 32. pro arcu semidiurno.

Exemplum quãdo primus numerus minor est sinu toto, sed alter maior.

PRAETEREA in triangulo sphærico ex lateribus circa angulum rectum, quæ sint grad. 30. grad. 50 inquirendus sit angulus posteriori lateri oppositus. Quoniam enim est, vt 5000000. sinus grad. 30. ad sinum totum, ita 11917537. tangens grad. 50. ad tangentem quæsiti anguli, vt in scholio propos. 44.

pos. 44. triang. sphær. demonstrauimus; vides primum numerum esse sinu toto minorem, alterum vero maiorem. Minor bis detractus ex maiore relinquit 1917537. Fiat ergo vt sinus totus ad 20000000. secantem complementi anguli, qui minori numero dato, vt sinui, congruit, ita reliquus numerus maioris ad aliud. Secanti, abiecta vltima figura, respondent in sinubus grad. *11.* min. *32.* qui est vnus ex arcubus requisitis. Reliquo numero maioris, vt sinui, congruunt grad. *11.* min. 3. pro altero arcu requisito. Sic ergo stabit exemplum.

| | G. | M. | | G. M. | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus* | *11.* | *32.* | *Compl. maioris.* | *78. 28.* | *Minor à compl. deficit, idcirco* |
| *dati* | *11.* | *3.* | *Minor.* | *11. 3.* | *fiet subtractio.* |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Summa complementi & minoris.* | *89. 31.* | *Sinus.* | *9999644.* |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | *67. 25.* | *Siuns.* | *9233220.* |

| | |
|---|---|
| *Relictum* | *766424.* |
| *Semissis, siue quartus numerus inuentus.* | *383212.* |

Huic numero quarto apponatur 0. propter figuram ex secante abiectam, & toti numero 3832120. addatur sinus totus bis, quod bis minor numerus ex maiore fuerit subtractus, fietq; tangens anguli quæsiti *23832120.* Est ergo angulus grad. *67.* min. 14 paulo amplius. Si minorem numerum 5000000. ex maiore *11917537.* semel tantummodo detraxisses, relictus quoque fuisset numerus minor sinu toto, cum quo eundem angulum reperisses.

Exemplum, quãdo primus numerus minor est, sed sinu toto maior.

DENIQVE in triangulo sphærico rectangulo ex arcu circa angulum rectum grad. 50. & arcu, qui recto angulo opponitur, grad. 60. inuestigandus sit angulus à dictis arcubus comprehensus. Quoniam per propos. 45. triang. sphær. ita se habet tangens arcus recto angulo oppositi, ad tangentem arcus circa angulum rectum, vt sinus totus ad sinum complementi anguli quæsiti: Et per propos. *18.* sinuum, ita est secans anguli quæsiti ad sinum totum, vt sinus totus ad sinum complementi eiusdem anguli; erit quoque, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem arcus circa angulũ rectum, ita secans quæsiti anguli ad sinum totum. Et conuertendo, *11917537.* tangens arcus circa rectum angulum grad. 50. ad *17320508.* tangentem arcus angulo recto oppositi grad. *60.* ita sinus totus ad secantem anguli quęsiti. Habemus ergo primum numerum minorem quidem, sed maiorem sinu toto. Ablata ergo vltima figura *7.* reliquo numero respondent in sinubus grad. 6. min. *51.* Secans complementi huius arcus est 83843097. Abiecta vltima figura, reliquo numero, vt sinui, debentur grad. 56. min. 58. qui est ex requisitis vnus. Alter vero sic reperietur. Abiecta vltima figura ex maiore numero, remanet numerus *1732051.* minor sinu toto, sed maior reliquo numero minoris, ideoq; prior pars regulæ Num. 5. expositæ adhibenda. Arcus ergo alter requisitus erit grad. *9.* min. *58.* congruens numero *1732051.* Sic igitur stabit exemplum.

*Arcus*

| | G. | M. | | G. | M. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus dati.* | 56. | 58. | *Compl. maioris.* | 33. | 2. | *Fieri debet subtractio, cum* |
| | 9. | 58. | *Minor.* | 9. | 58. | *minor detrahi posit à cõpl.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Summa compl. & minoris* | 43. | 0. | *sinus.* | 6819984. |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | 23. | 4. | *sinus.* | 3918020. |

| | |
|---|---|
| *Relictum.* | 2901964. |
| *Semissis, siue quartus inuentus numerus* | 1450982. |

Huic quarto numero apponatur o. propter figuram ex secante abiectam, vt totus quartus numerus fiat 14509820. Propter abiectionem vero vnius figuræ ex vtroque numero factam nihil fit, cum ex vtroque ablatæ sint figuræ numero pares, nimirum vna. Secanti autem inuentæ congruunt grad. 46. min. 26. pro angulo quæsito, & paulo plus.

8. QVANDO *sinus totus neque in principio, neque in medio regulæ proportionum reperitur, reducendi erunt primi duo numeri ad alios duos per prosthaphæresim, quorum primus sit sinus totus, hac ratione. Fiat, vt primus numerus ad sinum totum, ita secundus ad aliud, per prosthaphæresim Num. 4. 5. & 6. declaratam. Tunc enim erit quoque sinus totus ad numerum inuentum, vt tertius ad inueniendum, atque ita vsurpanda erit prosthaphæresis Num. 1. & 2. explicata.*

Quando sinus totus in regula aurea non reperitur, quo pacto prosthaphæresis fiat.

CAETERVM prosthaphæresis, quamuis demonstrationibus Geometricis nitatur, vt ostendimus, accurata tamen & exquisita esse non potest, nisi quando per solos sinus operatio fit, & sinus totus in principio regulæ ponitur, vt Num. 1. expositum fuit. Nam quando adhibentur alij numeri præter sinus, non paruus error committi potest, propterea quòd raro eiusmodi numeri in tabula sinuum præcise reperiuntur, vt arcus illi congruentes accipi possint sine errore. Quocirca vt exquisitius res per prosthaphæresim fiat, adhibenda erit semper pars proportionalis, vt in explicatione, atque vsu tabulæ sinuum exposuimus, hoc est, cum numero, qui in tabula sinuum non præcise reperitur, excerpendus arcus cum gradibus, minutis, & secundis: quod fiet, si differentia capiatur inter sinum proxime minorem dato numero, & proxime maiorem, & differentia inter eundem sinum proxime minorem, & datum numerum, atque dicatur. Si prior differentia requirit secunda 60 (Nam inter duo proxima minuta interiiciuntur 60. secunda.) posterior quot secunda postulat? atque hęc secunda inuenta arcui, qui minori sinui assumpto congruit, addenda erunt. Eodem modo, si cum gradibus, minutis, & secundis excerpendus sit sinus, sumenda erit differentia inter sinum gradibus, ac minutis respondentem, & sinum proxime maiorem, atque dicendum. Si 60. secunda postulant tantam differentiam, quantam proposita secunda requirunt? atque differentia inuenta sinui proxime minori assumpto adiicienda erit. Idem faciendum est in tabula Tangentium, secantiumque, quando id res exiget. Sed facilius in sinuum tabula pars proportionalis eruitur eo modo, quem paulo post explicabimus, per vnicam videlicet vel multiplicationem, vel diuisionem, eamque per exiguos numeros. Non debet autem molesta videri partis proportionalis inuentio in prosthaphæresi, cum ea fiat per exiguas multiplicationes, diuisionesq; cum prosthaphæresis autem longis, ac permolestis multiplicationibus, diuisionibusque nos liberat. Quod si quis malit operari per sinuum, aliorumq; numerorum multiplicationem, ac diuisionem, quàm per prosthaphę-

Prosthaphæresis quando accurata fit, & quo pacto fieri possit accuratior per partis proportionalis inuentionem.

resim

resim cum parte proportionali, id ei per nos licebit. Non enim negamus, quin res interdum citius absoluatur sine prosthaphæresi, propter partes proportionales, quæ opus aliquantum retardant: sed tamen fatemur etiam, minorem esse molestiam in prosthaphæresi, quàm in tam lõgis ac difficilibus numerorum multiplicationibus, diuisionibusq; præsertim quia in sinuum tabula sine vllo fere labore pars proportionalis eruitur eo modo, quem post tabulam sinuum paulo post exponemus. Sed ponamus exemplum aliquod, vbi prosthaphæresis cum proportionali parte absoluatur.

Exemplum prosthaphæresis cum parte proportionali.

SIT ergo, vt in postremo exemplo, inuestigandus rursum angulus ab arcu, qui recto angulo opponitur, & ab arcu circa rectum angulum comprehensus, quorum ille sit grad. 60. & hic grad. 50. Et quia, vt dictum est, ita se habet 11917537. tangens arcus grad. 50. ad 17320508. tangentem arcus grad. 60. vt sinus totus ad secantem quæsiti anguli: si abiiciantur vltimæ figuræ 7. & 8. pro quibus vnitates assumantur, quod tam $\frac{7}{10}$ quam $\frac{8}{10}$ semissem superẽt, habebuntur numeri sinu toto minores 1191754. & 1732051. in eadem fere proportione. Fiat ergo, vt sinus totus ad secantem complementi anguli, qui sinui 1191754. debetur, ita sinus 1732051. ad aliud, veluti in prima parte regulæ Num. 5. explicatæ traditum est. Cum priori sinu inuenitur arcus grad. 6. min. 50. Sec. 40 cuius complementi secans est 83910940. Cui, abiecta vltima figura, vt sinui, congruit arcus grad. 57. min. 2. sec. 46. atque hic est vnus ex arcubus requisitis. Alter arcus posteriori numero debitus est grad. 9. min. 58. sec 27. Sic ergo stabit exemplum.

| | G. | M. | S. | | G. | M. | S. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Arcus* | 57. | 2. | 46. | *Compl. maioris.* | 32. | 57. | 14. | *Minor est minor quam* |
| *dati* | 9. | 58. | 27. | *Minor.* | 9. | 58. | 27. | *cõpl. ideo fiet subtractio.* |

| | G. | M. | S. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Summa compl. & minoris* | 42. | 55. | 41. | *sinus* | 6810795. |
| *Diff. inter compl. & minorem.* | 22. | 58. | 47. | *sinus* | 3904053. |
| *Relictum.* | | | | | 2906742. |
| *semissis, siue quartus numerus.* | | | | | 1453371. |

Apposita figura o. ad quartum numerum inuentum, propter figuram ex secante abiectam, fiet tota secans 14533710. cui respondet arcus grad. 46. min. 31. p angulo quæsito, qui à superiori minutis ferme 5 differt; vbi vides, quã ti intersit, adhibere partes pportionales. In aliis exẽplis negleximus dedita opera partes proportionales, tum quia in illis tantus error non apparet, tum vero maxime, vt regulæ prosthaphæresis clarius explicarentur. Sed proponamus iam sinuũ tabulam emendatam, (quæ enim circumferuntur, erroribus non carent) cum numeris quibusdam interiectis, beneficio quorum pars proportionalis nullo fere negotio inueniri possit.

TABVLA

# T A B V L A.

## SINVVM

Emendata, vnà cum partibus proportionalibus, quæ singulis secundis graduum congruunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0000 | 48.5 | 174524 | 48.5 | 348995 | 48.4 | 523360 | 48.4 | 697565 | 48.4 | 60 |
| 1 | 2909 | | 177433 | | 351902 | | 526265 | | 700467 | | 59 |
| 2 | 5818 | | 180341 | | 354809 | | 529170 | | 703369 | | 58 |
| 3 | 8727 | | 183250 | | 357716 | | 532075 | | 706270 | | 57 |
| 4 | 11636 | | 186158 | | 360623 | | 534980 | | 709172 | | 56 |
| 5 | 14544 | | 189066 | | 363530 | | 537884 | | 712073 | | 55 |
| 6 | 17453 | | 191975 | | 366437 | | 540789 | | 714975 | 48.3 | 54 |
| 7 | 20362 | | 194883 | | 369344 | | 543694 | | 717876 | | 53 |
| 8 | 23271 | | 197792 | | 372251 | | 546598 | | 720777 | | 52 |
| 9 | 26180 | | 200700 | | 375158 | | 549503 | | 723678 | | 51 |
| 10 | 29088 | | 203608 | | 378064 | | 552407 | | 726579 | | 50 |
| 11 | 31997 | | 206517 | | 380971 | | 555312 | | 729480 | | 49 |
| 12 | 34906 | | 209425 | | 383878 | | 558216 | | 732381 | | 48 |
| 13 | 37815 | | 212333 | | 386785 | | 561120 | | 735282 | | 47 |
| 14 | 40724 | | 215241 | | 389692 | | 564024 | | 738183 | | 46 |
| 15 | 43632 | | 218149 | | 392598 | | 566928 | | 741084 | | 45 |
| 16 | 46541 | | 221057 | | 395505 | | 569832 | | 743985 | | 44 |
| 17 | 49450 | | 223965 | | 398412 | | 572736 | | 746886 | | 43 |
| 18 | 52359 | | 226873 | | 401318 | | 575640 | | 749787 | | 42 |
| 19 | 55268 | | 229781 | | 404225 | | 578544 | | 752688 | | 41 |
| 20 | 58177 | | 232689 | | 407131 | | 581448 | | 755588 | | 40 |
| 21 | 61086 | | 235597 | | 410038 | | 584352 | | 758489 | | 39 |
| 22 | 63995 | | 238505 | | 412944 | | 587256 | | 761389 | | 38 |
| 23 | 66904 | | 241413 | | 415851 | | 590160 | | 764290 | | 37 |
| 24 | 69813 | | 244321 | | 418757 | | 593064 | | 767190 | | 36 |
| 25 | 72721 | | 247229 | | 421663 | | 595967 | | 770090 | | 35 |
| 26 | 75630 | | 250137 | | 424570 | | 598871 | | 772991 | | 34 |
| 27 | 78539 | | 253045 | | 427476 | | 601775 | | 775891 | | 33 |
| 28 | 81448 | | 255953 | | 430382 | | 604678 | | 778791 | | 32 |
| 29 | 84357 | | 258861 | | 433288 | | 707582 | | 781691 | | 31 |
| 30 | 87265 | 48.5 | 261769 | 48.5 | 436194 | 48.4 | 610485 | 48.4 | 784591 | 48.3 | 30 |
| | 89 | | 88 | | 87 | | 86 | | 85 | | |

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 87265 | 48.5 | 261769 | 48.5 | 436194 | 48.4 | 610485 | 48.4 | 784591 | 48.3 | 30 |
| 31 | 90174 | | 264677 | | 439100 | | 613389 | | 787491 | | 29 |
| 32 | 93083 | | 267585 | | 442006 | | 616292 | | 790391 | | 28 |
| 33 | 95992 | | 270493 | | 444912 | | 619196 | | 793291 | | 27 |
| 34 | 98901 | | 273401 | | 447818 | | 622099 | | 796191 | | 26 |
| 35 | 101809 | | 276308 | | 450724 | | 625002 | | 799090 | | 25 |
| 36 | 104718 | | 279216 | | 453630 | | 627905 | | 801990 | | 24 |
| 37 | 107627 | | 282124 | | 456536 | | 630808 | | 804889 | | 23 |
| 38 | 110536 | | 285032 | | 459442 | | 633711 | | 807789 | | 22 |
| 39 | 113445 | | 287940 | | 462348 | | 636614 | | 810688 | | 21 |
| 40 | 116353 | | 290847 | | 465253 | | 639517 | | 813587 | | 20 |
| 41 | 119262 | | 293755 | | 468159 | | 642420 | | 816486 | | 19 |
| 42 | 122171 | | 296663 | | 471065 | | 645323 | | 819385 | | 18 |
| 43 | 125079 | | 299570 | | 473970 | | 648226 | | 822284 | | 17 |
| 44 | 127988 | | 302478 | | 476876 | | 651129 | | 825183 | | 16 |
| 45 | 130896 | | 305385 | | 479781 | | 654031 | | 828082 | | 15 |
| 46 | 133805 | | 308293 | | 482687 | | 656934 | | 830981 | | 14 |
| 47 | 136714 | | 311200 | | 485592 | | 659837 | | 833880 | | 13 |
| 48 | 139622 | | 314108 | 4 | 488498 | | 662739 | | 836778 | | 12 |
| 49 | 142531 | | 317015 | | 491403 | | 665642 | | 839677 | | 11 |
| 50 | 145439 | | 319922 | | 494308 | | 668544 | | 842576 | | 10 |
| 51 | 148348 | | 322830 | | 497214 | | 671447 | | 845474 | | 9 |
| 52 | 151257 | | 325737 | | 500119 | | 674349 | | 848372 | | 8 |
| 53 | 154165 | | 328645 | | 503024 | | 677251 | | 851271 | | 7 |
| 54 | 157074 | | 331552 | | 505929 | | 680153 | | 854169 | | 6 |
| 55 | 159982 | | 334459 | | 508834 | | 683055 | | 857067 | | 5 |
| 56 | 162891 | | 337367 | | 511740 | | 685957 | | 859965 | | 4 |
| 57 | 165799 | | 340274 | | 514645 | | 688859 | | 862863 | | 3 |
| 58 | 168708 | | 343181 | | 517550 | | 691761 | | 865761 | | 2 |
| 59 | 171616 | | 346088 | | 520455 | | 694663 | | 868659 | | 1 |
| 60 | 174524 | 48.5 | 348995 | 48.4 | 523360 | 48.4 | 697565 | 48.4 | 871557 | 48.3 | 0 |
| | 89 | | 88 | | 87 | | 86 | | 85 | | |

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 871557 | 48.3 | 1045285 | 48.2 | 1218693 | 48.1 | 1391731 | 48.0 | 1564345 | 47.9 | 60 |
| 1 | 874455 | | 1048178 | | 1221580 | | 1394612 | | 1567218 | | 59 |
| 2 | 877353 | | 1051071 | | 1224467 | | 1397492 | | 1570091 | | 58 |
| 3 | 880250 | | 1053964 | | 1227354 | | 1400373 | | 1572964 | | 57 |
| 4 | 883148 | | 1056857 | | 1230241 | | 1403253 | | 1575837 | | 56 |
| 5 | 886045 | | 1059749 | | 1233128 | | 1406133 | | 1578709 | | 55 |
| 6 | 888943 | | 1062642 | | 1236015 | | 1409013 | | 1581581 | | 54 |
| 7 | 891840 | | 1065534 | | 1238901 | | 1411893 | | 1584453 | | 53 |
| 8 | 894737 | | 1068426 | | 1241788 | | 1414772 | | 1587325 | | 52 |
| 9 | 897634 | | 1071318 | | 1244674 | | 1417652 | | 1590197 | | 51 |
| 10 | 900531 | | 1074210 | | 1247560 | | 1420531 | | 1593069 | | 50 |
| 11 | 903428 | | 1077102 | | 1250446 | | 1423410 | | 1595941 | | 49 |
| 12 | 906325 | | 1079994 | | 1253332 | | 1426289 | | 1598812 | | 48 |
| 13 | 909222 | | 1082886 | | 1256218 | | 1429168 | | 1601684 | 47.8 | 47 |
| 14 | 912119 | | 1085778 | | 1259104 | | 1432047 | | 1604555 | | 46 |
| 15 | 915016 | | 1088669 | | 1261990 | | 1434926 | | 1607426 | | 45 |
| 16 | 917913 | | 1091561 | | 1264876 | | 1437805 | | 1610297 | | 44 |
| 17 | 920809 | | 1094452 | | 1267761 | | 1440684 | | 1613168 | | 43 |
| 18 | 923706 | | 1097344 | | 1270647 | | 1443562 | | 1616038 | | 42 |
| 19 | 926602 | | 1100235 | | 1273532 | | 1446441 | | 1618909 | | 41 |
| 20 | 929498 | | 1103126 | | 1276417 | | 1449319 | | 1921779 | | 40 |
| 21 | 932395 | | 1106017 | | 1279302 | | 1452197 | | 1624649 | | 39 |
| 22 | 935291 | | 1108908 | | 1282187 | | 1455075 | | 1627519 | | 38 |
| 23 | 938187 | | 1111799 | | 1285072 | | 1457953 | | 1630389 | | 37 |
| 24 | 941083 | | 1114690 | | 1287957 | | 1460831 | | 1633259 | | 36 |
| 25 | 943979 | | 1117580 | | 1290841 | | 1463708 | | 1636129 | | 35 |
| 26 | 946875 | | 1120471 | | 1293726 | | 1466586 | 47.9 | 1638999 | | 34 |
| 27 | 949771 | | 1123361 | | 1296610 | | 1469463 | | 1641868 | | 33 |
| 28 | 952667 | | 1126252 | | 1299495 | | 1472340 | | 1644738 | | 32 |
| 29 | 955563 | | 1129142 | | 1302378 | | 1475217 | | 1647607 | | 31 |
| 30 | 958458 | 48.3 | 1132032 | 48.2 | 1305262 | 48.1 | 1478094 | 47.9 | 1650476 | 47.8 | 30 |
| | 84 | | 83 | | 82 | | 81 | | 80 | | |

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| Min. | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | | Min. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 958458 | 48.3 | 1132032 | 48.2 | 1305262 | 48.1 | 1478094 | 47.9 | 1650476 | 47.8 | 30 |
| 31 | 961354 | | 1134922 | | 1308146 | | 1480971 | | 1653345 | | 29 |
| 32 | 964249 | 48.2 | 1137812 | | 1311030 | | 1483848 | | 1656214 | | 28 |
| 33 | 967144 | | 1140702 | | 1313914 | | 1486724 | | 1659082 | | 27 |
| 34 | 970039 | | 1143592 | | 1316798 | | 1489601 | | 1661951 | | 26 |
| 35 | 972934 | | 1146482 | | 1319681 | 48.0 | 1492477 | | 1664819 | | 25 |
| 36 | 975829 | | 1149372 | | 1322564 | | 1495353 | | 1667687 | | 24 |
| 37 | 978724 | | 1152261 | | 1325447 | | 1498229 | | 1670555 | | 23 |
| 38 | 981619 | | 1155151 | | 1328330 | | 1501105 | | 1673423 | | 22 |
| 39 | 984514 | | 1158040 | 48.1 | 1331213 | | 1503981 | | 1676291 | | 21 |
| 40 | 987408 | | 1160929 | | 1334096 | | 1506857 | | 1679159 | | 20 |
| 41 | 990303 | | 1163818 | | 1336979 | | 1509733 | | 1682027 | | 19 |
| 42 | 993198 | | 1166707 | | 1339862 | | 1512608 | | 1684894 | | 18 |
| 43 | 996092 | | 1169596 | | 1342744 | | 1515484 | | 1687761 | | 17 |
| 44 | 998987 | | 1172485 | | 1345627 | | 1518359 | | 1690628 | | 16 |
| 45 | 1001881 | | 1175374 | | 1348509 | | 1521234 | | 1693495 | | 15 |
| 46 | 1004775 | | 1178263 | | 1351392 | | 1524109 | | 1696362 | | 14 |
| 47 | 1007669 | | 1181151 | | 1354274 | | 1526984 | | 1699229 | | 13 |
| 48 | 1010563 | | 1184040 | | 1357156 | | 1529859 | | 1702095 | | 12 |
| 49 | 1013457 | | 1186928 | | 1360038 | | 1532734 | | 1704962 | | 11 |
| 50 | 1016351 | | 1189816 | | 1362920 | | 1535608 | | 1707828 | | 10 |
| 51 | 1019245 | | 1192704 | | 1365802 | | 1538482 | | 1710694 | | 9 |
| 52 | 1022139 | | 1195592 | | 1368683 | | 1541356 | | 1713560 | | 8 |
| 53 | 1025032 | | 1198480 | | 1371564 | | 1544230 | | 1716426 | | 7 |
| 54 | 1027926 | | 1201368 | | 1374446 | | 1547104 | | 1719292 | | 6 |
| 55 | 1030819 | | 1204255 | | 1377327 | | 1549978 | | 1722157 | 47.7 | 5 |
| 56 | 1033713 | | 1207143 | | 1380208 | | 1552852 | | 1725022 | | 4 |
| 57 | 1036606 | | 1210031 | | 1383089 | | 1555725 | | 1727887 | | 3 |
| 58 | 1039499 | | 1212198 | | 1385970 | | 1558599 | | 1730752 | | 2 |
| 59 | 1042392 | | 1215806 | | 1388851 | | 1561472 | | 173[illegible]617 | | 1 |
| 60 | 1045285 | 48.2 | 1218693 | 48.2 | 1391731 | 48.1 | 1564345 | 47.9 | 1736482 | 47.7 | 0 |
| | 84 | | 83 | | 82 | | 81 | | 80 | | |

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1736482 | 47.7 | 1908090 | 47.6 | 2079117 | 47.4 | 2249511 | 47.2 | 2419219 | 47.0 | 60 |
| 1 | 1739347 | | 1910945 | | 2081962 | | 2252345 | | 2422041 | | 59 |
| 2 | 1742211 | | 1913800 | | 2084807 | | 2255179 | | 2424863 | | 58 |
| 3 | 1745075 | | 1916655 | | 2087652 | | 2258013 | | 2427685 | | 57 |
| 4 | 1747939 | | 1919510 | | 2090497 | | 2260847 | | 2430507 | | 56 |
| 5 | 1750803 | | 1922365 | | 2093342 | | 2263680 | | 2433329 | | 55 |
| 6 | 1753667 | | 1925220 | | 2096186 | | 2266513 | | 2436150 | | 54 |
| 7 | 1756531 | | 1928074 | | 2099030 | | 2269346 | | 2438971 | | 53 |
| 8 | 1759394 | | 1930928 | | 2101874 | | 2272179 | | 2441792 | | 52 |
| 9 | 1762258 | | 1933782 | | 2104718 | | 2275012 | | 2444613 | | 51 |
| 10 | 1765121 | | 1936636 | | 2107562 | | 2277844 | | 2447434 | | 50 |
| 11 | 1767984 | | 1939490 | | 2110405 | | 2280676 | | 2450254 | | 49 |
| 12 | 1770847 | | 1942344 | | 2113248 | | 2283508 | | 2453074 | | 48 |
| 13 | 1773710 | | 1945197 | 47.5 | 2116091 | | 2286340 | | 2455894 | | 47 |
| 14 | 1776563 | | 1948050 | | 2118934 | | 2289172 | | 2458714 | | 46 |
| 15 | 1779435 | | 1950903 | | 2121777 | | 2292004 | | 2461533 | | 45 |
| 16 | 1782298 | | 1953756 | | 2124620 | | 2294835 | | 2464352 | | 44 |
| 17 | 1785160 | | 1956609 | | 2127462 | | 2297666 | | 2467171 | | 43 |
| 18 | 1788022 | | 1959462 | | 2130304 | | 2300497 | | 2469990 | | 42 |
| 19 | 1790884 | | 1962314 | | 2133146 | | 2303328 | | 2472809 | | 41 |
| 20 | 1793746 | | 1965166 | | 2135988 | | 2306159 | | 2475628 | | 40 |
| 21 | 1796608 | | 1968018 | | 2138830 | 47.3 | 2308989 | | 2478446 | | 39 |
| 22 | 1799469 | | 1970870 | | 2141671 | | 2311819 | | 2481264 | | 38 |
| 23 | 1802331 | | 1973722 | | 2144512 | | 2314649 | | 2484082 | | 37 |
| 24 | 1805192 | | 1976574 | | 2147353 | | 2317479 | | 2486900 | | 36 |
| 25 | 1808053 | | 1979425 | | 2150194 | | 2320309 | | 2489717 | 46.9 | 35 |
| 26 | 1810914 | | 1982276 | | 2153035 | | 2323138 | 47.1 | 2492534 | | 34 |
| 27 | 1813774 | | 1985127 | | 2155876 | | 2325967 | | 2495351 | | 33 |
| 28 | 1816634 | | 1987978 | | 2158716 | | 2328796 | | 2498168 | | 32 |
| 29 | 1819495 | | 1990829 | | 2161556 | | 2331625 | | 2500;84 | | 31 |
| 30 | 1822355 | 47.7 | 1993679 | 47.5 | 2164396 | 47.3 | 2334454 | 47.1 | 2503800 | 46.9 | 30 |
| | 79 | | 78 | | 77 | | 76 | | 75 | | |

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 1822355 | 47.7 | 1993679 | 47.5 | 2164396 | 47.3 | 2334454 | 47.1 | 2503800 | 46.9 | 30 |
| 31 | 1825215 | | 1996530 | | 2167236 | | 2337282 | | 2506616 | | 29 |
| 32 | 1828075 | | 1999380 | | 2170076 | | 2340110 | | 2509432 | | 28 |
| 33 | 1830935 | | 2002230 | | 2172916 | | 2342938 | | 2512248 | | 27 |
| 34 | 1833795 | | 2005080 | | 2175755 | | 2345766 | | 2515064 | | 26 |
| 35 | 1836654 | 47.6 | 2007930 | | 2178594 | | 2348594 | | 2517879 | | 25 |
| 36 | 1839513 | | 2010780 | | 2181433 | | 2351421 | | 2520694 | | 24 |
| 37 | 1842372 | | 2013629 | | 2184272 | | 2354248 | | 2523509 | | 23 |
| 38 | 1845231 | | 2016478 | | 2187111 | | 2357075 | | 2526324 | | 22 |
| 39 | 1848090 | | 2019327 | | 2189949 | | 2359902 | | 2529138 | | 21 |
| 40 | 1850949 | | 2022176 | | 2192787 | | 2362729 | | 2531952 | | 20 |
| 41 | 1853808 | | 2025025 | | 2195625 | | 2365555 | | 2534766 | | 19 |
| 42 | 1856666 | | 2027874 | | 2198463 | | 2368381 | | 2537580 | | 18 |
| 43 | 1859524 | | 2030722 | | 2201300 | | 2371207 | | 2540393 | | 17 |
| 44 | 1862382 | | 2033570 | | 2204137 | | 2374033 | | 2543206 | | 16 |
| 45 | 1865240 | | 2036418 | | 2206974 | | 2376859 | | 2546019 | | 15 |
| 46 | 1868098 | | 2039266 | | 2209811 | | 2379684 | | 2548832 | | 14 |
| 47 | 1870956 | | 2042114 | | 2212648 | | 2382509 | | 2551645 | | 13 |
| 48 | 1873813 | | 2044962 | | 2215485 | | 2385334 | | 2554458 | | 12 |
| 49 | 1876670 | | 2047809 | 47.4 | 2218322 | | 2388159 | | 2557270 | | 11 |
| 50 | 1879527 | | 2050656 | | 2221158 | | 2390983 | | 2560082 | | 10 |
| 51 | 1882384 | | 2053503 | | 2223994 | | 2393808 | | 2562894 | | 9 |
| 52 | 1885241 | | 2056350 | | 2226830 | | 2396632 | | 2565706 | | 8 |
| 53 | 1888098 | | 2059197 | | 2229666 | | 2399456 | | 2568517 | 46.8 | 7 |
| 54 | 1890954 | | 2062043 | | 2232502 | | 2402280 | | 2571328 | | 6 |
| 55 | 1893810 | | 2064889 | | 2235337 | 47.2 | 2405104 | | 2574139 | | 5 |
| 56 | 1896666 | | 2067735 | | 2238172 | | 2407927 | 47.0 | 2576950 | | 4 |
| 57 | 1899522 | | 2070581 | | 2241007 | | 2410750 | | 2579760 | | 3 |
| 58 | 1902378 | | 2073427 | | 2243842 | | 2413573 | | 2582570 | | 2 |
| 59 | 1905234 | | 2076272 | | 2246677 | | 2416396 | | 2585380 | | 1 |
| 60 | 1908090 | 47.6 | 2079117 | 47.4 | 2249511 | 47.2 | 2419219 | 47.0 | 2588190 | 46.8 | 0 |
| | 79 | | 78 | | 77 | | 76 | | 75 | | |

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| Min. | 15 | | 16 | | 17 | | 18 | | 19 | | Min. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2588190 | 46.8 | 2756373 | 46.6 | 2923717 | 46.4 | 3090170 | 46.1 | 3255682 | 45.8 | 60 |
| 1 | 2591000 | | 2759169 | | 2926499 | 46.3 | 3092936 | | 3258532 | | 59 |
| 2 | 2593809 | | 2761965 | | 2929280 | | 3095702 | | 3261182 | | 58 |
| 3 | 2596618 | | 2764761 | | 2932061 | | 3098468 | | 3263931 | | 57 |
| 4 | 2599427 | | 2767556 | | 2934842 | | 31012 4 | | 3266681 | | 56 |
| 5 | 2602236 | | 2770351 | | 2937623 | | 3103999 | | 3269430 | | 55 |
| 6 | 2605045 | | 2773146 | | 2940403 | | 3106764 | | 3272179 | | 54 |
| 7 | 2607853 | | 2775941 | | 2943183 | | 3109529 | | 3274927 | | 53 |
| 8 | 2610661 | | 2778735 | | 2945963 | | 3112294 | | 3277675 | | 52 |
| 9 | 2613469 | | 2781529 | | 2948743 | | 3115058 | | 3280423 | | 51 |
| 10 | 2616277 | | 2784323 | | 2951523 | | 3117822 | | 3283171 | | 50 |
| 11 | 2619084 | | 2787117 | | 2954302 | | 3120586 | | 3285918 | | 49 |
| 12 | 2621891 | | 2789911 | | 2957081 | | 3123349 | 46.0 | 3288665 | | 48 |
| 13 | 2624698 | | 2792704 | 45.5 | 2959860 | | 3126112 | | 3291412 | | 47 |
| 14 | 2627505 | | 2795497 | | 2962638 | | 3128875 | | 3294159 | | 46 |
| 15 | 2630312 | | 2798290 | | 2965416 | | 3131638 | | 3296906 | | 45 |
| 16 | 2633118 | | 801082 | | 2968194 | | 3134400 | | 3299652 | | 44 |
| 17 | 2635924 | | 2803874 | | 2970972 | | 3137162 | | 3302398 | | 43 |
| 18 | 2638730 | | 2806666 | | 2973750 | | 3139624 | | 3305144 | | 42 |
| 19 | 2641536 | | 2809458 | | 2976527 | | 3142686 | | 3307889 | 45.7 | 41 |
| 20 | 2644342 | | 2812250 | | 2979304 | | 3145448 | | 3310634 | | 40 |
| 21 | 2647147 | 46.7 | 2815041 | | 2982081 | | 3148209 | | 3313379 | | 39 |
| 22 | 2649952 | | 2817832 | | 2984857 | | 3150970 | | 3316123 | | 38 |
| 23 | 2652757 | | 2820623 | | 2987633 | | 3153731 | | 3318867 | | 37 |
| 24 | 2655562 | | 2823414 | | 2990409 | | 3156491 | | 3321611 | | 36 |
| 25 | 2658366 | | 2826204 | | 2993185 | | 3159251 | | 3324355 | | 35 |
| 26 | 2661170 | | 2828994 | | 2995960 | 46.2 | 3162011 | | 3327098 | | 34 |
| 27 | 2663974 | | 2831784 | | 2998735 | | 3164770 | | 3329841 | | 33 |
| 28 | 2666777 | | 2834574 | | 3001510 | | 3167529 | | 3332585 | | 32 |
| 29 | 2669580 | | 2837364 | | 3004284 | | 3170288 | | 3335327 | | 31 |
| 30 | 2672383 | 46.7 | 2840153 | 46.5 | 3007058 | 46.2 | 3173047 | 5 . | 3338069 | 45.7 | 30 |
| | 74 | | 73 | | 72 | | 71 | | 70 | | |

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 15 | | 16 | | 17 | | 18 | | 19 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 2672383 | 46.7 | 2840153 | 46.5 | 3007058 | 46.2 | 3173047 | 46.0 | 3338069 | 45.7 | 30 |
| 31 | 2675186 | | 2842942 | | 3009832 | | 3175805 | | 3340811 | | 29 |
| 32 | 2677989 | | 2845731 | | 3012606 | | 3178563 | | 3343553 | | 28 |
| 33 | 2680792 | | 2848520 | | 3015380 | | 3181321 | | 3346294 | | 27 |
| 34 | 2683595 | | 2851308 | | 3018153 | | 3184079 | | 3349035 | | 26 |
| 35 | 2686397 | | 2854096 | | 3020926 | | 3186837 | | 3351776 | | 25 |
| 36 | 2689199 | | 2856884 | | 3023699 | 45.9 | 3189594 | | 3354516 | | 24 |
| 37 | 2692001 | | 2859672 | | 3026472 | | 3192351 | | 3 57256 | | 23 |
| 38 | 2694802 | | 2862459 | 46.4 | 3029244 | | 3195108 | | 3359996 | | 22 |
| 39 | 2697603 | | 2865246 | | 3032016 | | 3197864 | | 3362736 | | 21 |
| 40 | 2700404 | | 2868033 | | 3034788 | | 3200620 | | 3365475 | 45.6 | 20 |
| 41 | 2703205 | | 2870819 | | 3037559 | | 3203375 | | 3368214 | | 19 |
| 42 | 2706005 | | 2873605 | | 3040330 | | 3206130 | | 3370953 | | 18 |
| 43 | 2708805 | | 2876391 | | 3043101 | | 3208885 | | 3373691 | | 17 |
| 44 | 2711605 | | 2879177 | | 3045872 | | 3211640 | | 3376429 | | 16 |
| 45 | 2714405 | 46.6 | 2881963 | | 3048643 | | 3214395 | | 3379167 | | 15 |
| 46 | 2717204 | | 2884748 | | 3051413 | | 3217150 | | 3381905 | | 14 |
| 47 | 2720003 | | 2887533 | | 3054183 | | 3219904 | | 3384642 | | 13 |
| 48 | 2722802 | | 2890318 | | 3056953 | | 3222658 | | 3387379 | | 12 |
| 49 | 2725601 | | 2893103 | | 3059723 | | 3225412 | | 3390116 | | 11 |
| 50 | 2728400 | | 2895888 | | 3062492 | 46.1 | 3228165 | | 3392852 | | 10 |
| 51 | 2731198 | | 2898672 | | 3065261 | | 3230918 | | 3395588 | | 9 |
| 52 | 2733996 | | 2901456 | | 3068030 | | 3233671 | | 3398324 | | 8 |
| 53 | 2736794 | | 2904240 | | 3070798 | | 3236423 | | 3401060 | | 7 |
| 54 | 2739592 | | 2907023 | | 3073566 | | 3239175 | | 3403795 | | 6 |
| 55 | 2742389 | | 29098[illegible] | | 3076334 | | 3241927 | | 3406530 | | 5 |
| 56 | 2745186 | | 2912589 | | 3079102 | | 3244679 | | 3409265 | | 4 |
| 57 | 2747983 | | 2915371 | | 3081869 | | 3247430 | 45.8 | 3411999 | | 3 |
| 58 | 2750780 | | 2918153 | | 3084636 | | 3250181 | | 3414733 | | 2 |
| 59 | 2753577 | | 2920935 | | 3087403 | | 3252932 | | 3417467 | | 1 |
| 60 | 2756373 | 45.6 | 2923717 | 46.4 | 3090170 | 46.1 | 3255682 | 45.8 | 3420201 | 45.6 | 0 |
| | 74 | | 73 | | 72 | | 71 | | 70 | | |

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3420201 | 45.5 | 3583679 | 45.3 | 3746066 | 44.9 | 3907311 | 44.6 | 4067366 | 44.3 | 60 |
| 1 | 3422934 | | 3586395 | 45.2 | 3748763 | | 3909989 | | 4070023 | | 59 |
| 2 | 3425667 | | 3589110 | | 3751460 | | 3912666 | | 4072680 | | 58 |
| 3 | 3428400 | | 3591825 | | 3754156 | | 3915343 | | 4075337 | | 57 |
| 4 | 3431133 | | 3594540 | | 3756852 | | 3918020 | | 4077993 | | 56 |
| 5 | 3433865 | | 3597254 | | 3759548 | | 3920696 | | 4080649 | | 55 |
| 6 | 3436597 | | 3599968 | | 3762243 | | 3923372 | | 4083305 | 44.2 | 54 |
| 7 | 3439329 | | 3602682 | | 3764938 | | 3926048 | | 4085960 | | 53 |
| 8 | 3442060 | | 3605395 | | 3767633 | | 3928723 | | 4088615 | | 52 |
| 9 | 3444791 | | 3608108 | | 3770327 | | 3931398 | | 4091269 | | 51 |
| 10 | 3447522 | | 3610821 | | 3773021 | | 3934072 | | 4093923 | | 50 |
| 11 | 3450253 | | 3613[illegible] | | 3775715 | | 3936746 | | 4096577 | | 49 |
| 12 | 3452983 | | 3616245 | | 3778408 | | 3939420 | 44.5 | 4099231 | | 48 |
| 13 | 3455713 | | 3618957 | | 3781101 | | 3942093 | | 4101884 | | 47 |
| 14 | 3458442 | | 3621669 | | 3783794 | | 3944766 | | 4104537 | | 46 |
| 15 | 3461171 | | 3624380 | | 3786486 | | 3947439 | | 4107189 | | 45 |
| 16 | 3463900 | | 3627091 | | 3789178 | | 3950112 | | 4109841 | | 44 |
| 17 | 3466629 | | 3629802 | | 3791870 | | 3952784 | | 4112493 | | 43 |
| 18 | 3469357 | | 3632512 | | 3794562 | 44.8 | 3955456 | | 4115144 | | 42 |
| 19 | 3472085 | | 3635222 | | 3797253 | | 3958128 | | 4117795 | | 41 |
| 20 | 3474813 | 45.4 | 3637932 | | 3799944 | | 3960799 | | 4110446 | | 40 |
| 21 | 3477540 | | 3640642 | | 3802635 | | 3963470 | | 4123096 | | 39 |
| 22 | 3480267 | | 3643351 | 45.1 | 3805325 | | 3966140 | | 4125746 | 44.1 | 38 |
| 23 | 3482994 | | 3646060 | | 3808015 | | 3968810 | | 4128395 | | 37 |
| 24 | 3485721 | | 3648768 | | 3810704 | | 3971480 | | 4131044 | | 36 |
| 25 | 3488447 | | 3651476 | | 3813393 | | 3974149 | | 4133693 | | 35 |
| 26 | 3491173 | | 3654184 | | 3816082 | | 3976818 | | 4136341 | | 34 |
| 27 | 3493899 | | 3656892 | | 3818771 | | 3979487 | | 4138989 | | 33 |
| 28 | 3496624 | | 3659599 | | 3821459 | | 3982155 | | 4141637 | | 32 |
| 29 | 3499349 | | 3662306 | | 3824147 | | 3984823 | | 4144285 | | 31 |
| 30 | 3502075 | 45.4 | 3665012 | 45.1 | 3826834 | 44.8 | 3987491 | 44.5 | 4146932 | 44.1 | 30 |
| | 69 | | 68 | | 67 | | 66 | | 65 | | |

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cōplementorũ arcuũ eiusdē Quadrantis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 3502075 | 45.4 | 3665012 | 45.1 | 3826834 | 44.8 | 3987491 | 44.5 | 4146932 | 44.1 | 30 |
| 31 | 3504799 | | 3667718 | | 3829521 | | 3990159 | | 4149579 | | 29 |
| 32 | 3507523 | | 3670424 | | 3832208 | | 3992826 | 44.4 | 4152226 | | 28 |
| 33 | 3510247 | | 3673130 | | 3834895 | | 3995493 | | 4154872 | | 27 |
| 34 | 3512971 | | 3675835 | | 3837581 | | 3998159 | | 4157518 | | 26 |
| 35 | 3515694 | | 3678541 | | 3840267 | | 4000825 | | 4160163 | | 25 |
| 36 | 3518417 | | 3681246 | | 3842953 | 44.7 | 4003491 | | 4162808 | | 24 |
| 37 | 3521140 | | 3683951 | | 3845638 | | 4006156 | | 4165453 | | 23 |
| 38 | 3523862 | | 3689955 | | 3848323 | | 4008821 | | 4168097 | | 22 |
| 39 | 3526584 | | 3689359 | | 3851008 | | 4011486 | | 4170741 | | 21 |
| 40 | 3529306 | 45.3 | 3692062 | 45.0 | 3853692 | | 4014150 | | 4173385 | | 20 |
| 41 | 3532027 | | 3694765 | | 3856376 | | 4016814 | | 4176028 | 44.0 | 19 |
| 42 | 3534748 | | 3697468 | | 3859060 | | 4019478 | | 4178671 | | 18 |
| 43 | 3537469 | | 3700170 | | 3861743 | | 4022141 | | 4181313 | | 17 |
| 44 | 3540190 | | 3702872 | | 3864426 | | 4024804 | | 4183955 | | 16 |
| 45 | 3542910 | | 3705572 | | 3867109 | | 4027467 | | 4186597 | | 15 |
| 46 | 3545630 | | 3708276 | | 3869791 | | 4030130 | | 4189239 | | 14 |
| 47 | 3548350 | | 3710977 | | 3872473 | | 4032792 | | 4191880 | | 13 |
| 48 | 3551070 | | 3713678 | | 3875155 | | 4035454 | | 4194521 | | 12 |
| 49 | 3553789 | | 3716379 | | 3877837 | | 4038115 | 44.3 | 4197162 | | 11 |
| 50 | 3556508 | | 3719080 | | 3880518 | | 4040776 | | 4199802 | | 10 |
| 51 | 3559227 | | 3721780 | | 3883199 | | 4043437 | | 4020442 | | 9 |
| 52 | 3561945 | | 3724480 | | 3885880 | | 4046097 | | 4205081 | | 8 |
| 53 | 3564663 | | 3727179 | | 3888560 | | 4048757 | | 4207720 | | 7 |
| 54 | 3567380 | | 3729878 | | 3891240 | | 4051416 | | 4210359 | | 6 |
| 55 | 3570097 | | 3732577 | | 3893919 | 44.6 | 4054075 | | 4212997 | | 5 |
| 56 | 3572814 | | 3735275 | | 3896598 | | 4056734 | | 4215635 | | 4 |
| 57 | 3575531 | | 3737973 | | 3899277 | | 4059392 | | 4218273 | | 3 |
| 58 | 3578247 | | 3740671 | | 3901955 | | 4062050 | | 4220910 | 43.9 | 2 |
| 59 | 3580963 | | 3743369 | | 3904633 | | 4064708 | | 4223547 | | 1 |
| 60 | 3583679 | 45.3 | 3746066 | 44.9 | 3907311 | 44.6 | 4067366 | 44.3 | 4226183 | 43.9 | 0 |
| | 69 | | 68 | | 67 | | 66 | | 65 | | |

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 25 | | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 4226183 | 43.9 | 4383712 | 43.6 | 4539905 | 43.2 | 4694716 | 42.8 | 4848096 | 42.4 | 60 |
| 1 | 4228819 | | 4386326 | | 4542497 | | 4697284 | | 4850640 | | 59 |
| 2 | 4231455 | | 4388940 | | 4545088 | | 4699852 | | 4853184 | | 58 |
| 3 | 4234090 | | 4391554 | | 4547679 | | 4702419 | | 4855727 | | 57 |
| 4 | 4236725 | | 4394167 | 43.5 | 4550270 | | 4704986 | | 4858270 | | 56 |
| 5 | 4239360 | | 4396780 | | 4552860 | | 4707553 | | 4860812 | | 55 |
| 6 | 4241994 | | 4399392 | | 4555450 | 43.1 | 4710119 | | 4863354 | | 54 |
| 7 | 4244628 | | 4402004 | | 4558039 | | 4712685 | | 4865895 | 42.3 | 53 |
| 8 | 4247262 | | 4404616 | | 4560628 | | 4715250 | 42.7 | 4868436 | | 52 |
| 9 | 4249895 | | 4407227 | | 4563216 | | 4717815 | | 4870977 | | 51 |
| 10 | 4252528 | | 4409838 | | 4565804 | | 4720380 | | 4873517 | | 50 |
| 11 | 4255161 | | 4412449 | | 4568392 | | 4722944 | | 4876057 | | 49 |
| 12 | 4257793 | | 4415059 | | 4570979 | | 4725508 | | 4878596 | | 48 |
| 13 | 4260425 | 43.8 | 4417669 | | 4573566 | | 4728071 | | 4881135 | | 47 |
| 14 | 4263056 | | 4420278 | | 4576153 | | 4730634 | | 4883674 | | 46 |
| 15 | 4265687 | | 4422887 | | 4578739 | | 4733197 | | 4886212 | | 45 |
| 16 | 4268318 | | 4425496 | | 4581325 | | 4735759 | | 4888750 | | 44 |
| 17 | 4270949 | | 4428104 | | 4583911 | | 4738321 | | 4891287 | | 43 |
| 18 | 4273579 | | 4430712 | | 4586496 | | 4740882 | | 4893824 | | 42 |
| 19 | 4276209 | | 4433320 | | 4589081 | | 4743443 | | 4896361 | | 41 |
| 20 | 4278838 | | 4435927 | 43.4 | 4591665 | | 4746004 | | 4898897 | | 40 |
| 21 | 4281467 | | 4438534 | | 4594249 | | 4748564 | | 4901433 | | 39 |
| 22 | 4284096 | | 4441140 | | 4596833 | | 4751124 | | 4903968 | 42.2 | 38 |
| 23 | 4286724 | | 4443746 | | 4599416 | 43.0 | 4753683 | 42.6 | 4906503 | | 37 |
| 24 | 4289352 | | 4446352 | | 4601999 | | 4756242 | | 4909037 | | 36 |
| 25 | 4291979 | | 4448957 | | 4604581 | | 4758801 | | 4911571 | | 35 |
| 26 | 4294606 | | 4451562 | | 4607163 | | 4761359 | | 4914105 | | 34 |
| 27 | 4297233 | | 4454167 | | 4609744 | | 4763917 | | 4916638 | | 33 |
| 28 | 4299859 | | 4456771 | | 4612325 | | 4766474 | | 4919171 | | 32 |
| 29 | 4302485 | | 4459375 | | 4614906 | | 4769031 | | 4921703 | | 31 |
| 30 | 4305111 | 43.8 | 4461978 | 43.4 | 4617486 | 43.0 | 4771588 | 42.6 | 4924235 | 42.2 | 30 |
| | 64 | | 63 | | 62 | | 61 | | 60 | | |

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| Min. | 25 | | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | | Min. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 4305111 | 43.7 | 4461978 | 43.4 | 4617486 | 43.0 | 4771588 | 42.6 | 4924235 | 42.2 | 30 |
| 31 | 4307736 | | 4464581 | | 4620066 | | 4774144 | | 4926767 | | 29 |
| 32 | 4310361 | | 4467184 | | 4622646 | | 4776700 | | 4929298 | | 28 |
| 33 | 4312986 | | 4469786 | | 4625225 | | 4779255 | | 4931829 | | 27 |
| 34 | 4315610 | | 4472388 | | 4627804 | | 4781810 | | 4934359 | | 26 |
| 35 | 4318234 | | 4474990 | | 4630382 | | 4784365 | | 4936889 | | 25 |
| 36 | 4320858 | | 4477591 | 43.3 | 4632960 | | 4786919 | | 4939418 | 42.1 | 24 |
| 37 | 4323481 | | 4480192 | | 4635538 | | 4789473 | | 4941947 | | 23 |
| 38 | 4326104 | | 4482792 | | 4638115 | 42.9 | 4792026 | 42.5 | 4944476 | | 22 |
| 39 | 4328726 | | 4485392 | | 4640692 | | 4794579 | | 4947004 | | 21 |
| 40 | 4331348 | | 4487992 | | 4643268 | | 4797132 | | 4949532 | | 20 |
| 41 | 4333970 | | 4490591 | | 4645844 | | 4799684 | | 4952059 | | 19 |
| 42 | 4336591 | | 4493190 | | 4648420 | | 4802236 | | 4954586 | | 18 |
| 43 | 4339212 | | 4495788 | | 4650995 | | 4804787 | | 4957113 | | 17 |
| 44 | 4341833 | | 4498386 | | 4653570 | | 4807338 | | 4959639 | | 16 |
| 45 | 4344453 | | 4500984 | | 4656145 | | 4809888 | | 4962165 | | 15 |
| 46 | 4347073 | | 4503582 | | 4658719 | | 4812438 | | 4964690 | | 14 |
| 47 | 4349693 | 43.6 | 4506179 | | 4661293 | | 4814988 | | 4967215 | | 13 |
| 48 | 4352312 | | 4508776 | | 4663866 | | 4817537 | | 4969740 | | 12 |
| 49 | 4354931 | | 4511372 | | 4666439 | | 4820086 | | 4972264 | | 11 |
| 50 | 4357549 | | 4513968 | | 4669012 | | 4822635 | | 4974788 | | 10 |
| 51 | 4360167 | | 4516563 | 43.2 | 4671584 | | 4825183 | | 4977311 | 42.0 | 9 |
| 52 | 4362785 | | 4519158 | | 4674156 | | 4827731 | | 4979834 | | 8 |
| 53 | 4365402 | | 4521753 | | 4676727 | 42.8 | 4830278 | 42.4 | 4982356 | | 7 |
| 54 | 4368019 | | 4524347 | | 4679298 | | 4832825 | | 4984878 | | 6 |
| 55 | 4370635 | | 4526941 | | 4681869 | | 4835371 | | 4987399 | | 5 |
| 56 | 4373251 | | 4529535 | | 4684439 | | 4837917 | | 4989920 | | 4 |
| 57 | 4375867 | | 4532128 | | 4687006 | | 4840462 | | 4992441 | | 3 |
| 58 | 4378482 | | 4534721 | | 4689578 | | 4843007 | | 4994961 | | 2 |
| 59 | 4381097 | | 4537313 | | 4692147 | | 4845552 | | 4997481 | | 1 |
| 60 | 4383712 | 43.6 | 4539905 | 43.2 | 4694716 | 42.8 | 4848096 | 42.4 | 5000000 | 42.0 | 0 |
| | 64 | | 63 | | 62 | | 61 | | 60 | | |

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 30 | | 31 | | 32 | | 33 | | 34 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5000000 | 42.0 | 5150381 | 41.5 | 5299192 | 41.1 | 5446390 | 40.6 | 5591929 | 40.2 | 60 |
| 1 | 5002519 | | 5152874 | | 5301659 | | 5448829 | | 5594340 | | 59 |
| 2 | 5005038 | | 5155367 | | 5304125 | | 5451268 | | 5596751 | | 58 |
| 3 | 5007556 | | 5157859 | | 5306591 | | 5453707 | | 5599161 | | 57 |
| 4 | 5010074 | | 5160351 | | 5309056 | | 5456145 | | 5601571 | | 56 |
| 5 | 5012591 | 41.9 | 5162843 | | 5311521 | | 5458583 | | 5603981 | | 55 |
| 6 | 5015108 | | 5165334 | | 5313985 | | 5461020 | | 5606390 | 40.1 | 54 |
| 7 | 5017624 | | 5167825 | | 5316449 | | 5463456 | | 5608798 | | 53 |
| 8 | 5020140 | | 5170315 | | 5318913 | 41.0 | 5465892 | | 5611206 | | 52 |
| 9 | 5022656 | | 5172805 | | 5321376 | | 5468328 | | 5613614 | | 51 |
| 10 | 5025171 | | 5175294 | | 5323839 | | 5470763 | | 5616021 | | 50 |
| 11 | 5027686 | | 5177783 | | 5326301 | | 5473198 | | 5618427 | | 49 |
| 12 | 5030200 | | 5180271 | | 5328763 | | 5475632 | | 5620833 | | 48 |
| 13 | 5032714 | | 5182759 | 41.4 | 5331224 | | 5478066 | 40.5 | 5623239 | | 47 |
| 14 | 5035227 | | 5185246 | | 5333685 | | 5480499 | | 5625644 | | 46 |
| 15 | 5037740 | | 5187733 | | 5336145 | | 5482932 | | 5628049 | | 45 |
| 16 | 5040253 | | 5190220 | | 5338605 | | 5485364 | | 5630453 | | 44 |
| 17 | 5042765 | | 5192706 | | 5341065 | | 5487796 | | 5632857 | | 43 |
| 18 | 5045277 | 41.8 | 5195192 | | 5343524 | | 5490228 | | 5635260 | 40.0 | 42 |
| 19 | 5047788 | | 5197677 | | 5345983 | | 5492659 | | 5637663 | | 41 |
| 20 | 5050299 | | 5200162 | | 5348441 | | 5495090 | | 5640066 | | 40 |
| 21 | 5052809 | | 5202646 | | 5350898 | 40.9 | 5497520 | | 5642468 | | 39 |
| 22 | 5055319 | | 5205130 | | 5353355 | | 5499950 | | 5644869 | | 38 |
| 23 | 5057829 | | 5207614 | | 5355812 | | 5502379 | | 5647270 | | 37 |
| 24 | 5060338 | | 5210097 | | 5358268 | | 5504808 | | 5649670 | | 36 |
| 25 | 5062847 | | 5212580 | | 5360724 | | 5507236 | | 5652070 | | 35 |
| 26 | 5065355 | | 5215062 | | 5363179 | | 5509664 | | 5654469 | | 34 |
| 27 | 5067863 | | 5217544 | | 5365634 | | 5512091 | 40.4 | 5656868 | | 33 |
| 28 | 5070370 | | 5220025 | 41.3 | 5368088 | | 5514518 | | 5659266 | | 32 |
| 29 | 5072877 | | 5222506 | | 5370542 | | 5516944 | | 5661664 | | 31 |
| 30 | 5075384 | 41.8 | 5224986 | 41.3 | 5372996 | 40.9 | 5519370 | 40.4 | 5664062 | 40.0 | 30 |
| | 59 | | 58 | | 57 | | 56 | | 55 | | |

Minuta Graduū Quadrãtis pro sinubus rectis cōplementorū arcuū eiusdē Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 30 | | 31 | | 32 | | 33 | | 34 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 5075384 | 41.8 | 5224986 | 41.3 | 5372996 | 40.9 | 5519370 | 40.4 | 5664062 | 39.9 | 30 |
| 31 | 5077890 | | 5227466 | | 5375449 | | 5521795 | | 5666459 | | 29 |
| 32 | 5080396 | | 5229946 | | 5377902 | | 5524220 | | 5668856 | | 28 |
| 33 | 5082901 | 41.7 | 5232425 | | 5380354 | | 5526645 | | 5671252 | | 27 |
| 34 | 5085406 | | 5234904 | | 5382806 | | 5529069 | | 5673648 | | 26 |
| 35 | 5087911 | | 5237382 | | 5385258 | 40.8 | 5531493 | | 5676043 | | 25 |
| 36 | 5090415 | | 5239860 | | 5387709 | | 5533916 | | 5678438 | | 24 |
| 37 | 5092619 | | 5242337 | | 5390159 | | 5536338 | | 5680832 | | 23 |
| 38 | 5095422 | | 5244814 | | 5392609 | | 5538760 | | 5683226 | | 22 |
| 39 | 5097925 | | 5247290 | | 5395058 | | 5541182 | 40.3 | 5685619 | | 21 |
| 40 | 5100427 | | 5249766 | 41.2 | 5397507 | | 5543603 | | 5688012 | | 20 |
| 41 | 5102929 | | 5252241 | | 5399955 | | 5546024 | | 5690404 | | 19 |
| 42 | 5105430 | | 5254716 | | 5402403 | | 5548444 | | 5692796 | 39.8 | 18 |
| 43 | 5107931 | | 5257191 | | 5404851 | | 5550864 | | 5695187 | | 17 |
| 44 | 5110431 | | 5259665 | | 5407298 | | 5553283 | | 5697578 | | 16 |
| 45 | 5112931 | | 5262139 | | 5409745 | | 5555702 | | 5699968 | | 15 |
| 46 | 5115431 | 41.6 | 5264612 | | 5412191 | | 5558120 | | 5702358 | | 14 |
| 47 | 5117930 | | 5267085 | | 5414637 | 40.7 | 5560538 | | 5704747 | | 13 |
| 48 | 5120429 | | 5269557 | | 5417082 | | 5562956 | | 5707136 | | 12 |
| 49 | 5122927 | | 5272029 | | 5419527 | | 5565373 | | 5709524 | | 11 |
| 50 | 5125425 | | 5274501 | | 5421972 | | 5567790 | | 5711912 | | 10 |
| 51 | 5127922 | | 5276972 | | 5424416 | | 5570206 | | 5714299 | | 9 |
| 52 | 5130419 | | 5279443 | | 5426859 | | 5572622 | 40.2 | 5716686 | | 8 |
| 53 | 5132919 | | 5281913 | | 5429302 | | 5575037 | | 5719072 | | 7 |
| 54 | 5135412 | | 5284383 | | 5431745 | | 5577452 | | 5721458 | | 6 |
| 55 | 5137908 | | 5286852 | 41.1 | 5434187 | | 5579866 | | 5723844 | 39.7 | 5 |
| 56 | 5140403 | | 5289321 | | 5436629 | | 5582280 | | 5726229 | | 4 |
| 57 | 5142898 | | 5291789 | | 5439070 | | 5584693 | | 5728613 | | 3 |
| 58 | 5145393 | | 5294257 | | 5441510 | | 5587106 | | 5730997 | | 2 |
| 59 | 5147887 | | 5296725 | 41.1 | 5443950 | | 5589518 | | 5733381 | | 1 |
| 60 | 5150381 | 41.6 | 5299192 | | 5446390 | 40.7 | 5591929 | 40.2 | 5735764 | 39.7 | 0 |
| | 59 | | 58 | | 57 | | 56 | | 55 | | |

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Min uta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| Min. | 35 | | 36 | | 37 | | 38 | | 39 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5735764 | [illegible] | 5877852 | 39.2 | 6018150 | 38.7 | 6156615 | 38.2 | 6293204 | 37.7 | 60 |
| 1 | 5738147 | | 5880205 | | 6020473 | | 6158907 | | 6295464 | | 59 |
| 2 | 5740529 | | 5882558 | | 6022796 | | 6161198 | | 6297724 | | 58 |
| 3 | 5742911 | | 5884910 | | 6025118 | | 6163489 | | 6299983 | 37.6 | 57 |
| 4 | 5745292 | | 5887262 | | 6027439 | | 6165780 | | 6302242 | | 56 |
| 5 | 5747672 | | 5889613 | | 6029760 | 38.6 | 6168070 | 38.1 | 6304501 | | 55 |
| 6 | 5750052 | | 5891964 | | 6032080 | | 6170359 | | 6306759 | | 54 |
| 7 | 5752432 | 39.6 | 5894314 | | 6034400 | | 6172648 | | 6309016 | | 53 |
| 8 | 5754811 | | 5896664 | 39.1 | 6036719 | | 6174936 | | 6311273 | | 52 |
| 9 | 5757190 | | 5899013 | | 6039038 | | 6177224 | | 6313529 | | 51 |
| 10 | 5759568 | | 5901361 | | 6041357 | | 6179512 | | 631[illegible]784 | | 50 |
| 11 | 5761946 | | 5903709 | | 6043675 | | 6181799 | | 6318039 | | 49 |
| 12 | 5764323 | | 5906056 | | 6045992 | | 6184085 | | 6320293 | | 48 |
| 13 | 5766700 | | 5908403 | | 6048309 | | 6186371 | | 6322547 | 37.5 | 47 |
| 14 | 5769076 | | 5910750 | | 6050625 | | 6188656 | | 6324800 | | 46 |
| 15 | 5771452 | | 5913096 | | 6052940 | | 6190940 | | 6327053 | | 45 |
| 16 | 5773827 | | 5915442 | | 6055255 | | 6193224 | | 6329305 | | 44 |
| 17 | 5776202 | | 5917787 | | 6057570 | | 6195508 | | 6331557 | | 43 |
| 18 | 5778576 | | 5920132 | | 6059884 | | 6197791 | 38.0 | 6333808 | | 42 |
| 19 | 5780950 | | 5922476 | | 6062198 | | 6200074 | | 6336059 | | 41 |
| 20 | 5783324 | 39.5 | 5924820 | | 6064511 | 38.5 | 6202356 | | 6338310 | | 40 |
| 21 | 5785697 | | 5927163 | 39.0 | 6066824 | | 6204638 | | 6340560 | | 39 |
| 22 | 5788069 | | 5929505 | | 6069136 | | 6206919 | | 6342809 | | 38 |
| 23 | 5790441 | | 5931847 | | 6071448 | | 6209199 | | 6345058 | | 37 |
| 24 | 5792812 | | 5934189 | | 6073759 | | 6211479 | | 6347306 | | 36 |
| 25 | 5795183 | | 5936530 | | 6076069 | | 6213758 | | 6349553 | 37.4 | 35 |
| 26 | 5797553 | | 5938871 | | 6078379 | | 6216037 | | 6351800 | | 34 |
| 27 | 5799923 | | 5941211 | | 6080688 | | 6218315 | | 6354046 | | 33 |
| 28 | 5802292 | | 5943551 | | 6082997 | | 6220593 | 37.9 | 6356292 | | 32 |
| 29 | 5804661 | | 5945890 | | 6085306 | | 6222870 | | 6358537 | | 31 |
| 30 | 5807030 | 39.5 | 5948228 | 39.0 | 6087614 | 38.5 | 6225146 | | 6360782 | 37.4 | 30 |
| | 54 | | 53 | | 52 | | 51 | | 50 | | |

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 35 | | 36 | | 37 | | 38 | | 39 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 5807030 | 39.5 | 5948228 | 39.0 | 6087614 | 38.5 | 6225146 | 37.9 | 6360782 | 7.4 | 30 |
| 31 | 5809398 | | 5950566 | | 6089922 | 38.4 | 6227422 | | 6363026 | | 29 |
| 32 | 5811766 | 39.4 | 5952904 | 38.9 | 6092229 | | 6229698 | | 6365270 | | 28 |
| 33 | 5814133 | | 5955241 | | 6094536 | | 6231973 | | 6367513 | | 27 |
| 34 | 5816499 | | 5957578 | | 6096842 | | 6234248 | | 6369756 | | 26 |
| 35 | 5818865 | | 5959914 | | 6099147 | | 6236522 | | 6371999 | | 25 |
| 36 | 5821230 | | 5962250 | | 6101452 | | 6238796 | | 6374241 | 37.3 | 24 |
| 37 | 5823595 | | 5964585 | | 6103756 | | 6241069 | | 6376482 | | 23 |
| 38 | 5825959 | | 5966919 | | 6106060 | | 6243342 | | 6378722 | | 22 |
| 39 | 5828323 | | 5969253 | | 6108364 | | 6245614 | 37.8 | 6380962 | | 21 |
| 40 | 5830687 | | 5971586 | | 6110667 | | 6247885 | | 6383201 | | 20 |
| 41 | 5833050 | | 5973919 | | 6112970 | | 6250156 | | 6385440 | | 19 |
| 42 | 5835412 | | 5976251 | | 6115272 | | 6252426 | | 6387678 | | 18 |
| 43 | 5837774 | | 5978583 | 38.2 | 6117573 | 38.3 | 6254696 | | 6389916 | | 17 |
| 44 | 5840136 | 39.3 | 5980915 | | 6119873 | | 6256966 | | 6392153 | | 16 |
| 45 | 5842497 | | 5983246 | | 6122173 | | 6259235 | | 6394390 | | 15 |
| 46 | 5844858 | | 5985577 | | 6124473 | | 6261503 | | 6396626 | | 14 |
| 47 | 5847218 | | 5987907 | | 6126772 | | 6263771 | | 6398862 | 37.2 | 13 |
| 48 | 5849578 | | 5990237 | | 6129071 | | 6266038 | | 6401097 | | 12 |
| 49 | 5851937 | | 5992566 | | 6131369 | | 6268305 | | 6403332 | | 11 |
| 50 | 5854295 | | 5994897 | | 6133667 | | 6270572 | | 6405566 | | 10 |
| 51 | 5856653 | | 5997222 | | 6135964 | | 6272838 | | 6407799 | | 9 |
| 52 | 5859010 | | 5999549 | | 6138261 | | 6275103 | 37.7 | 6410032 | | 8 |
| 53 | 5861367 | | 6001876 | | 6140557 | | 6277368 | | 6412264 | | 7 |
| 54 | 5863724 | | 6004202 | | 6142853 | | 6279632 | | 6414496 | | 6 |
| 55 | 5866080 | | 6006528 | | 6145148 | 38.2 | 6281895 | | 6416728 | | 5 |
| 56 | 5868436 | | 6008853 | 38.7 | 6147442 | | 6284158 | | 6418959 | | 4 |
| 57 | 5870791 | 39.2 | 6011178 | | 6149736 | | 6286420 | | 6421189 | | 3 |
| 58 | 5873145 | | 6013502 | | 6152030 | | 6288682 | | 6423419 | | 2 |
| 59 | 5875499 | | 6015826 | | 6154323 | | 6290943 | | 6425648 | 37.1 | 1 |
| 60 | 5877852 | 39.2 | 6018150 | 38.7 | 6156615 | 38.2 | 6293204 | 37.7 | 6427876 | | 0 |
| | 54 | | 53 | | 52 | | 51 | | 50 | | |

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 40 | | 41 | | 42 | | 43 | | 44 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6427876 | 37.1 | 6560590 | 36.6 | 6691306 | 36.0 | 6819984 | 35.4 | 6946584 | 34.9 | 60 |
| 1 | 6430104 | | 6562785 | | 6693468 | | 6822111 | | 6948676 | 34.8 | 59 |
| 2 | 6432331 | | 6564979 | | 6695629 | | 6824237 | | 6950767 | | 58 |
| 3 | 6434558 | | 6567173 | | 6697789 | | 6826363 | | 6952858 | | 57 |
| 4 | 6436785 | | 6569367 | 36.5 | 6699949 | | 6828489 | | 6954949 | | 56 |
| 5 | 6439011 | | 6571560 | | 6702108 | | 6830614 | | 6957039 | | 55 |
| 6 | 6441236 | | 6573753 | | 6704267 | | 6832738 | | 6959128 | | 54 |
| 7 | 6443461 | | 6575945 | | 6706425 | 35.9 | 6834861 | | 6961216 | | 53 |
| 8 | 6445685 | | 6578136 | | 6708582 | | 6836984 | | 6963304 | | 52 |
| 9 | 6447909 | 37.0 | 6580326 | | 6710739 | | 6839107 | | 6965392 | | 51 |
| 10 | 6450132 | | 6582516 | | 6712895 | | 6841229 | 35.3 | 6967479 | | 50 |
| 11 | 6452355 | | 6584705 | | 6715051 | | 6843350 | | 6969565 | | 49 |
| 12 | 6454577 | | 6586894 | | 6717206 | | 6845471 | | 6971651 | | 48 |
| 13 | 6456799 | | 6589082 | | 6719361 | | 6847591 | | 6973736 | 34.7 | 47 |
| 14 | 6459020 | | 6591270 | | 6721515 | | 6849711 | | 6975821 | | 46 |
| 15 | 6461240 | | 6593458 | 36.4 | 6723668 | | 6851830 | | 6977905 | | 45 |
| 16 | 6463460 | | 6595645 | | 6725821 | | 6853949 | | 6979988 | | 44 |
| 17 | 6465679 | | 6597831 | | 6727973 | | 6856067 | | 6982071 | | 43 |
| 18 | 6467898 | | 6600016 | | 6730125 | 35.8 | 6858184 | | 6984153 | | 42 |
| 19 | 6470116 | 36.9 | 6602201 | | 6732276 | | 6860301 | | 6986235 | | 41 |
| 20 | 6472333 | | 6604386 | | 6734427 | | 6862417 | | 6988316 | | 40 |
| 21 | 6474550 | | 6606570 | | 6736577 | | 6864533 | 35.2 | 6990396 | | 39 |
| 22 | 6476766 | | 6608753 | | 6738726 | | 6866648 | | 6992476 | 34.6 | 38 |
| 23 | 6478982 | | 6610936 | | 6740875 | | 6868762 | | 6994555 | | 37 |
| 24 | 6481198 | | 6613118 | | 6743024 | | 6870876 | | 6996634 | | 36 |
| 25 | 6483413 | | 6615300 | 36.3 | 6745172 | | 6872989 | | 6998712 | | 35 |
| 26 | 6485628 | | 6617481 | | 6747319 | | 6875102 | | 7000789 | | 34 |
| 27 | 6487842 | | 6619661 | | 6749465 | | 6877214 | | 7002866 | | 33 |
| 28 | 6490055 | | 6621841 | | 6751611 | | 6879325 | | 7004942 | | 32 |
| 29 | 6492268 | 36.9 | 6624021 | 36.3 | 6753757 | 35.7 | 6881436 | 35.2 | 7007018 | 34.6 | 31 |
| 30 | 6494480 | | 6626200 | | 6755902 | | 6883546 | | 7009093 | | 30 |
| | 49 | | 48 | | 47 | | 46 | | 45 | | |

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

Grad us Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 40 | | 41 | | 42 | | 43 | | 44 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 6494480 | 36.9 | 6626200 | 36.3 | 6755902 | 35.7 | 6883546 | 35.2 | 7009093 | 34.6 | 30 |
| 31 | 6496692 | 36.8 | 6628379 | | 6758047 | | 6885656 | | 7011167 | | 29 |
| 32 | 6498903 | | 6630557 | | 6760191 | | 6887765 | 35.1 | 7013241 | | 28 |
| 33 | 6501114 | | 6632734 | | 6762334 | | 6889874 | | 7015314 | 34.5 | 27 |
| 34 | 6503324 | | 6634911 | | 6764477 | | 6891982 | | 7017387 | | 26 |
| 35 | 6505533 | | 6637087 | | 6766619 | | 6894089 | | 7019459 | | 25 |
| 36 | 6507742 | | 6639263 | 36.2 | 6768760 | | 6896196 | | 7021530 | | 24 |
| 37 | 6596950 | | 6641438 | | 6770901 | | 6898302 | | 7023601 | | 23 |
| 38 | 6512158 | | 6643612 | | 6773041 | | 6900408 | | 7025671 | | 22 |
| 39 | 6514365 | | 6645786 | | 6775181 | | 6902513 | | 7027741 | | 21 |
| 40 | 6516572 | | 6647959 | | 6777320 | 35.6 | 6904617 | | 7029810 | | 20 |
| 41 | 6518778 | | 6650132 | | 6779459 | | 6906721 | | 7031879 | | 19 |
| 42 | 6520984 | | 6652304 | | 6781597 | | 6908824 | 35.0 | 7033947 | | 18 |
| 43 | 6523189 | 36.7 | 6654476 | | 6783734 | | 6910927 | | 7036014 | 34.4 | 17 |
| 44 | 6525394 | | 6656647 | | 6785871 | | 6913029 | | 7038081 | | 16 |
| 45 | 6527598 | | 6658817 | | 6788007 | | 6915131 | | 7040147 | | 15 |
| 46 | 6529801 | | 6660987 | | 6790143 | | 6917232 | | 7042213 | | 14 |
| 47 | 6532004 | | 6663156 | 36.1 | 6792278 | | 6919332 | | 7044278 | | 13 |
| 48 | 6534206 | | 6665325 | | 6794413 | | 6921432 | | 7046342 | | 12 |
| 49 | 6536408 | | 6667493 | | 6796547 | | 6923531 | | 7048406 | | 11 |
| 50 | 6538609 | | 6669661 | | 6798681 | | 6925630 | | 7050459 | | 10 |
| 51 | 6540809 | | 6671828 | | 6800814 | 35.5 | 6927728 | | 7052432 | | 9 |
| 52 | 6543009 | | 6673994 | | 6802946 | | 6929725 | 34.9 | 7054594 | | 8 |
| 53 | 6545208 | 36.6 | 6676160 | | 6805078 | | 6931922 | | 7056655 | 34.3 | 7 |
| 54 | 6547407 | | 6678326 | | 6807209 | | 6934018 | | 7058716 | | 6 |
| 55 | 6549606 | | 6680491 | | 6809340 | | 6936114 | | 7060776 | | 5 |
| 56 | 6551804 | | 6682655 | | 6811470 | | 6938209 | | 7062836 | | 4 |
| 57 | 6554001 | | 6684818 | 36.0 | 6813599 | | 6940303 | | 7064895 | | 3 |
| 58 | 6556198 | | 6686981 | | 6815728 | | 6942397 | | 7066953 | | 2 |
| 59 | 6558394 | | 6689144 | | 6817856 | | 6944491 | | 7069011 | | 1 |
| 60 | 6560590 | 36.6 | 6691306 | 36.0 | 6819984 | 35.5 | 6946584 | 34.8 | 7071068 | 34.3 | 0 |
| | 49 | | 48 | | 47 | | 46 | | 45 | | |

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 45 | | 46 | | 47 | | 48 | | 49 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 7071068 | 34.3 | 7193398 | 33.7 | 7313537 | 33.1 | 7431448 | 32.4 | 7547096 | 31.8 | 60 |
| 1 | 7073125 | | 7195418 | | 7315521 | 33.0 | 7433394 | | 7549004 | | 59 |
| 2 | 7075181 | 34.2 | 7197438 | | 7317504 | | 7435339 | | 7550911 | | 58 |
| 3 | 7077236 | | 7199457 | 33.6 | 7319486 | | 7437284 | | 7552818 | | 57 |
| 4 | 7079291 | | 7201476 | | 7321468 | | 7439229 | | 7554724 | | 56 |
| 5 | 7081345 | | 7203494 | | 7323449 | | 7441173 | | 7556630 | | 55 |
| 6 | 7083399 | | 7205511 | | 7325429 | | 7443116 | | 7558535 | 31.7 | 54 |
| 7 | 7085452 | | 7207527 | | 7327409 | | 7445058 | | 7560439 | | 53 |
| 8 | 7087504 | | 7209543 | | 7329388 | | 7447000 | 32.3 | 7562343 | | 52 |
| 9 | 7089556 | | 7211559 | | 7331367 | | 7448941 | | 7564246 | | 51 |
| 10 | 7091607 | | 7213574 | | 7333345 | 32.9 | 7450882 | | 7566148 | | 50 |
| 11 | 7093658 | | 7215588 | | 7335322 | | 7452822 | | 7568050 | | 49 |
| 12 | 7095708 | | 7217601 | 33.5 | 7337298 | | 7454761 | | 7569951 | | 48 |
| 13 | 7097757 | 34.1 | 7219614 | | 7339274 | | 7456699 | | 7571851 | | 47 |
| 14 | 7099806 | | 7221627 | | 7341250 | | 7458637 | | 7573751 | | 46 |
| 15 | 7101854 | | 7223639 | | 7343225 | | 7460574 | | 7575650 | 31.6 | 45 |
| 16 | 7103902 | | 7225651 | | 7345199 | | 7462511 | | 7577548 | | 44 |
| 17 | 7105949 | | 7227662 | | 7347173 | | 7464447 | | 7579446 | | 43 |
| 18 | 7107995 | | 7229672 | | 7349146 | | 7466382 | 32.2 | 7581343 | | 42 |
| 19 | 7110041 | | 7231681 | | 7351118 | | 7468317 | | 7583240 | | 41 |
| 20 | 7112086 | | 7233689 | | 7353090 | 2.8 | 7470251 | | 7585136 | | 40 |
| 21 | 7114131 | | 7235697 | | 7355061 | | 7472184 | | 7587031 | | 39 |
| 22 | 7116175 | | 7237704 | 33.4 | 7357031 | | 7474117 | | 7588925 | | 38 |
| 23 | 7118218 | 34.0 | 7239711 | | 7359001 | | 7476249 | | 7590819 | | 37 |
| 24 | 7120261 | | 7241718 | | 7360970 | | 7477981 | | 7592713 | | 36 |
| 25 | 7122303 | | 7243724 | | 7362939 | | 7479912 | | 7594606 | 31.5 | 35 |
| 26 | 7124344 | | 7245729 | | 7364907 | | 7481842 | | 7596498 | | 34 |
| 27 | 7126385 | | 7247733 | | 7366874 | | 7483771 | 32.1 | 7598389 | | 33 |
| 28 | 7128425 | | 7249737 | | 7368841 | | 7485700 | | 7600280 | | 32 |
| 29 | 7130465 | | 7251741 | | 7370807 | | 7487629 | | 7602170 | | 31 |
| 30 | 7132504 | 34.0 | 7253744 | 33.4 | 7372773 | 32.8 | 7489557 | 32.1 | 7604060 | 31.5 | 30 |
| | 44 | | 43 | | 42 | | 41 | | 40 | | |

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus, rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 45 | | 46 | | 47 | | 48 | | 49 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 7132504 | 34.0 | 7253744 | 3 4 | 7372773 | 32.7 | 7489557 | 32.1 | 7604060 | 31.5 | 30 |
| 31 | 7134543 | | 7255746 | | 7374738 | | 7491484 | | 7605949 | | 29 |
| 32 | 7136581 | 33.9 | 7257747 | 33.3 | 7376702 | | 7493410 | | 7607837 | | 28 |
| 33 | 7138618 | | 7259748 | | 7378666 | | 7495336 | | 7609725 | | 27 |
| 34 | 7140655 | | 7261749 | | 7380629 | | 7497262 | | 7611612 | 31.4 | 26 |
| 35 | 7142691 | | 7263749 | | 7382592 | | 7499187 | | 7613498 | | 25 |
| 36 | 7144727 | | 7265748 | | 7384554 | | 7501111 | | 7615384 | | 24 |
| 37 | 7146762 | | 7267746 | | 7386515 | | 7503034 | 32.0 | 7617269 | | 23 |
| 38 | 7148796 | | 7269744 | | 7388475 | | 7504957 | | 7619153 | | 22 |
| 39 | 7150830 | | 7271741 | | 7390435 | | 7506879 | | 7621037 | | 21 |
| 40 | 7152863 | | 7273737 | | 7392394 | 32.6 | 7508801 | | 7622920 | | 20 |
| 41 | 7154895 | | 7275733 | | 7394353 | | 7510722 | | 7624802 | 31.3 | 19 |
| 42 | 7156927 | | 7277728 | 33.2 | 7396311 | | 7512642 | | 7626683 | | 18 |
| 43 | 7158958 | 33.8 | 7279722 | | 7398268 | | 7514561 | | 7628564 | | 17 |
| 44 | 7160989 | | 7281716 | | 7400225 | | 7516480 | | 7630445 | | 16 |
| 45 | 7163019 | | 7283710 | | 7402181 | | 7518398 | | 7632325 | | 15 |
| 46 | 7165049 | | 7285703 | | 7404137 | | 7520316 | | 7634204 | | 14 |
| 47 | 7167078 | | 7287695 | | 7406092 | | 7522233 | 31.9 | 7636082 | | 13 |
| 48 | 7169106 | | 7289687 | | 7408046 | | 7524149 | | 7637960 | | 12 |
| 49 | 7171134 | | 7291678 | | 7410000 | | 7526065 | | 7639838 | | 11 |
| 50 | 7173161 | | 7293668 | | 7411953 | 32.5 | 7527980 | | 7641715 | | 10 |
| 51 | 7175187 | | 7295658 | | 7413905 | | 7529894 | | 7643591 | | 9 |
| 52 | 7177213 | | 7297647 | 33.1 | 7415856 | | 7531808 | | 7645466 | 31.2 | 8 |
| 53 | 7179238 | 33.7 | 7299635 | | 7417807 | | 7533721 | | 7647341 | | 7 |
| 54 | 7181263 | | 7301623 | | 7419758 | | 7535634 | | 7649215 | | 6 |
| 55 | 7183287 | | 7303610 | | 7421708 | | 7537546 | | 7651088 | | 5 |
| 56 | 7185310 | | 7305597 | | 7423657 | | 7539457 | 31.8 | 7652961 | | 4 |
| 57 | 7187333 | | 7307583 | | 7425605 | | 7541367 | | 7654833 | | 3 |
| 58 | 7189355 | | 7309568 | | 7427553 | | 7543277 | | 7656704 | | 2 |
| 59 | 7191377 | | 7311553 | | 7429501 | | 7545187 | | 7658575 | | 1 |
| 60 | 7193398 | 33. | 7313537 | 33.1 | 7431448 | 32.4 | 7547096 | 31.8 | 7660445 | 31.2 | 0 |
| | 44 | | 43 | | 42 | | 41 | | 40 | | |

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

## Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis

| Min. | 50 | | 51 | | 52 | | 53 | | 54 | | Min. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 7660445 | | 7771460 | 30.5 | 7880108 | 29.8 | 7986355 | 29.2 | 8090170 | 28.5 | 60 |
| 1 | 7662314 | 31.1 | 7773290 | | 7881898 | | 7988105 | | 8091879 | | 59 |
| 2 | 7664183 | | 7775120 | | 7883688 | | 7989855 | 29.1 | 8093588 | | 58 |
| 3 | 7666051 | | 7776949 | | 7885477 | | 7991604 | | 8095296 | | 57 |
| 4 | 7667919 | | 7778777 | | 7887266 | | 7993352 | | 8097004 | 28.4 | 56 |
| 5 | 7669786 | | 7780605 | | 7889054 | | 7995100 | | 8098711 | | 55 |
| 6 | 7671652 | | 7782432 | 30.4 | 7890841 | | 7996847 | | 8100417 | | 54 |
| 7 | 7673517 | | 7784258 | | 7892927 | | 7998593 | | 8102122 | | 53 |
| 8 | 7675382 | | 7786084 | | 7894413 | 29.7 | 8000339 | | 8103827 | | 52 |
| 9 | 7677246 | | 7787909 | | 7896198 | | 8002084 | | 8105531 | | 51 |
| 10 | 7679110 | | 7789833 | | 7897983 | | 8003828 | 29.0 | 8107234 | | 50 |
| 11 | 7680973 | 31.0 | 7791557 | | 7899767 | | 8005571 | | 8108936 | | 49 |
| 12 | 7682835 | | 7793380 | | 7901550 | | 8007314 | | 8110638 | | 48 |
| 13 | 7684697 | | 7795202 | | 7903332 | | 8009056 | | 8112339 | 28.3 | 47 |
| 14 | 7686558 | | 7797024 | | 7905114 | | 8010797 | | 8114040 | | 46 |
| 15 | 7688418 | | 7798845 | 30.3 | 7906895 | | 8012538 | | 8115740 | | 45 |
| 16 | 7690278 | | 7800665 | | 7908676 | | 8014278 | | 8117439 | | 44 |
| 17 | 7692137 | | 7802485 | | 7910456 | | 8016017 | | 8119137 | | 43 |
| 18 | 7693995 | | 7804304 | | 7912235 | 29.6 | 8017756 | | 8120835 | | 42 |
| 19 | 7695853 | | 7806123 | | 7914014 | | 8019494 | | 8122532 | | 41 |
| 20 | 7697710 | 30.9 | 7807941 | | 7915792 | | 8021232 | 28.9 | 8124229 | | 40 |
| 21 | 7699566 | | 7809758 | | 7917569 | | 8022969 | | 8125925 | | 39 |
| 22 | 7701422 | | 7811574 | | 7919345 | | 8024705 | | 8127620 | 8.2 | 38 |
| 23 | 7703277 | | 7813390 | | 7921121 | | 8026440 | | 8129314 | | 37 |
| 24 | 7705132 | | 7815205 | 30.2 | 7922896 | | 8028175 | | 8131008 | | 36 |
| 25 | 7706986 | | 7817020 | | 7924671 | | 8029909 | | 8132701 | | 35 |
| 26 | 7708839 | | 7818834 | | 7926445 | 29.5 | 8031642 | | 8134393 | | 34 |
| 27 | 7710692 | | 7820647 | | 7928218 | | 8033375 | | 8136084 | | 33 |
| 28 | 7712544 | | 7822459 | | 7929990 | | 8035107 | 28.8 | 8137775 | | 32 |
| 29 | 7714395 | 30.8 | 7824271 | | 7931762 | | 8036838 | | 8139465 | | 31 |
| 30 | 7716246 | | 7826082 | 30.[illegible] | 7933533 | 29.5 | 8038569 | | 8141155 | [illegible] | 30 |
| | 39 | | 38 | | 37 | | 36 | | 35 | | |

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 50 | | 51 | | 52 | | 53 | | 54 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 7716246 | 30.8 | 7826082 | 30.2 | 7933533 | 29.5 | 8038569 | 28.8 | 8141155 | 28.1 | 30 |
| 31 | 7718096 | | 7827892 | | 7935303 | | 8040299 | | 8142844 | | 29 |
| 32 | 7719945 | | 7829702 | 30.1 | 7937073 | | 8042028 | | 8144532 | | 28 |
| 33 | 7721794 | | 7831511 | | 7938842 | | 8043757 | | 8146220 | | 27 |
| 34 | 7723642 | | 7833320 | | 7940611 | | 8045485 | | 8147907 | | 26 |
| 35 | 7725490 | | 7835128 | | 7942379 | | 8047212 | | 8149593 | | 25 |
| 36 | 7727337 | | 7836935 | | 7944146 | 29.4 | 8048938 | | 8151278 | | 24 |
| 37 | 7729183 | | 7838741 | | 7945912 | | 8050664 | | 8152963 | | 23 |
| 38 | 7731028 | 30.7 | 7840547 | | 7947678 | | 8052389 | 28.7 | 8154647 | | 22 |
| 39 | 7732872 | | 7842352 | | 7949443 | | 8054114 | | 8156330 | 28.0 | 21 |
| 40 | 7734716 | | 7844157 | | 7951208 | | 8055838 | | 8158013 | | 20 |
| 41 | 7736559 | | 7845961 | | 7952972 | | 8057561 | | 8159695 | | 19 |
| 42 | 7738402 | | 7847764 | 30.0 | 7954735 | | 8059283 | | 8161376 | | 18 |
| 43 | 7740244 | | 7849566 | | 7956497 | | 8061005 | | 8163057 | | 17 |
| 44 | 7742085 | | 7851368 | | 7958259 | | 8062726 | | 8164737 | | 16 |
| 45 | 7743926 | | 7853169 | | 7960020 | 29.3 | 8064446 | | 8166416 | | 15 |
| 46 | 7745766 | | 7854970 | | 7961780 | | 8066166 | 28.6 | 8168094 | | 14 |
| 47 | 7747606 | | 7856770 | | 7963540 | | 806788[illegible] | | 8169772 | | 13 |
| 48 | 7749445 | 30.6 | 7858569 | | 7965298 | | 8069603 | | 81714[illegible]9 | 27.9 | 12 |
| 49 | 7751283 | | 7860368 | | 7967057 | | 8071321 | | 8173126 | | 11 |
| 50 | 7753121 | | 7862166 | 29.9 | 796881[illegible] | | 8073038 | | 8174802 | | 10 |
| 51 | 7754958 | | 7863963 | | 7970[illegible]72 | | 8074754 | | 8176477 | | 9 |
| 52 | 7756794 | | 7865759 | | 7972328 | | 8076470 | | 8178151 | | 8 |
| 53 | 7758630 | | 7867555 | | 7974084 | | 8078[illegible]85 | | 8179825 | | 7 |
| 54 | 7760465 | | 7869350 | | 7975839 | 29.2 | 8079899 | | 8181498 | | 6 |
| 55 | 7762299 | | 7871145 | | 7977593 | | 8081613 | 28.5 | 8183170 | | 5 |
| 56 | 7764132 | 30.5 | 7872939 | | 7979347 | | 8083326 | | 8184841 | 27.8 | 4 |
| 57 | 7765965 | | 7874732 | | 7981100 | | 8085038 | | 8186512 | | 3 |
| 58 | 7767797 | | 7876525 | | 7982852 | | 8086749 | | 8188182 | | 2 |
| 59 | 7769629 | | 7878317 | 29.8 | 7984604 | | 8088460 | | 8189851 | | 1 |
| 60 | 7771460 | 30.5 | 7880108 | | 7986355 | 29.2 | 8090170 | 28.5 | 8191520 | 27.8 | 0 |
| | 39 | | 38 | | 37 | | 36 | | 35 | | |

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 55 | | 56 | | 57 | | 58 | | 59 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 8191520 | 27.8 | 8290376 | 27.1 | 8386706 | 26.4 | 8480481 | 25.7 | 8571673 | 25.0 | 60 |
| 1 | 8193188 | | 8292002 | | 8388290 | | 8482022 | | 8573171 | | 59 |
| 2 | 8194855 | | 8293628 | | 8389873 | | 8483562 | | 8574668 | 24.9 | 58 |
| 3 | 8196522 | | 8295253 | | 8391456 | | 8485102 | | 8576164 | | 57 |
| 4 | 8198188 | | 8296877 | | 8393038 | 26.3 | 8486641 | 25.6 | 8577660 | | 56 |
| 5 | 8199854 | | 8298501 | | 8394619 | | 8488180 | | 8579155 | | 55 |
| 6 | 8201519 | 27.7 | 8300124 | 27.0 | 8396199 | | 8489718 | | 8580649 | | 54 |
| 7 | 8203183 | | 8301746 | | 8397778 | | 8491255 | | 8582142 | | 53 |
| 8 | 8204846 | | 8303367 | | 8399357 | | 8492791 | | 8583635 | | 52 |
| 9 | 8206508 | | 8304987 | | 8400935 | | 8494326 | | 8585127 | | 51 |
| 10 | 8208170 | | 8306607 | | 8402513 | | 8495860 | | 8586619 | | 50 |
| 11 | 8209831 | | 8308226 | | 8404090 | | 8497394 | | 8588110 | 24.8 | 49 |
| 12 | 8211491 | | 8309844 | | 8405666 | | 8498927 | 25.5 | 8589600 | | 48 |
| 13 | 8213151 | | 8311462 | | 8407241 | | 8500459 | | 8591089 | | 47 |
| 14 | 8214810 | 27.6 | 8313079 | 26.9 | 8408816 | 26.2 | 8501991 | | 8592577 | | 46 |
| 15 | 8216469 | | 8314696 | | 8410390 | | 8503522 | | 8594064 | | 45 |
| 16 | 8218127 | | 8316312 | | 8411963 | | 8505052 | | 8595551 | | 44 |
| 17 | 8219784 | | 8317927 | | 8413536 | | 8506582 | | 8597037 | | 43 |
| 18 | 8221440 | | 8319541 | | 8415108 | | 8508111 | | 8598523 | | 42 |
| 19 | 8223096 | | 8321155 | | 8416679 | | 8509639 | | 8600008 | 24.7 | 41 |
| 20 | 8224751 | | 8322768 | | 8418250 | | 8511167 | | 8601492 | | 40 |
| 21 | 8226405 | | 8324380 | | 8419820 | | 8512694 | 25.4 | 8602975 | | 39 |
| 22 | 8228058 | 27.5 | 8325991 | 26.8 | 8421389 | 26.1 | 8514220 | | 8604457 | | 38 |
| 23 | 8229711 | | 8327602 | | 8422957 | | 8515745 | | 8605939 | | 37 |
| 24 | 8231363 | | 8329212 | | 8424525 | | 8517270 | | 8607420 | | 36 |
| 25 | 8233015 | | 8330822 | | 8426092 | | 8518794 | | 8608901 | | 35 |
| 26 | 8234666 | | 8332431 | | 8427658 | | 8520317 | | 8610381 | | 34 |
| 27 | 8236316 | | 8334039 | | 8429223 | | 8521839 | | 8611860 | 24.6 | 33 |
| 28 | 8237965 | | 8335646 | | 8430788 | | 8523361 | | 8613336 | | 32 |
| 29 | 8239614 | | 8337252 | | 8432352 | | 8524882 | 25.3 | 8614815 | | 31 |
| 30 | 8241262 | 27.5 | 8338858 | 26.8 | 843391 | [illegible] | 8526402 | | 8616292 | [illegible] | 30 |
| | 34 | | 33 | | 32 | | 31 | | 30 | | |

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 55 | | 56 | | 57 | | 58 | | 59 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 8241262 | 27.4 | 8338858 | 26.7 | 8434915 | 26.0 | 8526402 | 25.3 | 8616292 | 24.6 | [illegible] |
| 31 | 8242909 | | 8340463 | | 8435477 | | 8527921 | | 8617768 | | 29 |
| 32 | 8244556 | | 8342067 | | 8437039 | | 8529440 | | 8619243 | | 28 |
| 33 | 8246202 | | 8343671 | | 8438600 | | 8530958 | | 8620718 | | 27 |
| 34 | 8247847 | | 8345244 | | 8440161 | | 8532476 | | 8622192 | | 26 |
| 35 | 8249492 | | 8346877 | | 8441721 | | 8533993 | | 8623665 | 24.5 | 25 |
| 36 | 8251136 | | 8348479 | | 8443280 | [illegible] | 8535509 | 25.2 | 8625137 | | 24 |
| 37 | 8252779 | | 8350080 | | 8444838 | | 8537024 | | 8626608 | | 23 |
| 38 | 8254421 | | 8351680 | 26.6 | 8446396 | | 8538538 | | 8628079 | | 22 |
| 39 | 8256662 | 27.3 | 8353279 | | 8447953 | 25.9 | 8540052 | | 8629549 | | 21 |
| 40 | 8257703 | | 8354878 | | 8449509 | | 8541565 | | 8631019 | | 20 |
| 41 | 8259343 | | 8356476 | | 8451064 | | 8543077 | | 8632488 | | 19 |
| 42 | 8260982 | | 8358073 | | 8452618 | | 8544588 | | 8633956 | | 18 |
| 43 | 8262621 | | 8359670 | | 8454172 | | 8546099 | | 8635423 | 24.4 | 17 |
| 44 | 8264259 | | 8361266 | | 8455725 | | 8547609 | | 8636889 | | 16 |
| 45 | 8265897 | | 8362862 | | 8457278 | | 8549119 | | 8638355 | | 15 |
| 46 | 8267534 | | 8364457 | | 8458830 | | 8550628 | 25.4 | 8639820 | | 14 |
| 47 | 8269170 | | 8366051 | | 8460381 | 25.8 | 8552136 | | 8641284 | | 13 |
| 48 | 8270806 | | 8367644 | 26.5 | 8461932 | | 8553643 | | 8642748 | | 12 |
| 49 | 8272441 | 27.2 | 8369236 | | 8463482 | | 8555149 | | 8644211 | | 11 |
| 50 | 8274075 | | 8370828 | | 8465031 | | 8556655 | | 8645673 | | 10 |
| 51 | 8275708 | | 8372419 | | 8466579 | | 8558160 | | 8647134 | 24.3 | 9 |
| 52 | 8277340 | | 8374009 | | 8468126 | | 8559664 | | 8648595 | | 8 |
| 53 | 8278972 | | 8375599 | | 8469673 | | 8561168 | | 8650055 | | 7 |
| 54 | 8280603 | | 8377188 | | 8471219 | | 8562671 | 25.0 | 8651514 | | 6 |
| 55 | 8282234 | | 8378776 | | 8472765 | | 8564173 | | 8652673 | | 5 |
| 56 | 8283864 | | 8380363 | 26.4 | 8474310 | 25.7 | 8565675 | | 8654431 | | 4 |
| 57 | 8285493 | 27.1 | 8381950 | | 8475854 | | 8567176 | | 8655888 | | 3 |
| 58 | 8287121 | | 8383536 | | 8477397 | | 8568676 | | 8657344 | | 2 |
| 59 | 8288749 | | 8385121 | | 8478939 | | 8570175 | | 8658799 | 24.2 | 1 |
| 60 | 8290376 | 27.1 | 8386706 | 26.4 | 8480481 | 25.7 | 8571673 | 5.0 | 8660254 | | 0 |
| | 34 | | 33 | | 32 | | 31 | | 30 | | |

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrantis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 60 | | 61 | | 62 | | 63 | | 64 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 8660254 | 24.2 | 8746197 | 23.5 | 8829476 | | 8910065 | 22.0 | 8987940 | | 60 |
| 1 | 8661708 | | 8747607 | | 8830841 | 22.7 | 8911385 | | 8989215 | 21.2 | 59 |
| 2 | 8663162 | | 8749016 | | 8832205 | | 8912704 | | 8990489 | | 58 |
| 3 | 8664615 | | 8750425 | | 8833569 | | 8914023 | | 8991762 | | 57 |
| 4 | 8666067 | | 8751833 | 23.4 | 8834932 | | 8915341 | | 8993035 | | 56 |
| 5 | 8667518 | | 8753240 | | 8836295 | | 8916659 | | 8994307 | | 55 |
| 6 | 8668968 | 24.1 | 8754646 | | 8837657 | | 8917976 | 21.9 | 8995578 | | 54 |
| 7 | 8670417 | | 8756051 | | 8839018 | | 8919292 | | 8996848 | | 53 |
| 8 | 8671866 | | 8757456 | | 8840378 | 22.6 | 8920607 | | 8998117 | 21.1 | 52 |
| 9 | 8673314 | | 8758860 | | 8841737 | | 8921921 | | 8999386 | | 51 |
| 10 | 8674762 | | 8760263 | | 8843095 | | 8923234 | | 9000654 | | 50 |
| 11 | 8676209 | | 8761665 | | 8844452 | | 8924546 | | 9001921 | | 49 |
| 12 | 8677655 | | 8763067 | | 8845809 | | 8925858 | | 9003187 | | 48 |
| 13 | 8679100 | | 8764468 | 23.3 | 8847165 | | 8927169 | 21.8 | 9004453 | | 47 |
| 14 | 8680544 | | 8765868 | | 8848521 | | 8928479 | | 9005718 | | 46 |
| 15 | 8681988 | 24.0 | 8767268 | | 8849876 | | 8929789 | | 9006982 | | 45 |
| 16 | 8683431 | | 8768667 | | 8851230 | 22.5 | 8931098 | | 9008245 | 21.0 | 44 |
| 17 | 8684874 | | 8770065 | | 8852583 | | 8932406 | | 9009508 | | 43 |
| 18 | 8686316 | | 8771462 | | 8853936 | | 8933714 | | 9010770 | | 42 |
| 19 | 8687757 | | 8772859 | | 8855288 | | 8935021 | | 9012031 | | 41 |
| 20 | 8689197 | | 8774255 | | 8856639 | | 8936327 | | 9013292 | | 40 |
| 21 | 8690636 | | 8775650 | 23.2 | 8857989 | | 8937632 | 21.7 | 9014552 | | 39 |
| 22 | 8692074 | | 8777044 | | 8859338 | | 8938936 | | 9015811 | | 38 |
| 23 | 8693512 | 23.9 | 8778437 | | 8860687 | | 8940240 | | 9017069 | 20.9 | 37 |
| 24 | 8694949 | | 8779830 | | 8862035 | | 8941543 | | 9018326 | | 36 |
| 25 | 8696386 | | 8781222 | | 8863383 | | 8942845 | | 9019582 | | 35 |
| 26 | 8697822 | | 8782613 | | 8864730 | 22.4 | 8944146 | | 9020838 | | 34 |
| 27 | 8699257 | | 8784003 | | 8866076 | | 8945446 | | 9022093 | | 33 |
| 28 | 8700691 | | 8785393 | | 8867421 | | 8946746 | | 9023347 | | 32 |
| 29 | 8702124 | | 8786782 | 23.1 | 8868765 | | 8948045 | 21.6 | 9024600 | 20.9 | 31 |
| 30 | 8703557 | 23.9 | 8788171 | | 8870108 | 22.4 | 8949344 | | 9025853 | | 30 |
| | 29 | | 28 | | 27 | | 26 | | 25 | | |

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 60 | | 61 | | 62 | | 63 | | 64 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 8703557 | 23.9 | 8788171 | 23.1 | 8870108 | 22.4 | 8949344 | 21.6 | 9025853 | 20.9 | 30 |
| 31 | 8704989 | | 8789559 | | 8871451 | | 8950642 | | 9027105 | | 29 |
| 32 | 8706420 | 23.8 | 8790946 | | 8872793 | 22.3 | 8951939 | | 9028356 | 20.8 | 28 |
| 33 | 8707851 | | 8792332 | | 8874134 | | 8953235 | | 9029606 | | 27 |
| 34 | 8709281 | | 8793717 | | 8875475 | | 8954530 | | 9030856 | | 26 |
| 35 | 8710710 | | 8795102 | | 8876815 | | 8955824 | | 9032105 | | 25 |
| 36 | 8712138 | | 8796486 | 23.0 | 8878154 | | 8957117 | 21.5 | 9033353 | | 24 |
| 37 | 8713565 | | 8797869 | | 8879492 | | 8958410 | | 9034600 | | 23 |
| 38 | 8714992 | | 8799251 | | 8880830 | | 8959702 | | 9035847 | | 22 |
| 39 | 8716418 | | 8800633 | | 8882167 | | 8960994 | | 9037093 | | 21 |
| 40 | 8717844 | | 8802014 | | 8883503 | | 8962285 | | 9038338 | 207 | 20 |
| 41 | 8719269 | 23.7 | 8803394 | | 8884838 | 22.2 | 8963575 | | 9039582 | | 19 |
| 42 | 8720693 | | 8804773 | | 8886172 | | 8964804 | | 9040825 | | 18 |
| 43 | 8722116 | | 8806152 | | 8887506 | | 8966152 | | 9042068 | | 17 |
| 44 | 8723538 | | 8807530 | | 8888839 | | 8967440 | | 9043310 | | 16 |
| 45 | 8724960 | | 8808907 | 22.9 | 8890171 | | 8968727 | 21.4 | 9044551 | | 15 |
| 46 | 8726381 | | 8810283 | | 8891502 | | 8970013 | | 9045791 | | 14 |
| 47 | 8727801 | | 8811659 | | 8892833 | | 8971299 | | 9047031 | | 13 |
| 48 | 8729221 | | 8813034 | | 8894163 | | 8972584 | | 9048270 | 20.6 | 12 |
| 49 | 8730640 | 23.6 | 8814408 | | 8895492 | 22.1 | 8973868 | | 9049508 | | 11 |
| 50 | 8732058 | | 8815782 | | 8896821 | | 8975151 | | 9050746 | | 10 |
| 51 | 8733475 | | 8817155 | | 8898149 | | 8976433 | | 9051983 | | 9 |
| 52 | 8734891 | | 8818527 | | 8899476 | | 8977715 | | 9053219 | | 8 |
| 53 | 8736307 | | 8819898 | 22.8 | 8900802 | | 8978996 | 21.3 | 9054454 | | 7 |
| 54 | 8737722 | | 8821268 | | 8902127 | | 8980276 | | 9055688 | | 6 |
| 55 | 8739137 | | 8822638 | | 8903452 | | 8981555 | | 9056922 | | 5 |
| 56 | 8740551 | | 8824007 | | 8904776 | | 8982833 | | 9058155 | | 4 |
| 57 | 8741964 | 23.5 | 8825375 | | 8906099 | 22.0 | 8984111 | | 9059387 | 20.5 | 3 |
| 58 | 8743376 | | 8826743 | | 8907422 | | 8985388 | | 9060618 | | 2 |
| 59 | 8744787 | | 8828110 | | 8908744 | | 8986664 | | 9061848 | | 1 |
| 60 | 8746197 | 23.5 | 8829476 | 22.8 | 8910065 | 22.0 | 8987940 | 2[illegible] | 9063078 | 20.5 | 0 |
| | 29 | | 28 | | 27 | | 26 | | 25 | | |

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

| | 65 | | 66 | | 67 | | 68 | | 69 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 9063078 | 20.5 | 9135455 | 19.7 | 9205049 | 18.9 | 9271836 | 18.1 | 9335804 | 17.4 | 60 |
| 1 | 9064307 | | 9136638 | | 9206185 | | 9272928 | | 9336846 | 17.3 | 59 |
| 2 | 9065525 | | 9137820 | | 9107321 | | 9274017 | | 9337887 | | 58 |
| 3 | 9066763 | | 9139001 | | 9208456 | | 9275105 | | 9338928 | | 57 |
| 4 | 9067990 | 20.4 | 9140181 | | 9209590 | | 9276192 | | 9339968 | | 56 |
| 5 | 9069216 | | 9141361 | | 9210723 | | 9277278 | | 9341007 | | 55 |
| 6 | 9070441 | | 9142540 | 19.6 | 9211855 | 18.8 | 9278363 | | 9342045 | | 54 |
| 7 | 9071665 | | 9143718 | | 9212986 | | 9279448 | | 9343082 | | 53 |
| 8 | 9072889 | | 9144895 | | 9214117 | | 9280532 | | 9344119 | | 52 |
| 9 | 9074112 | | 9146072 | | 9215247 | | 9281615 | 18.0 | 9345155 | | 51 |
| 10 | 9075334 | | 9147248 | | 9216376 | | 9282697 | | 9346190 | 17.2 | 50 |
| 11 | 9076555 | 20.3 | 9148423 | | 9217504 | | 9283778 | | 9347224 | | 49 |
| 12 | 9077775 | | 9149597 | | 9218631 | | 9284859 | | 6348257 | | 48 |
| 13 | 9078995 | | 9150770 | 9.5 | 9219758 | | 9285939 | | 9349289 | | 47 |
| 14 | 9080214 | | 9151943 | | 9220884 | | 9287018 | | 9350321 | | 46 |
| 15 | 9081432 | | 9153115 | | 9222010 | 18.7 | 9288096 | 17.9 | 9351352 | | 45 |
| 16 | 9082649 | | 9154286 | | 9223135 | | 9289173 | | 9352382 | | 44 |
| 17 | 9083866 | | 9155457 | | 9224259 | | 9290250 | | 9353411 | 17.1 | 43 |
| 18 | 9085082 | 20.2 | 9156627 | | 9225382 | | 9291326 | | 9354440 | | 42 |
| 19 | 9086297 | | 9157796 | | 9226304 | | 9292401 | | 9355468 | | 41 |
| 20 | 9087512 | | 9158964 | | 9227625 | | 9293476 | | 9356495 | | 40 |
| 21 | 9088726 | | 9160131 | 19.4 | 9228746 | | 9294550 | | 9357521 | | 39 |
| 22 | 9089939 | | 9161297 | | 9229866 | | 9295623 | | 9358546 | | 38 |
| 23 | 9091151 | | 9162463 | | 9230985 | 18.6 | 9296695 | | 9359571 | | 37 |
| 24 | 9092362 | | 9163628 | | 9232103 | | 9297766 | 17.8 | 9360595 | | 36 |
| 25 | 9093572 | 20.1 | 9164792 | | 9233220 | | 9298836 | | 9361618 | 17.0 | 35 |
| 26 | 9094781 | | 9165955 | | 9234337 | | 9299905 | | 9362640 | | 34 |
| 27 | 9095990 | | 9167117 | | 9235453 | | 9300974 | | 9363662 | | 33 |
| 28 | 9097198 | | 9168279 | | 9236568 | | 9302042 | | 9364683 | | 32 |
| 29 | 9098406 | | 9169440 | 19.3 | 9237682 | 18.5 | 9303109 | | 9365703 | | 31 |
| 30 | 9099613 | 20.1 | 9170601 | | 9238795 | | 9304176 | 17.8 | 9366722 | 17.0 | 30 |
| | 24 | | 23 | | 22 | | 21 | | 20 | | |

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| Min. | 65 | | 66 | | 67 | | 68 | | 69 | | Min. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 9099613 | 20.1 | 9170601 | 19.3 | 9238795 | 18.5 | 9304176 | 17.8 | 9366722 | 17.0 | 30 |
| 31 | 9100819 | | 9171761 | | 9239908 | | 9305242 | | 9367740 | | 29 |
| 32 | 9102024 | | 9172920 | | 9241020 | | 9306307 | 17.7 | 9368758 | | 28 |
| 33 | 9103228 | | 9174078 | | 9242131 | | 9307371 | | 9369775 | 16.9 | 27 |
| 34 | 9104432 | 20.0 | 9175235 | | 9243242 | | 9308434 | | 9370791 | | 26 |
| 35 | 9105635 | | 9176391 | | 9244352 | | 9309497 | | 9371806 | | 25 |
| 36 | 9106837 | | 9177547 | 19.2 | 9245461 | | 9310559 | | 9372820 | | 24 |
| 37 | 9108038 | | 9178702 | | 9246569 | | 9311620 | | 9373834 | | 23 |
| 38 | 9109238 | | 9179856 | | 9247676 | 18.4 | 9312680 | | 9374847 | | 22 |
| 39 | 9110438 | | 9181009 | | 9248782 | | 9313739 | 17.6 | 9375859 | | 21 |
| 40 | 9111637 | | 9182161 | | 9249888 | | 9314798 | | 9376870 | 16.8 | 20 |
| 41 | 9112835 | | 9183313 | | 9250993 | | 9315856 | | 9377880 | | 19 |
| 42 | 9114032 | 19.9 | 9184464 | | 9252097 | | 9316913 | | 9378889 | | 18 |
| 43 | 9115229 | | 9185614 | 19.1 | 9253200 | | 9317969 | | 9379898 | | 17 |
| 44 | 9116425 | | 9186763 | | 9254303 | | 9319024 | | 9380906 | | 16 |
| 45 | 9117620 | | 9187912 | | 9255405 | | 9320079 | | 9381913 | | 15 |
| 46 | 9118814 | | 9189060 | | 9256506 | 18.3 | 9321133 | | 9382919 | | 14 |
| 47 | 9120007 | | 9190207 | | 9257606 | | 9322186 | 17.5 | 9383925 | | 13 |
| 48 | 9121200 | | 9191353 | | 9258706 | | 9323238 | | 9384930 | 16.7 | 12 |
| 49 | 9122392 | | 9192499 | | 9259805 | | 9324290 | | 9385934 | | 11 |
| 50 | 9123584 | | 9193644 | | 9260903 | | 9325341 | | 9386937 | | 10 |
| 51 | 9124775 | 19.8 | 9194788 | | 9262000 | | 9326391 | | 9387939 | | 9 |
| 52 | 9125965 | | 9195931 | 19.0 | 9263096 | | 9327440 | | 9388941 | | 8 |
| 53 | 9127154 | | 9197073 | | 9264192 | | 9328488 | | 9389942 | | 7 |
| 54 | 9128342 | | 9198215 | | 9265287 | 18.2 | 9329535 | 17.4 | 9390942 | | 6 |
| 55 | 9129526 | | 9199356 | | 9266381 | | 9330582 | | 9391941 | 16.6 | 5 |
| 56 | 9130716 | | 9200496 | | 9267474 | | 9331628 | | 9392940 | | 4 |
| 57 | 9131902 | | 9201635 | | 9268566 | | 9332673 | | 9393938 | | 3 |
| 58 | 9133087 | 19.7 | 9202774 | | 9269658 | | 9333717 | | 939493[illegible] | | 2 |
| 59 | 9134271 | | 9203912 | | 9270749 | | 9334761 | | 9395931 | | 1 |
| 60 | 9135455 | 19.7 | 9205049 | 18.9 | 9271839 | 18.2 | 9335804 | 17.[illegible] | 9396926 | 6.6 | 0 |
| | 24 | | 23 | | 22 | | 21 | | 20 | | |

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

| Min. | 70 | | 71 | | 72 | | 73 | | 74 | | Min. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 9396926 | 16.6 | 9455186 | 15.8 | 9510565 | 15.0 | 9563048 | 14.2 | 9612617 | | 60 |
| 1 | 9397921 | | 9456133 | | 9511464 | | 9563898 | | 9613418 | 13.3 | 59 |
| 2 | 9398915 | | 9457079 | | 9512362 | 14.9 | 9564747 | 14.1 | 9614219 | | 58 |
| 3 | 9399908 | 16.5 | 9458024 | 15.7 | 9513259 | | 9565596 | | 9615019 | | 57 |
| 4 | 9400900 | | 9458968 | | 9514155 | | 9566444 | | 9615818 | | 56 |
| 5 | 9401891 | | 9459911 | | 9515050 | | 9567291 | | 9616616 | | 55 |
| 6 | 9402882 | | 9460854 | | 9515944 | | 9568137 | | 9617413 | | 54 |
| 7 | 9403872 | | 9461796 | | 9516838 | | 9568982 | | 9618209 | | 53 |
| 8 | 9404861 | | 9462737 | | 9517731 | | 9569826 | | 9619005 | [illegible] | 52 |
| 9 | 9405849 | 16.4 | 9463677 | 15.6 | 9518623 | 14.8 | 9570670 | 14.0 | 9619800 | | 51 |
| 10 | 9406836 | | 9464616 | | 9519514 | | 9571513 | | 9620594 | | 50 |
| 11 | 9407822 | | 9465555 | | 9520404 | | 9572355 | | 9621387 | | 49 |
| 12 | 9408808 | | 9466493 | | 9521294 | | 9573196 | | 9622179 | | 48 |
| 13 | 9409793 | | 9467430 | | 9522183 | | 9574036 | | 9622971 | | 47 |
| 14 | 9410777 | | 9468366 | | 9523071 | | 9574875 | | 9623762 | | 46 |
| 15 | 9411760 | | 9469301 | | 9523958 | | 9575714 | | 9624552 | 13.1 | 45 |
| 16 | 9412742 | | 9470236 | | 9524844 | | 9576552 | 13.9 | 9625341 | | 44 |
| 17 | 9413724 | 16.3 | 9471170 | | 9525730 | 14.7 | 9577389 | | 9626129 | | 43 |
| 18 | 9414705 | | 9472103 | 15.5 | 9526615 | | 9578225 | | 9626917 | | 42 |
| 19 | 9415685 | | 9473035 | | 9527499 | | 9579061 | | 9627704 | | 41 |
| 20 | 9416665 | | 9473967 | | 9528382 | | 9579896 | | 9628490 | | 40 |
| 21 | 9417644 | | 9474898 | | 9529264 | | 9580730 | | 9629275 | | 39 |
| 22 | 9418622 | | 9475828 | | 9530146 | | 9581563 | | 9630059 | | 38 |
| 23 | 9419599 | | 9476757 | | 9531027 | | 9582395 | 13.8 | 9630843 | 13.0 | 37 |
| 24 | 9420575 | | 9477685 | | 9531907 | 14.6 | 9583226 | | 9631626 | | 36 |
| 25 | 9421550 | 16.2 | 9478612 | 15.4 | 9532786 | | 9584057 | | 9632408 | | 35 |
| 26 | 9422525 | | 9479539 | | 9533664 | | 9584887 | | 9633189 | | 34 |
| 27 | 9423499 | | 9480465 | | 9534541 | | 9585716 | | 9633969 | | 33 |
| 28 | 9424472 | | 9481390 | | 9535418 | | 9586544 | | 9634748 | | 32 |
| 29 | 9425444 | | 9482314 | | 9536294 | | 9587371 | | 9635527 | 13.0 | 31 |
| 30 | 9426415 | 16.2 | 9483237 | 15.4 | 9537169 | 14.6 | 9588197 | 13.8 | 9636305 | | 30 |
| | 19 | | 18 | | 17 | | 16 | | 15 | | |

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis cōplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 70 | | 71 | | 72 | | 73 | | 74 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 9426415 | 16.2 | 9483237 | 15.4 | 9537169 | 14.6 | 9588197 | 13.8 | 9636305 | 12.9 | 30 |
| 31 | 9427386 | | 9484160 | | 9538043 | | 9589023 | 13.7 | 9637082 | | 29 |
| 32 | 9428356 | 16.1 | 9485082 | | 9538917 | 14.5 | 9589848 | | 9637858 | | 28 |
| 33 | 9429325 | | 9486003 | 15.3 | 9539790 | | 9590672 | | 9638633 | | 27 |
| 34 | 9430293 | | 9486923 | | 9540662 | | 9591495 | | 9639408 | | 26 |
| 35 | 9431260 | | 9487842 | | 9541533 | | 9592318 | | 9640182 | | 25 |
| 36 | 9432227 | | 9488761 | | 9542403 | | 9593140 | | 9640955 | | 24 |
| 37 | 9433193 | | 9489679 | | 9543272 | | 9593961 | | 9641727 | | 23 |
| 38 | 9434158 | | 9490596 | | 9544141 | | 9594781 | 13.6 | 9642498 | 12.8 | 22 |
| 39 | 9435122 | | 9491512 | 15.2 | 9545009 | | 9595600 | | 9643268 | | 21 |
| 40 | 9436085 | 16.0 | 9492427 | | 9545876 | 14.4 | 9596419 | | 9644038 | | 20 |
| 41 | 9437048 | | 9493341 | | 9546742 | | 9597237 | | 9644807 | | 19 |
| 42 | 9438010 | | 9494255 | | 9547607 | | 9598054 | | 9645575 | | 18 |
| 43 | 9438971 | | 9495168 | | 9548472 | | 9598870 | | 9646342 | | 17 |
| 44 | 9439931 | | 9496080 | | 9549336 | | 9599685 | | 9647108 | 12.7 | 16 |
| 45 | 9440890 | | 9496991 | | 9550199 | | 9600499 | | 9647873 | | 15 |
| 46 | 9441849 | | 9497902 | | 9551061 | | 9601313 | 13.5 | 9648638 | | 14 |
| 47 | 9442807 | | 9498812 | | 9551922 | 14.3 | 9602126 | | 9649402 | | 13 |
| 48 | 9443764 | 15.9 | 9499721 | 15.1 | 9552783 | | 9602938 | | 9650165 | | 12 |
| 49 | 9444720 | | 9500629 | | 9553643 | | 9603749 | | 9650927 | | 11 |
| 50 | 9445676 | | 9501536 | | 9554502 | | 9604559 | | 9651689 | | 10 |
| 51 | 9446631 | | 9502443 | | 9555360 | | 9605368 | | 9652450 | | 9 |
| 52 | 9447585 | | 9503349 | | 9556217 | | 9606177 | | 9653210 | | 8 |
| 53 | 9448538 | | 9504254 | | 9557074 | | 9606985 | 13.4 | 9653969 | 12.6 | 7 |
| 54 | 9449490 | | 9505158 | | 9557930 | | 9608792 | | 9654727 | | 6 |
| 55 | 9450441 | 15.8 | 9506061 | 15.0 | 9558785 | 14.2 | 9608598 | | 9655484 | | 5 |
| 56 | 9451392 | | 9506963 | | 9559639 | | 9609403 | | 9656240 | | 4 |
| 57 | 9452342 | | 9507865 | | 9560492 | | 9610208 | | 9656996 | | 3 |
| 58 | 9453291 | | 9508766 | | 9561345 | | 9611012 | | 9657751 | | 2 |
| 59 | 9454239 | | 9509666 | | 9562197 | | 9611815 | | 9658505 | | 1 |
| 60 | 9455186 | 15.8 | 6510565 | 15.0 | 9563048 | 14.2 | 9612617 | 13.4 | 9659258 | 12.5 | 0 |
| | 19 | | 18 | | 17 | | 16 | | 15 | | |

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 75 | | 76 | | 77 | | 78 | | 79 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 9659258 | 12.5 | 9702957 | 11.7 | 9743700 | 10.9 | 9781476 | 10.1 | 9816272 | 9.2 | 60 |
| 1 | 9660011 | | 9703660 | | 9744355 | | 9782080 | | 9816827 | | 59 |
| 2 | 9660163 | | 9704363 | | 9745008 | | 9782684 | 10.0 | 9817381 | | 58 |
| 3 | 9661514 | | 9705065 | | 9745660 | | 9783287 | | 9817934 | | 57 |
| 4 | 9662264 | | 9705766 | | 9746312 | 10.8 | 9783889 | | 9818486 | | 56 |
| 5 | 9663013 | | 9706466 | | 9746963 | | 9784490 | | 9819037 | | 55 |
| 6 | 9663761 | 12.4 | 9707165 | 11.6 | 9747613 | | 9785090 | | 9819587 | | 54 |
| 7 | 9664508 | | 9707863 | | 9748262 | | 9785689 | | 9820137 | | 53 |
| 8 | 9665255 | | 9708561 | | 9748910 | | 9786288 | | 9820686 | 9.1 | 52 |
| 9 | 9666001 | | 9709258 | | 9749557 | | 9786886 | 9.9 | 9821234 | | 51 |
| 10 | 9666746 | | 9709954 | | 9750203 | | 9787483 | | 9821781 | | 50 |
| 11 | 9667490 | | 9710649 | | 9750849 | | 9788079 | | 9822327 | | 49 |
| 12 | 9668233 | | 9711343 | | 9751494 | 10.7 | 9788674 | | 9822872 | | 48 |
| 13 | 9668976 | | 9712036 | 11.5 | 9752138 | | 9789268 | | 9823417 | | 47 |
| 14 | 9669718 | 12.3 | 9712729 | | 9752781 | | 9789862 | | 9823961 | | 46 |
| 15 | 9670459 | | 9713421 | | 9753423 | | 9790455 | | 9824504 | 9.0 | 45 |
| 16 | 9671199 | | 9714112 | | 9754065 | | 9791047 | | 9825046 | | 44 |
| 17 | 9671938 | | 9714802 | | 9754706 | | 9791638 | 9.8 | 9825587 | | 43 |
| 18 | 9672677 | | 9715491 | | 9755346 | | 9792228 | | 9826128 | | 42 |
| 19 | 9673415 | | 9716180 | | 9755985 | 10.6 | 9792818 | | 9826668 | | 41 |
| 20 | 9674152 | | 9716868 | | 9756623 | | 9793407 | | 9827207 | | 40 |
| 21 | 9674888 | 22.2 | 9717555 | 11.4 | 9757260 | | 9793995 | | 9827745 | | 39 |
| 22 | 9675623 | | 9718241 | | 9757897 | | 9794582 | | 9828282 | 8.9 | 38 |
| 23 | 9676357 | | 9718926 | | 9758533 | | 9795168 | | 9828818 | | 37 |
| 24 | 9677091 | | 9719610 | | 9759168 | | 9795753 | 9.7 | 9829354 | | 36 |
| 25 | 9677824 | | 9720294 | | 9759802 | 10.5 | 9796337 | | 9829889 | | 35 |
| 26 | 9678556 | | 9720977 | | 9760435 | | 9796921 | | 9830423 | | 34 |
| 27 | 9679287 | | 9721659 | 11.3 | 9761067 | | 9797504 | | 9830956 | | 33 |
| 28 | 9680017 | | 9722340 | | 9761699 | | 9798086 | | 9831488 | 8.8 | 32 |
| 29 | 9680747 | 12.1 | 9723020 | | 9762330 | | 9798667 | | 9832019 | | 31 |
| 30 | 9681476 | | 9723699 | 11.3 | 9762960 | 10.5 | 9799247 | 9.7 | 9832549 | | 30 |
| | 14 | | 13 | | 12 | | 11 | | 10 | | |

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 75 | | 76 | | 77 | | 78 | | 79 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 9681476 | 12.1 | 9723699 | 11.3 | 9762960 | 10.5 | 9799247 | 9.7 | 9832549 | 8.8 | 30 |
| 31 | 9682804 | | 9724378 | | 9763589 | | 9799827 | 9.6 | 9833079 | | 29 |
| 32 | 9682931 | | 9725056 | | 9794217 | | 9800406 | | 9833608 | | 28 |
| 33 | 9683657 | | 9725733 | | 9764845 | | 9800984 | | 9834136 | | 27 |
| 34 | 9684383 | | 9726409 | | 9765472 | 10.4 | 9801561 | | 9834663 | | 26 |
| 35 | 9685108 | | 9727085 | | 9766098 | | 9802137 | | 9835189 | 8.7 | 25 |
| 36 | 9685832 | | 9727760 | 11.2 | 9766723 | | 9802712 | | 9835714 | | 24 |
| 37 | 9686555 | 12.0 | 9728434 | | 9767347 | | 9803287 | | 9836239 | | 23 |
| 38 | 9687277 | | 9729107 | | 9767970 | | 9803861 | 9.5 | 9836763 | | 22 |
| 39 | 9687998 | | 9729779 | | 9768593 | | 9804434 | | 9837286 | | 21 |
| 40 | 9688719 | | 9730450 | | 9769215 | | 9805006 | | 9837808 | | 20 |
| 41 | 9689439 | | 9731120 | | 9769836 | 10.3 | 9805577 | | 9838329 | | 19 |
| 42 | 9690158 | | 9731789 | 11.1 | 9770456 | | 9806147 | | 9838850 | | 18 |
| 43 | 9690876 | | 9732458 | | 9771075 | | 9806716 | | 9839370 | 8.6 | 17 |
| 44 | 9691593 | 11.9 | 9733126 | | 9771693 | | 9807285 | | 9839889 | | 16 |
| 45 | 9692309 | | 9733793 | | 9772311 | | 9807853 | | 9840407 | | 15 |
| 46 | 9693025 | | 9734459 | | 9772928 | | 9808420 | 9.4 | 9840924 | | 14 |
| 47 | 9693740 | | 9735124 | | 9773544 | | 9808986 | | 9841440 | | 13 |
| 48 | 9694454 | | 9735789 | | 9774159 | 10.2 | 9809551 | | 9841956 | | 12 |
| 49 | 9695167 | | 9746453 | | 9774773 | | 9810116 | | 9842471 | | 11 |
| 50 | 9695879 | | 9737116 | 11.0 | 9775387 | | 9810680 | | 9842985 | | 10 |
| 51 | 9696590 | 11.8 | 9737778 | | 9776000 | | 9811243 | | 9843498 | 8.5 | 9 |
| 52 | 9697301 | | 9738439 | | 9776612 | | 9811805 | | 9844010 | | 8 |
| 53 | 9698011 | | 9739099 | | 9777223 | | 9812366 | 9.3 | 9844521 | | 7 |
| 54 | 9698720 | | 9739759 | | 9777833 | | 9812926 | | 9845032 | | 6 |
| 55 | 9699428 | | 9740418 | | 9778442 | 10.2 | 9813486 | | 9845542 | | 5 |
| 56 | 9700135 | | 9741076 | | 9779050 | | 9814045 | | 9846051 | | 4 |
| 57 | 9700842 | | 9741733 | 10.9 | 9779658 | | 9814603 | | 9846559 | | 3 |
| 58 | 9701548 | | 9742389 | | 9780265 | | 9815160 | | 9847066 | 8.4 | 2 |
| 59 | 9702253 | 11.7 | 9743045 | | 9780871 | | 9815716 | | 9847572 | | 1 |
| 60 | 9702957 | 11.7 | 9743700 | 10.9 | 9781476 | 0.1 | 9816272 | 9.3 | 9848078 | 8.4 | 0 |
| | 14 | | 13 | | 12 | | 11 | | 10 | | |

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 80 | | 81 | | 82 | | 83 | | 84 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 9848078 | 8.4 | 9876883 | 7.6 | 9902681 | 6.7 | 9925461 | 5.9 | 9945219 | 5.1 | 60 |
| 1 | 9848583 | | 9877338 | | 9903085 | | 9925816 | | 9945523 | | 59 |
| 2 | 9849087 | | 9877792 | | 9903489 | | 9926169 | | 9945826 | 5.0 | 58 |
| 3 | 9849590 | | 9878245 | 7.5 | 9903892 | | 9926521 | | 9946128 | | 57 |
| 4 | 9850092 | | 9878697 | | 9904294 | | 9926873 | | 9946429 | | 56 |
| 5 | 9850593 | 8.3 | 9879148 | | 9904695 | | 9927224 | 5.8 | 9946729 | | 55 |
| 6 | 9851093 | | 9879598 | | 9905095 | | 9927574 | | 9947028 | | 54 |
| 7 | 9851593 | | 9880048 | | 9905494 | 6.6 | 9927923 | | 9947327 | | 53 |
| 8 | 9852092 | | 9880497 | | 9905893 | | 9928271 | | 9947625 | | 52 |
| 9 | 9852590 | | 9880945 | | 9906291 | | 9928618 | | 9947922 | 4.9 | 51 |
| 10 | 9853087 | | 9881392 | 7.4 | 9906688 | | 9928965 | | 9948218 | | 50 |
| 11 | 9853583 | | 9881838 | | 9907084 | | 9929311 | | 9948513 | | 49 |
| 12 | 9854079 | | 9882283 | | 9907479 | | 9929656 | 5.7 | 9948807 | | 48 |
| 13 | 9854574 | 8.2 | 9882728 | | 9907873 | | 9930000 | | 9949100 | | 47 |
| 14 | 9855068 | | 9883172 | | 9908266 | 6.5 | 9930343 | | 9949393 | | 46 |
| 15 | 9855561 | | 9883615 | | 9908659 | | 9930685 | | 9949685 | | 45 |
| 16 | 9856053 | | 9884057 | | 9909051 | | 9931026 | | 9949976 | 4.8 | 44 |
| 17 | 9856544 | | 9884498 | 7.3 | 9909442 | | 9931367 | | 9950266 | | 43 |
| 18 | 9857035 | | 9884938 | | 9909832 | | 9931707 | | 9950555 | | 42 |
| 19 | 9857525 | | 9885378 | | 9901221 | | 9932046 | 5.5 | 9950844 | | 41 |
| 20 | 9858014 | 8.1 | 9885817 | | 9910610 | | 9932384 | | 9951132 | | 40 |
| 21 | 9858502 | | 9886255 | | 9910998 | | 9932721 | | 9951419 | | 39 |
| 22 | 9858989 | | 9886692 | | 9911385 | 6.4 | 9933057 | | 9951705 | | 38 |
| 23 | 9859475 | | 9887128 | | 9911771 | | 9933393 | | 9951990 | 4.7 | 37 |
| 24 | 9859961 | | 9887564 | | 9912156 | | 9933728 | | 9952274 | | 36 |
| 25 | 9860446 | | 9887999 | 7.2 | 9912540 | | 9934062 | | 9952557 | | 35 |
| 26 | 9860930 | | 9888433 | | 9912923 | | 9934395 | 5.5 | 9952840 | | 34 |
| 27 | 9861413 | 8.0 | 9888866 | | 9913306 | | 9934727 | | 9953122 | | 33 |
| 28 | 9861895 | | 9889298 | | 9913688 | | 9935058 | | 9953403 | | 32 |
| 29 | 9862376 | | 9889729 | | 9914069 | 6.3 | 9935389 | | 9953683 | 4.6 | 31 |
| 30 | 9862856 | 8.0 | 9890159 | 7.2 | 9914449 | | 9935719 | 5.5 | 9953962 | | 30 |
| | 9 | | 8 | | 7 | | 6 | | 5 | | |

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 80 | | 81 | | 82 | | 83 | | 84 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 9862856 | 8,0 | 9890159 | 7.1 | 9914449 | 6.3 | 9935719 | 5.5 | 9953962 | 4.6 | 30 |
| 31 | 9863336 | | 9890588 | | 9914828 | | 9936048 | | 9954240 | | 29 |
| 32 | 9863815 | | 9891017 | | 9915206 | | 9936376 | | 9954518 | | 28 |
| 33 | 9864293 | 7.9 | 9891445 | | 9915584 | | 9936703 | 5.4 | 9954795 | | 27 |
| 34 | 9864770 | | 9891872 | | 9915961 | | 9937029 | | 9955071 | | 26 |
| 35 | 9865246 | | 9892298 | | 9916337 | | 9937355 | | 9955346 | | 25 |
| 36 | 9865722 | | 9892723 | | 9916712 | 6.2 | 9937680 | | 9955620 | | 24 |
| 37 | 9866197 | | 9893147 | | 9917086 | | 9938004 | | 9955893 | 4.5 | 23 |
| 38 | 9866671 | | 9893571 | | 9917459 | | 9938327 | | 9956165 | | 22 |
| 39 | 9867144 | | 9893994 | 7.0 | 9917832 | | 9938649 | | 9956437 | | 21 |
| 40 | 9867616 | | 9894416 | | 9918204 | | 9938970 | 5.3 | 9956708 | | 20 |
| 41 | 9868087 | 7.8 | 9894837 | | 9918575 | | 9939290 | | 9956978 | | 19 |
| 42 | 9868557 | | 9895257 | | 9918945 | 6.1 | 9939609 | | 9957247 | | 18 |
| 43 | 9869027 | | 9895677 | | 9919314 | | 9939928 | | 9957515 | | 17 |
| 44 | 9869496 | | 9896096 | | 9919682 | | 9940246 | | 9957782 | 4.4 | 16 |
| 45 | 9869964 | | 9896514 | | 9920049 | | 9940563 | | 9958049 | | 15 |
| 46 | 9870431 | | 9896931 | 6.9 | 9920416 | | 9940879 | | 9958315 | | 14 |
| 47 | 9870897 | | 9897347 | | 9920782 | | 9941194 | 5.2 | 9958580 | | 13 |
| 48 | 9871362 | 7.7 | 9897762 | | 9921147 | | 9941509 | | 9958844 | | 12 |
| 49 | 9871827 | | 9898177 | | 9921511 | | 9941823 | | 9959307 | | 11 |
| 50 | 9872291 | | 9898591 | | 9921874 | 6.0 | 9942136 | | 9959370 | | 10 |
| 51 | 9872754 | | 9899004 | | 9922236 | | 9942448 | | 9959632 | | 9 |
| 52 | 9873216 | | 9899416 | | 9922598 | | 9942759 | | 9959893 | 4.3 | 8 |
| 53 | 9873677 | | 9899827 | 6.8 | 9922959 | | 9943069 | | 9960153 | | 7 |
| 54 | 9874137 | | 9900237 | | 9923319 | | 9943379 | | 9960412 | | 6 |
| 55 | 9874597 | | 9900646 | | 9923678 | | 9943688 | 5.1 | 9960670 | | 5 |
| 56 | 9875056 | 7.6 | 9901055 | | 9924036 | | 9943996 | | 9960927 | | 4 |
| 57 | 9875514 | | 9901463 | | 9924393 | 5.9 | 9944303 | | 9961183 | | 3 |
| 58 | 9875971 | | 9901870 | | 9924750 | | 9944609 | | 9961438 | 4.2 | 2 |
| 59 | 9876427 | | 9902276 | | 9925106 | | 9944914 | | 9961693 | | 1 |
| 60 | 9876883 | 7.6 | 9902681 | 6.7 | 9925461 | 5.9 | 9945219 | 5.1 | 9961947 | 4.2 | 0 |
| | 9 | | 8 | | 7 | | 6 | | 5 | | |

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdē Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

| | 85 | | 86 | | 87 | | 88 | | 89 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 9961947 | 4.2 | 9975640 | 3.4 | 9986295 | 2.5 | 9993908 | 1.7 | 9998477 | 0.8 | 60 |
| 1 | 9962200 | | 9975843 | | 9986447 | | 9994009 | | 9998527 | | 59 |
| 2 | 9962452 | | 9976045 | 3.3 | 9986598 | | 9994109 | 1.6 | 9998576 | | 58 |
| 3 | 9962703 | | 9976246 | | 9986748 | | 9994208 | | 9998625 | | 57 |
| 4 | 9962954 | | 9976446 | | 9986897 | | 9994307 | | 9998673 | | 56 |
| 5 | 9963204 | 4.1 | 9976645 | | 9987045 | | 9994405 | | 9998720 | | 55 |
| 6 | 9963453 | | 9976843 | | 9987193 | | 9994502 | | 9998766 | 0.7 | 54 |
| 7 | 9963701 | | 9977040 | | 9987340 | 2.4 | 9994598 | | 9998811 | | 53 |
| 8 | 9963948 | | 9977237 | | 9987486 | | 9994693 | | 9998855 | | 52 |
| 9 | 9964194 | | 9977433 | | 9987631 | | 9994787 | | 9998899 | | 51 |
| 10 | 9964440 | | 9977628 | 3.2 | 9987775 | | 9994881 | 1.5 | 9998942 | | 50 |
| 11 | 9964685 | | 9977822 | | 9987918 | | 9994974 | | 9998984 | | 49 |
| 12 | 9964929 | | 9978015 | | 9988061 | | 9995066 | | 9999025 | | 48 |
| 13 | 9965172 | 4.0 | 9978207 | | 9988203 | 2.3 | 9995157 | | 9999065 | 0.6 | 47 |
| 14 | 9965414 | | 9978398 | | 9988344 | | 9995247 | | 9999104 | | 46 |
| 15 | 9965655 | | 9978589 | | 9988484 | | 9995336 | | 9999143 | | 45 |
| 16 | 9965895 | | 9978779 | | 9988623 | | 9995424 | | 9999181 | | 44 |
| 17 | 9966135 | | 9978968 | 3.1 | 9988761 | | 9995512 | 1.4 | 9999218 | | 43 |
| 18 | 9966374 | | 9979156 | | 9988899 | | 9995599 | | 9999254 | | 42 |
| 19 | 9966612 | | 9979343 | | 9989036 | | 9995685 | | 9999289 | | 41 |
| 20 | 9966849 | 3.9 | 9979530 | | 9989172 | | 9995770 | | 9999323 | 0.5 | 40 |
| 21 | 9967085 | | 9979716 | | 9989307 | 2.2 | 9995854 | | 9999356 | | 39 |
| 22 | 9967320 | | 9979901 | | 9989441 | | 9995937 | | 9999389 | | 38 |
| 23 | 9967555 | | 9980085 | | 9989574 | | 9996019 | | 9999421 | | 37 |
| 24 | 9967789 | | 9980268 | 3.0 | 9989706 | | 9996101 | 1.3 | 9999452 | | 36 |
| 25 | 9968022 | | 9980450 | | 9989837 | | 9996182 | | 9999482 | | 35 |
| 26 | 9968254 | | 9980631 | | 9989968 | | 9996262 | | 9999511 | | 34 |
| 27 | 9968485 | 3.8 | 9980811 | | 9990098 | | 9996341 | | 9999539 | | 33 |
| 28 | 9968715 | | 9980991 | | 9990227 | 2.1 | 9996419 | | 9999566 | 0.4 | 32 |
| 29 | 9968944 | | 9981170 | | 9990355 | | 9996496 | | 9999593 | | 31 |
| 30 | 9969173 | 3.8 | 9981348 | 3.0 | 9990482 | 2.1 | 9996573 | 1.3 | 9999619 | 0.4 | 30 |
| | 4 | | 3 | | 2 | | 1 | | 0 | | |

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

| | 85 | | 86 | | 87 | | 88 | | 89 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 9969173 | 3.8 | 9981348 | 2.9 | 9990482 | 2.1 | 9996573 | 1.3 | 9999619 | 0.4 | 30 |
| 31 | 9969401 | | 9981525 | | 9990608 | | 9996649 | 1.2 | 9999644 | | 29 |
| 32 | 9969628 | | 9981701 | | 9990734 | | 9996724 | | 9999668 | | 28 |
| 33 | 9969854 | | 9981877 | | 9990859 | | 9996798 | | 9999691 | | 27 |
| 34 | 9970079 | 3.7 | 9982052 | | 9990983 | | 9996871 | | 9999713 | | 26 |
| 35 | 9970304 | | 9982226 | | 9991106 | 2.0 | 9996943 | | 9999735 | 0.3 | 25 |
| 36 | 9970528 | | 9982399 | | 9991228 | | 9997014 | | 9999756 | | 24 |
| 37 | 9970751 | | 9982571 | | 9991349 | | 9997085 | | 9999776 | | 23 |
| 38 | 9970973 | | 9982742 | 2.8 | 9991470 | | 9997155 | | 9999795 | | 22 |
| 39 | 9971194 | | 9982912 | | 9991590 | | 9997224 | 1.1 | 9999813 | | 21 |
| 40 | 9971414 | | 9983082 | | 9991709 | | 9997292 | | 9999830 | | 20 |
| 41 | 9971633 | 3.6 | 9983251 | | 9991827 | | 9997359 | | 9999846 | | 19 |
| 42 | 9971851 | | 9983419 | | 9991944 | 1.9 | 9997425 | | 9999862 | 0.2 | 18 |
| 43 | 9972069 | | 9983586 | | 9992060 | | 9997491 | | 9999877 | | 17 |
| 44 | 9972286 | | 9983752 | | 9992175 | | 9997556 | | 9999891 | | 16 |
| 45 | 9972502 | | 9983917 | 2.7 | 9992290 | | 9997620 | | 9999904 | | 15 |
| 46 | 9972717 | | 9984081 | | 9992404 | | 9997683 | 1.0 | 9999916 | | 14 |
| 47 | 9972931 | | 9984245 | | 9992517 | | 9997745 | | 9999927 | | 13 |
| 48 | 9973145 | | 9984408 | | 9992629 | | 9997806 | | 9999938 | | 12 |
| 49 | 9973358 | 3.5 | 9984570 | | 9992740 | 1.8 | 9997867 | | 9999948 | | 11 |
| 50 | 9973570 | | 9984731 | | 9992850 | | 9997927 | | 9999957 | 0.1 | 10 |
| 51 | 9973781 | | 9984891 | | 9992960 | | 9997986 | | 9999965 | | 9 |
| 52 | 9973991 | | 9985050 | 2.6 | 9993069 | | 9998044 | | 9999972 | | 8 |
| 53 | 9974200 | | 9985209 | | 9993177 | | 9998101 | 0.9 | 9999978 | | 7 |
| 54 | 9974408 | | 9985367 | | 9993284 | | 9998157 | | 9999984 | | 6 |
| 55 | 9974615 | 3.4 | 9985524 | | 9993390 | | 9998212 | | 9999989 | | 5 |
| 56 | 9974822 | | 9985680 | | 9993495 | 1.7 | 9998267 | | 9999993 | | 4 |
| 57 | 9975028 | | 9985835 | | 9993599 | | 9998321 | | 9999996 | 0.0 | 3 |
| 58 | 9975233 | | 9985989 | | 9993703 | | 9998374 | | 9999998 | | 2 |
| 59 | 9975437 | | 9986143 | 2.5 | 9993806 | | 9998426 | | 9999999 | | 1 |
| 60 | 9975640 | 3.4 | 9986295 | | 9993908 | 1.7 | 9998477 | 0.8 | 10000000 | 0.0 | 0 |
| | 4 | | 3 | | 2 | | 1 | | 0 | | |

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdē Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

# DE PARTE PROPORTIONALI

## Sinuum, & arcuum.

Explicatio numerorum pro parte proportionali sinuum elicienda.

1. ANTEQVAM doceamus, qua ratione pars proportionalis ex præcedēti tabula Sinuum eruenda sit, explicādum prius erit, quidnam bini numeri columnis Sinuum interpositi significent, & quo sint artificio procreati. Prior ergo continet partes differentiæ inter duos sinus, inter quos scriptus est, congruentes vni Secundo illius arcus, quem gradus in vertice tabulæ, & minutum in latere eiusdem tabulæ exprimit: posterior autem numerus decimas particulas vnius partis differentiæ prædictæ complectitur. Vt quoniam inter duos sinus grad. 16. min. 12. & grad. 16. min. 13. positi sunt duo hi numeri 46. 5. colligemus vni Secundo inter minutum 12. & 13. gradus 16. congruere particulas 46 $\frac{5}{10}$. ex differentia 2793. inter duos sinus 2789911. 2792704. prædictorum arcuum grad. 16. min. 12. & grad. 16. min. 13. quæ tota differentia Secundis 60. hoc est, vni minuto debetur: quod idem intelligendum est de sequentium arcuum sinubus vsque ad arcus grad. 16. min. 37. & grad. 16. min. 38 inter quorum sinus positi sunt alij hi numeri 46. 4. ita vt iam vni Secundo conueniant ex differentia duorum proximorum Sinuum particulæ tantummodo 46. $\frac{4}{10}$ & sic de cæteris.

Numerorū procreatio ad partē proportionalem sinuum eruendā.

2. PROCREATI autem sunt huiusmodi numeri inter sinus positi hoc modo. Inuentis differentijs omnium sinuum, partiti sumus singulas per 60. Secunda, vt particulas vni Secundo debitas produceremus: fractionem autem reliquam ad decimas reduximus, multiplicantes eam per 10, vt in quæstiuncula 14. cap. 16 nostræ Arithmeticæ docuimus. Sic enim minori labore pars proportionalis eruetur, vt mox patebit. Verbi gratia. Differentia prædicta 2793. si diuidatur per 60. fit Quotiens 46. & supersunt $\frac{33}{60}$. quæ efficiunt 5. decimas & semis. Relicta ergo semisse, (Nam quando fractio vnius decimæ superat $\frac{1}{2}$. addidimus vnā decimam in tabula, quando autem non superat $\frac{1}{2}$. sed vel æqualis est, vel minor, eam neglexímus.) scripsimus in tabula 46. 5. id est, particulas differentiæ integras 46. & $\frac{5}{10}$. vnius, quæ efficiunt 465. decimas vnius particulæ, quæ producuntur etiam, si tota differentia 2793. ducatur in 10. & productus numerus 27930. per 60. diuidatur. Et quia in sequentibus differentijs vsque ad differentiam Sinuum grad. 16. min. 37. & grad. 16. min. 38. exclusiue, hac ratione reperitur idē numerus 465 hoc est, particulæ 46. & 5. decimæ; inseruiet nobis hæc pars proportionalis vsque ad grad. 16. min. 37. & grad. 16. min. 38. exclusiue, vbi iam numerus reperietur minor, nimirum 46. & 4. decimæ. Vt quoniam differeutia inter Sinus 2837364. & 2840153. grad. 16. min. 29. & grad. 16. min. 33. est 2789. Si ea ducatur in 10. & productus numerus 27890. per 60. diuidatur, fiet Quotiens 464. & supererunt $\frac{50}{60}$. quæ superant $\frac{1}{2}$. Ergo habebimus iterum partes 46. & 5. decimas Atque ita de cæteris.

Inuentio sinus recti cū parte proportionali.

3. BENEFICIO horum numerorum expedite admodum pars proportionalis, per vnicam videlicet vel multiplicationem, vel diuisionem reperietur. Nam si sinus rectus quærendus sit alicuius arcus, qui præter minuta complectatur quoque Secunda, accipiendus erit sinus ex tabula respondens gradibus, ac minutis arcus propositi in vertice tabulæ positis, & ei adijciendus numerus, qui ex multiplicatione numeri interiecti proxime antecedentis in numerum Secundorum producitur. Vt si quæratur Sinus rectus grad, 19. min. 36. Sec. 40. queniam hunc arcum in tabula proxime præcedunt hi numeri 45. 7. hoc est, 457. decimæ, quæ multiplicatæ in 40. Secunda producunt 18280. decimas, id est, particulas integras 188. addemus 182. 8. ad 3354516. sinum grad. 19. min. 36. vt conficiamus 3356344. sinum propositi arcus grad, 19. min. 36. Sec. 40.

4. VI-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

4. VICISSIM si ex sinu recto inquirendus sit arcus, accipiendus erit arcus respondens sinui proxime minori, & ei apponenda tot Secunda, quot vnitates continentur in Quotiente, si differentia inter sinum prexime minorem (apposita prius ziphra, vt ad partes decimas reuocetur.) diuidatur per numerum decimarum in tabula inuentum. Vt si datus sit sinus 3356344. sumemus arcum grad. 19. min. 36. sinui proxime minori 3354516. respondentem, eique adiungemus Sec. 40. qui numerus gignitur ex diuisione 1828. differentiæ inter sinum propositum, & sinum proxime minorem, apposita prius ziphra 0. nimirum ex diuisione 18280. per 457. decimas in tabula inuentas. Ita enim arcus quæsitus erit grad. 19. min. 36 Sec. 40. Apponitur autem ziphra ad differentiam inuentã 1828. quia cũ diuidi ea debeat per $\frac{457}{10}$. multiplicanda est per 10. & productus numerus per 457. diuidendus, ut ex nostra Arithmetica liquido constat.

Inuentio arcus cum parte proportionali ex dato sinu recto.

5 SI vero sinus complementi alicuius arcus quadrante minoris sit inuestigandus, qui præter minuta habeat etiam Secunda, accipiendus est sinus ex tabula respondens gradibus ac minutis arcus propositi in inferiore parte tabulæ positis, & ab eo subtrahendus numerus, qui ex multiplicatione numeri interiecti superioris in numerum Secundorum producitur. Vt si quæratur sinus complementi grad. 70. min. 23. Sec. 20. quoniam huic arcui inseruiunt hi numeri interiecti 45.7. hoc est, 457. decimæ, ducemus 457. in 20. Secunda, & productum numerum, qui est 9140. decimæ, id est, particulæ integræ 914, detrahemus ex 3357256. sinu complementi arcus grad. 70. min. 23. vt relinquatur sinus 3356342. complementi arcus grad. 70. min. 23. Sec. 20.

Inuentio finus cõplementi cũ parte proportionali.

6. ALITER, & fortasse commodius, ne regulæ multiplicentur. Accipiatur dati arcus complementum, & ipsius sinus rectus inuestigetur, vt Num. 3. docuimus. Vt in eodem exemplo, complementum arcus grad. 70. min, 23. Sec. 20. est arcus grad. 19. min. 36. Sec. 40. cuius sinus rectus inuenietur 3356344. duabus vnitatibus maior illo, qui alio modo proxime inuentus fuit. Hoc idcirco euenit, quia arcus propositus parum abest ab insequenti numero interiecto minori.

Inuentio cõmodior finus complementi arcus quadrante minoris, vnà cum parte proportionali.

7. QVANDO arcus, cuius complementi sinus quæritur, quadrante maior est, sed semicirculo minor, detrahemus ex dato arcu quadrantem, & reliqui arcus sinum rectum inquiremus, vt Num. 3. dictum est. Vt si quæratur sinus complementi arcus grad. 109. min. 36. Sec. 40. Detracto quadrante, superest arcus grad. 19. min. 36. Sec. 40. cui debetur sinus 3356344.

Inuentio finus cõplementi arcus quadrante maioris, vnà cum parte proportionali.

8 E CONTRARIO si ex sinu complementi eliciendus sit arcus, sumendus erit arcus, vnà cum parte proportionalt, vt Num. 3. traditum est, respondens sinui dato, tanquam recto, isque ex quadrante auferendus, si sinns datus est sinus complementi arcus quadrante minoris, vel ad quadrantem adijciendus, quando nimirum datus sinus respondet complemento arcus quadrante maioris. Pulchre autem ipsa operatio in triangulis siue sphæricis, siue rectilineis docebit, num sinus propositus congruat complemento arcus quadrante minoris, an vero maioris. Vt si propositus sit sinus 3356342. complementi arcus quadrante minoris, inuenietur, vt Num. 3. dictum est, arcus grad. 19. min, 39. Sec. 40. qui detractus ex quadrante relinquet arcum grad. 70. min. 23. Sec. 20. quæsitum. Si vero idem sinus debeatur complemento arcus quadrãte maioris, addemus eius arcum inuentum ad quadrantem, conficiemusq; arcum grad. 109. min. 36. Sec. 40. Huius enim cõplemento, nimirũ arcui grad. 19. min. 36, Sec. 40. sinus 3356342. congruit.

Innẽtio arcus ex sinu complementi dato, vnà cum parte proportionali.

9. DENIQVE sinus versus arcus, qui præter gradus ac minuta, annexa quoq; habet Secunda, inuenietur, si ipsius complementi sinus cũ parte proporttonali inuentus, vt Num. 5. 6. & 7. traditum est, ex sinu toto auferatur, vel sinui toti adijciatur, prout arcus quadrante minor est, vel maior. Vt si quæratur sinus versus arcus grad. 70.

Inuentio finus versi cum parte proportionali.

min. 23.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*min. 23. Sec. 20. reperiemus eius complementi, nimirum grad. 19. min. 36. Sec. 40. sinum 3356342. qui detractus ex sinu toto 10000000. reliquum faciet sinum versum quæsitum 6643658. Si vero sinus versus desideretur arcus grad. 109. min. 36. Sec. 40. inueniemus eius complementi, videlicet grad. 19. min. 36. Sec. 40. sinum 3356342. qui ad sinum totum 10000000. adiectus conficiet sinum versum 13356342. quæsitum.*

Inuentio arcus ex sinu verso cũ parte proportionali.

*10. PARI ratione si ex sinu verso arcus inueniendus sit, detrahemus eum ex sinu toto, vel sinum totum ex ipso, minorem scilicet ex maiore. Ita namque reliquus fiet sinus complementi arcus quæsiti; ex quo quæsitus arcus elicietur, vt Num. 8. docuimus. Vt si datus sit sinus versus 6643658. detrahemus eum ex sinu toto 10000000. & cum reliquo 3356342. tanquam sinu recto expiscabimur arcum grad. 19. min. 36. Sec. 40. vt Num. 3. dictum est: qui ex quadrante ablatus relinquet quæsitum arcum grad. 70. min. 23. Sec. 20. Si vero sinus versus datus sit 13356342. auferemus ex eo sinum totum, & cum reliquo 3356342. indagabimus, vt Num. 3. tradidimus, arcum grad. 19. min. 36. Sec. 40. qui adiectus ad quadrantem cõficiet arcum quæsitum grad. 109. min. 36. Sec. 40.*

Cur tabulæ Tangentium, & Secãtium emendatæ hic non fiat editæ.

*QVOD vero hoc loco non exhibeamus etiam tabulas Tangentium, atq; Secantiũ emendatas, cum parte proportionali, causa est, quod eas nunc per tempus corrigere non licuerit, & quod maiorẽ vsum tabula sinuum habeat in prosthaphæresi, quam Tangentium, & Secantium. Nam vt supra ostensum est, Tangentes, & Secantes, si quæ sunt, quærendæ sunt in tabula sinuum, non secus, ac si forent sinus, ibique pars proportionalis inuenienda. Quod si in fine operationis cum Tangente, vel Secante accipiendus fuerit arcus ex propria tabula, facile quis partem proportionalem inuestigabit, si opus fuerit, eo modo, quem in vsu tabulæ sinuum exposuimus. Interim dabitur fortassis occasio vtramque tabulam Tangentium, & secantium emendandi. Hæc enim res maius otium ac tempus requirit.*

*IN gratiam porro studiosorum, & vt prosthaphæresis vsus planior fiat, subijciemus hoc loco calculum omnium triangulorum in nostris triangulis, & tractatione sinuum demonstratum, & nunc ad commodiorem formam ac methodum reuocatum, proponemusque idem numero quæsitum pluribus vijs soluendum, vt quilibet eam, quæ magis placuerit, sibi deligat. Appellabimus autem in rectangulo quouis triangulo siue sphærico, siue rectilineo latus recto angulo oppositum, BASEM. In non rectangulo vero, quando duo latera nominantur, tertium, siue maius illud sit, siue non, basem dicemus.*

Basis trianguli quæ.

## TRIANGVLORVM SPHAERICORVM Rectangulorum Calculus.

*QVONIAM in quouis triangulo sphærico rectangulo quæritur ex duobus datis, vel cognitis, aut ANGVLVS non rectus, aut LATVS circa angulum rectum, aut BASIS: fieri hoc poterit pluribus modis ac vijs, vt ex ijs, quæ sequuntur, perspicuum fiet. Semper autẽ primo loco seorsum proponemus id, quod inquiritur: Deinde duo, quæ cognita sunt, vel data. Tertio vias varias, ac modos, quibus quæsitum erui potest, demonstrabimus: quibus etiam numeros præfigemus, vt facilius cognosci, & ab alijs argumentationibus secerni possint. Ita ergo prædicta inueniuntur.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

# I. ANGVLVS

## Ex base, & latere, quod angulo quæsito opponitur.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. vt sinus basis | ad sinum totum: | Ita sinus lateris | ad sinum anguli. | 41. triang. sphær. |
| *Sed vt sinus lateris* | *ad sinum anguli:* | *Ita secans compl. anguli* | *ad secantem compl. lateris.* | *22. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus basis* | *ad sinum totum:* | *Ita secans compl. anguli.* | *ad secantem compl. lateris.* | *11. quinti.* |
| 2. Ergo vt sinus totus | ad sinum basis: | Ita secans compl. lateris | ad secantem compl. anguli. | Conuertẽdo. |
| *Vt sinus basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus lateris* | *ad sinum anguli.* | *41. triang. sphær.* |
| *Ergo vt sinus basis* | *ad sinum lateris:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum anguli.* | Permutãdo. |
| *Sed vt sinus basis* | *ad sinum lateris:* | *Ita secans compl. lateris.* | *ad secantem compl. basis.* | *22. sinuum.* |
| *Ergo vt secans cõplem. lateris* | *ad secãtem compl. basis:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum anguli.* | *11. quinti.* |
| 3. Ergo vt secans compl. lateris | ad sinum totum: | Ita secans compl. basis | ad sinum anguli. | Permutãdo. |
| *Sed vt secans cõpl. lateris* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum lateris:* | *18. sinuum.* |
| 4. Ergo vt sinus totus | ad sinum lateris: | Ita secans compl. basis | ad sinum anguli. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum basis:* | *Ita secans compl. lateris* | *ad secantem compl. anguli.* | *2. modus.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum basis:* | *Ita secans compl. basis* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 5. Ergo vt secans compl. basis | ad sinum totum: | Ita secãs compl. lateris. | ad secãtem compl. anguli. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum basis:* | *Ita secans compl. lateris* | *ad secantem compl. anguli.* | *2. modus.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad secantem cõpl. lateris:* | *Ita sinus basis* | *ad secantem compl. anguli.* | Permutãdo. |
| *Sed vt sinus totus* | *ad secantem cõpl. lateris:* | *Ita sinus lateris* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 6. Ergo vt sinus lateris | ad sinum totum: | Ita sinus basis | ad secãtem compl. anguli. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus lateris* | *ad sinum anguli.* | *41. triang. sphær.* |
| *Sed vt sinus basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl. basis* | *ad tangentem compl. basis.* | *18. sinuum.* |
| 7. Ergo vt sinus compl. basis | ad tangentem cõplem. basis: | Ita sinus lateris | ad sinum anguli. | *11. quinti.* |

Sed

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *22. sinuum.* | *Sed vt sinus lateris* | *ad sinum anguli:* | *Ita secans compl. anguli* | *ad secantem compl. lateris.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt sinus cōpl. basis* | *ad tangentem cōpl. basis:* | *Ita secans compl. anguli* | *ad secantem compl. lateris.* |
| *Cōuertendo.* | 8. Ergo vt tangēs compl. basis | ad sinum compl. basis: | Ita secans compl. lateris | ad secantem compl. anguli. |
| *41. triang. sphær.* | *Vt sinus basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus lateris* | *ad sinum anguli.* |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad tangentem lateris:* | *Ita sinus compl. lateris* | *ad sinum lateris.* |
| *Ex æqual. perturb.* | 9. Ergo vt sinus basis | ad tangentem lateris: | Ita sinus compl. lateris | ad sinum anguli. |
| *22. sinuum.* | *Sed vt sinus compl. lateris* | *ad sinum anguli:* | *Ita secans compl. anguli* | *ad secantem lateris.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt sinus basis* | *ad tangentem lateris:* | *Ita secans compl. anguli* | *ad secantem lateris.* |
| *Cōuertendo.* | 10. Ergo vt tangens lateris | ad sinum basis: | Ita secans lateris | ad secantem compl. anguli. |
| *9. modus.* | *Vt sinus basis* | *ad tangentem lateris:* | *Ita sinus compl. lateris* | *ad sinum anguli.* |
| *Permutādo.* | *Ergo vt sinus basis* | *ad sinum compl. lateris:* | *Ita tangens lateris* | *ad sinum anguli.* |
| *22. sinuum.* | *Sed vt sinus basis* | *ad sinum compl. lateris:* | *Ita secans lateris* | *ad secantem compl. basis.* |
| *11. quinti.* | 11. Ergo vt secās lateris | ad secantem cōpl. basis: | Ita tangens lateris | ad sinum anguli. |
| *6. modus.* | *Vt sinus lateris* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus basis* | *ad secantem compl. anguli.* |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad tangentem basis:* | *Ita sinus compl. basis* | *ad sinum basis.* |
| *Ex æqual. perturb.* | 12. Ergo vt sinus lateris | ad tangentem basis: | Ita sinus compl. basis | ad secantem compl. anguli. |

*VIDES ergo duodecim modis angulum inuestigari posse ex data base, & latere, cui angulus quæsitus opponitur, quorum quidem sex adhibent sinum totum, nimirum 2. & 4. in primo loco regulæ proportionum, & 1. 3. 5. & 6. in secundo loco: alij vero sex nullibi sinum totum habent. Eadem ratione in ijs, quæ sequuntur, possent plures via reperiri, sed nos breuitati consulentes contenti erimus sex tantum modos demonstrare in quolibet quæsito inueniendo ex eisdem datis, in quibus videlicet semper sinus totus interuenit.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## II. ANGVLVS
### Ex base, & latere, quod angulo quæsito adiacet.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt tangens basis* | *ad tangentem lateris:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. anguli.* | *45. triang. spher.* |
| 1. Ergo vt tangẽs basis | ad sinum totum: | Ita tangens lateris. | ad sinum compl. anguli. | *Permutãdo.* |
| *Vt tangens basis* | *ad tangentem lateris:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. anguli.* | *45. triang. spher.* |
| *Sed vt tangens basis* | *ad tangentem lateris:* | *Ita tang. compl. lateris* | *ad tangentem tompl. basis.* | *21. sinuum.* |
| *Ergo vt tangens compl. lateris* | *ad tangentẽ compl. basis* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. ang.* | *11. quinti.* |
| 2. Ergo vt tãgens compl. lateris | ad sinum totum : | Ita tangẽs compl. basis | ad sinum compl. anguli. | *Permutãdo.* |
| *Ergo vt tangens compl lateris* | *ad tangentẽ compl. basis :* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. ang.* | *Permutãdo.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum compl. anguli :* | *Ita secans anguli* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| *Ergo vt tangens compl. lateris* | *ad tangentẽ compl. basis :* | *Ita secans anguli* | *ad sinum totum.* | *11. quinti.* |
| *Ergo vt tangens compl. basis* | *ad tangentẽ compl. lateris:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem anguli.* | *Cõuertendo.* |
| 3. Ergo vt tangẽs compl. basis | ad sinum totum : | Ita tangens cõpl. lateris | ad secantem ang. | *Permutãdo.* |
| *Ergo vt tangens compl. basis* | *ad tangentẽ compl. lateris :* | *Ita sinus totus* | *ad secantem anguli.* | *Permutãdo.* |
| *Sed vt tangens compl. basis* | *ad tangentẽ compl. lateris* | *Ita tangens lateris* | *ad sangentem basis* | *21. sinuum.* |
| *Ergo vt tangens lateris* | *ad tangentem basis :* | *Ita sinus totus* | *ad secantem anguli.* | *11. quinti.* |
| 4. Ergo vt tangẽs lateris | ad sinum totum : | Ita tangens basis | ad secantem ang. | *Permutãdo.* |
| *Vt tangens basis* | *ad sinum totum :* | *Ita tangens lateris* | *ad sinum compl. ang.* | *1. modus.* |
| *Sed vt tangens basis* | *ad sinum totum :* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. basis.* | *18. sinuum.* |
| 5. Ergo vt sinus totus | ad tangentẽ cõpl. basis: | Ita tangens lateris | ad sinum compl. anguli. | *11. quinti.* |
| *Vt tangens lateris* | *ad sinum totum :* | *Ita tangens basis* | *ad secantem anguli.* | *4. modus.* |
| *Sed vt tangens lateris* | *ad sinum totum :* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. lateris.* | *18. sinuum.* |
| 6. Ergo vt sinus totus | ad tangentẽ cõpl. lateris: | Ita tangens basis | ad secantem anguli | *11. quinti.* |

## III. ANGVLVS
### Ex baſe, & altero angulo non recto.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *47. triang. ſphær.* | 1. Vt ſinus totus | ad ſinum compl. baſis: | Ita tangens angu li dati | ad tangentem cõpl. anguli quæſiti. |
| *18. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad ſinũ cõpl. baſis:* | *Ita ſecans baſis* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | 2. Ergo vt ſecans baſis | ad ſinum totum: | Ita tangens angu li dati | ad tangentẽ compl. anguli quæſiti. |
| *21. ſinuum.* | *Sed vt tangens an guli dati* | *ad tangentẽ compl. ang. quæſiti:* | *Ita tangens ang. quæſiti* | *ad tangentem compl. anguli dati.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt ſecans ba- ſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita tangens anguli quæſiti* | *ad tangentem compl. ang. dati.* |
| *Cõuertendo.* | 3. Ergo vt ſinus totus | ad ſecãtem baſis: | Ita tang. compl. ang. dati | ad tangentem ang. quæſiti. |
| *1. modus.* | *Vt ſinus totus* | *ad ſinum compl. ba ſis:* | *Ita tangens anguli dati* | *ad tangentem compl. anguli quæſiti.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt ſinus totus* | *ad tangentem ang. dati:* | *Ita ſinus compl. ba ſis* | *ad tangentem compl. anguli quæſiti.* |
| *18. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad tangentem an- guli dati:* | *Ita tangens compl. anguli dati* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | 4. Ergo vt tang. cõpl. ang. dati. | ad ſinum totum: | Ita ſinus compl. baſis | ad tang. compl. ang. quæſiti. |
| *3. modus.* | *Vt ſinus totus* | *ad ſecantẽ baſis:* | *Ita tangens compl. anguli dati* | *ad tang. anguli quæ- ſiti.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt ſinus totus* | *ad tangentẽ compl. anguli dati:* | *Ita ſecans baſis* | *ad tangentem ang. quæſiti.* |
| *11. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad tangentẽ compl. anguli dati:* | *Ita tangens anguli dati* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | 5. Ergo vt tang. anguli dati | ad ſinum totum: | Ita ſecans baſis | ad tangentem ang. quæſiti. |
| *4. modus.* | *Vt tangens compl. anguli dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus compl. ba ſis* | *ad tangentem compl. ang. quæſiti.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt tang. cõpl. anguli dati* | *ad ſinum compl. ba ſis:* | *Ita ſinus totus* | *ad tang. compl. ang. quæſiti.* |
| *18. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad tangentẽ compl. anguli quæſiti:* | *Itu tang. ang. quæ- ſiti* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt tang. cõpl. anguli dati* | *ad ſinum compl. ba ſis:* | *Ita tang. ang. quæ- ſiti* | *ad ſinum totum.* |
| *Cõuertendo.* | *Ergo vt ſinus cõpl. baſis* | *ad tang. compl. ang. dati:* | *Ita ſinus totus* | *ad tang. anguli quæ- ſiti.* |
| *Permutãdo.* | 6. Ergo vt ſinus compl. baſis | ad ſinum totum: | Ita tang. compl. anguli dati | ad tang. anguli quæ ſiti. |

## IIII. ANGVLVS

### Ex latere, quod angulo quæsito opponitur, & altero angulo non recto.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. Vt sinus totus | ad sinum anguli dati: | Ita sinus compl. lateris | ad sinum compl. anguli quæsiti. | 42. triang. *sphær.* |
| *Sed vt sinus compl. lateris* | *ad sinum compl. anguli quæsiti:* | *Ita secans ang. quæsiti* | *ad secantem lateris.* | *22. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum ang. dati:* | *Ita secans anguli quæsiti* | *ad secantem lateris.* | *11. quinti.* |
| 2. Ergo vt sinus anguli dati | ad sinum totum: | Ita secans lateris | ad secantem anguli quæsiti. | *Cõuertendo.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum ang. dati:* | *Ita sinus compl. lateris* | *ad sinum compl. ang. quæsiti.* | *42. triang. sphær.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum compl. lateris:* | *Ita sinus anguli dati* | *ad sinum compl. ang. quæsiti.* | Permutãdo. |
| *Sed vt sinus anguli dati* | *ad sinum compl. anguli quæsiti:* | *Ita secans anguli quæsiti* | *ad secantem compl. anguli dati.* | *22. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum compl. lateris:* | *Ita secans anguli quæsiti* | *ad secantem compl. anguli dati.* | *11. quinti.* |
| 3. Ergo vt sinus compl. lateris | ad sinum totum: | Ita secans compl. anguli dati | ad secantem anguli quæsiti. | *Cõuertendo.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum ang. dati:* | *Ita sinus compl. lateris* | *ad sinum compl. ang. quæsiti.* | *42. triang. sphær.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum ang. dati:* | *Ita secans compl. anguli dati* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 4. Ergo vt secans cõpl. ang. dati | ad sinum totum: | Ita sinus compl. lateris | ad sinum compl. anguli quæsiti. | *11. quinti.* |
| *Sed vt sinus compl. lateris* | *ad sinum compl. anguli quæsiti:* | *Ita secans anguli quæsiti* | *ad secantem lateris.* | *22. sinuum.* |
| *Ergo vt secans cõpl. anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita secans anguli quæsiti* | *ad secantem lateris.* | *11. quinti.* |
| 5. Ergo vt sinus totus | ad secantẽ compl. anguli dati | Ita secans lateris | ad secantem anguli quæsiti. | *Cõuertendo.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum anguli dati:* | *Ita sinus compl. lateris* | *ad sinum compl. ang. quæsiti.* | *42. triang. sphær.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum compl. lateris:* | *Ita sinus anguli dati* | *ad sinum ctmpl. ang. quæsiti.* | Permutãdo. |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum compl. lateris:* | *Ita secans lateris* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 6. Ergo vt secans lateris | ad sinum totum: | Ita sinus anguli dati | ad sinum compl. anguli quæsiti. | *11. quinti.* |



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## V. ANGVLVS

### Ex latere, quod angulo quæſito adiacet, & altero angulo non recto:

*Dummodo conſtet, num maior ſit recto, an minor, vel an baſis, aut latus alterum non datum quadrante maius ſit minuſue.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 42. triang. ſphær. | Vt ſinus compl. lateris | ad ſinum compl. anguli dati | Ita ſinus totus | ad ſinum ang. quæſiti |
| Permutãdo. | 1. Ergo vt ſinus compl. lateris | ad ſinum totum: | Ita ſinus compl. anguli dati | ad ſinum anguli quæſiti. |
| 42. triang. ſphær. | Vt ſinus compl. lateris | ad ſinum compl. anguli dati: | Ita ſinus totus | ad ſinum ang. quæſiti. |
| 18. ſinunm. | Sed vt ſinus totus | ad ſinum anguli quæſiti: | Ita ſecans compl. anguli quæſiti | ad ſinum totum. |
| 11. quinti. | Ergo vt ſinus cõpl. lateris | ad ſinum compl. anguli dati: | Ita ſecans compl. anguli quæſiti | ad ſinum totum. |
| Cõuertendo. | Ergo vt ſinus cõpl. anguli dati | ad ſinum compl. lateris: | Ita ſinus totus | ad ſecantem compl. anguli quæſiti. |
| Permutãdo. | 2. Ergo vt ſinus cõpl. ang. dati | ad ſinum totum: | Ita ſinus compl. lateris | ad ſecãtem compl. anguli quæſiti. |
| 1. modus. | Vt ſinus compl. lateris | ad ſinum totum: | Ita ſinus compl. anguli dati | ad ſinum ang. quæſiti. |
| 18. ſinuum. | Sed vt ſinus compl. lateris | ad ſinum totum: | Ita ſinus totus | ad ſecantem lateris. |
| 11. quinti. | 3. Ergo vt ſinus totus | ad ſecantem lateris: | Ita ſinus compl. anguli dati | ad ſinum anguli quæſiti, |
| 22. ſinuum. | Sed vt ſinus compl. ang. dati | ad ſinum ang. quæſiti: | Ita ſecans compl. anguli quæſiti | ad ſecantem anguli dati. |
| 11. quinti. | Ergo vt ſinus totus | ad ſecantem lateris: | Ita ſecans compl. anguli quæſiti | ad ſecantem anguli dati. |
| Cõuertendo. | 4. Ergo vt ſecans lateris | ad ſinum totum: | Ita ſecans anguli dati | ad ſecantem compl. anguli quæſiti. |
| 42. triang. ſphær. | Vt ſinus compl. lateris | ad ſinum compl. anguli dati: | Ita ſinus totus | ad ſinum ang. quæſiti. |
| 22. ſinuum. | Sed vt ſinus compl. lateris | ad ſinum compl. anguli dati: | Ita ſecans anguli dati | ad ſecantem lateris. |
| 11. quinti. | Ergo vt ſecans ang. dati | ad ſecantẽ lateris: | Ita ſinus totus | ad ſinum ang. quæſiti. |
| Permutãdo. | 5. Ergo vt ſecans anguli dati | ad ſinum totum: | Ita ſecans lateris | ad ſinum anguli quæſiti. |
| 2. modus. | Vt ſinus compl. anguli dati | ad ſinum totum: | Ita ſinus compl. lateris | ad ſecantem compl. anguli quæſiti. |

Sed

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Sed vt sinus compl. anguli dati* | *ad sinum totum :* | *Ita sinus totus* | *ad secantem anguli dati.* | *18. sinuum.* |
| 6. Ergo vt sinus totus | ad secantem anguli dati: | Ita sinus compl. lateris | ad secantem compl. anguli quæsiti. | *11. quinti.* |

# VI. ANGVLVS

## Ex vtroque latere.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. Vt sinus lat. adiac. ang. quæsito | ad sinum totum: | Ita tangens lat. oppos. ang. q̃sito | ad tangentem anguli quæsiti. | *44. triang. sphær.* |
| *Sed vt tang. lat. oppos. ang. quæsito* | *ad tangentem anguli quæsiti :* | *Ita tãgens compl. anguli quæsiti* | *ad tang. compl. lat. oppos. ang. quæsito.* | *21. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus lat. adiac. ang. quæsito* | *ad siuum totum :* | *Ita tang. compl. anguli quæsiti* | *ad tang. compl. lat. oppos. ang. quæsito.* | *11. quinti.* |
| 2. Ergo vt sinus totus | ad sinũ lat. adiac. angulo quæsito: | Ita tãg. cõpl. lat. oppos. ang. q̃sito | ad tangentem cõpl. anguli quæsiti. | *Cõuertendo.* |
| *Vt sinus lat. adiac. angulo quæsito* | *ad sinum totum :* | *Ita tang. lat. oppos. angulo quæsito* | *ad tangentem anguli quæsiti* | *44. triang. sphær.* |
| *Sed vt sinus lateris adiac. ang. quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad secantẽ compl. lat. adiac. ang. quæsito.* | *18. sinuum.* |
| 3. Ergo vt sinus totus | ad sec. compl. lat. adiac. ang. quęsito: | Ita tang. lat. oppos. ang. quęsito | ad tangentem anguli quæsiti. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus lat. adiac. angulo quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita tang. lateris oppos. angulo quæsito* | *ad tangentem anguli quæsiti.* | *44. triang. sphær.* |
| *Ergo vt sinus lat. adiac. ang. quæsito* | *ad tang. lat. oppos. anguli quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem anguli quæsiti.* | *Permutãdo.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad tangen. anguli quæsiti:* | *Ita tang. compl. anguli quæsiti* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus lat. adiac. ang. quæsito* | *ad tang. lat. oppos. ang. quæsito,* | *Ita tang. compl. anguli quæsiti* | *ad sinum totum.* | *11. quinti.* |
| *Ergo vt tang. lat. oppos. angulo quæsito* | *ad sinum lat. adiac. angulo quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. anguli quæsiti.* | *Cõuertendo.* |
| 4. Ergo vt tãg. lat. oppos. ang. q̃sito | ad sinum totum : | Ita sinus lat. adiac. ang. quæsito | ad tãgentem cõpl. anguli quæsiti. | *Permutãdo* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum lat. adiac. ang. quæsito* | *Ita tãg. compl. lat. oppos. ang. quæsito* | *ad tangentem compl. anguli quæsiti.* | *2. modus.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum lat. adiac. ang. quæsito:* | *Ita sec. cõpl. lat. adiac. ang. quæsito* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 5. Ergo vt sec. cõpl. lat. adiac. ang. q̃sito | ad sinum totum : | Ita tãg. cõpl. lat. oppos. ang. quæsito | ad tangentem cõpl. anguli quæsiti. | *11. quinti.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Permutando.* | *Ergo vt sec.cõpl.lat. adiac. ang.q̃sito.* | *ad tang. compl. lat. oppos.ang.quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. anguli quæsiti.* |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad tangentẽ compl. anguli quæsiti* | *Ita tangens anguli quæsiti* | *ad sinum totum.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt sec.cõpl.lat. adiac. ang.quæsito* | *ad tang.compl.lat. oppos.ang.quæsito:* | *Ita tangens ang. quæsiti* | *ad sinum totum.* |
| *Conuertẽdo* | *Ergo vt tãg.cõpl.lat. oppos.tang. quæsito* | *ad sec. compl. lat. adiac.ang.quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem anguli quæsiti.* |
| *Permutãdo.* | 6. Ergo vt tãg.cõpl. lat. oppos.ang.q̃sito | ad sinum totum: | Ita sec.comp.lat. adiac.ang.q̃sito | ad tangentem anguli quæsiti. |

## VII. LALVS.

### Ex base, & altero latere.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *43. triang. sphær.* | *Vt sinus compl.lateris dati* | *ad sinum compl. basis:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl.lateris quæsiti.* |
| *Permutãdo* | 1. Ergo vt sinus cõpl. lat. dati | ad sinum totum: | Ita sinus compl. basis | ad sinum compl.lateris quæsiti. |
| *43. triang. sphær.* | *Vt sinus compl. lateris dati* | *ad sinum compl. basis:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. lateris quæsiti.* |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad sinum compl.lateris quæsiti:* | *Ita secans lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt sinus compl. lateris dati* | *ad sinum compl. basis:* | *Ita secans lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* |
| *Conuertẽdo* | *Ergo vt sinus compl. basis* | *ad sinum compl.lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| *Permutãdo.* | 2. Ergo vt sinus cõpl.basis | ad sinum totum: | Ita sinus compl. lateris dati | ad secantem lateris quæsiti. |
| *43. triang. sphær.* | *Vt sinus compl. lat. dati* | *ad sinum comp. basis:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl.lateris quæsiti.* |
| *22. sinuum.* | *Sed vt sinus compl. lateris dati* | *ad sinum compl. basis:* | *Ita secans basis* | *ad secantem lateris dati.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt secans basis* | *ad secantem lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl.lateris quæsiti.* |
| *Permutãdo.* | 3. Ergo vt secans basis | ad sinum totum: | Ita secans lateris dati | ad sinum compl. lateris quęsiti. |
| *2. modus.* | *Vt sinus compl. basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl. lateris dati* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt sinus cõpl. basis* | *ad sinum compl.lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| *22. sinuum.* | *Sed vt sinus compl. basis* | *ad sinum compl. lateris dati:* | *Ita secans lateris dati* | *ad secantem basis.* |

Ergo

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Ergo vt ſecans lateris dati* | *ad ſecantem baſis:* | *Ita ſinus totus* | *ad ſecantem lateris quæſiti.* | *11. quinti.* |
| 4. Ergo vt ſecans lateris dati | ad ſinum totum: | Ita ſecans baſis | ad ſecantem lateris quæſiti. | *Permutãdo.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt ſinus compl. lateris dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus compl. baſis* | *ad ſinum compl. lateris quæſiti.* | *1. modus.* |
| *Sed vt ſinus compl. lateris dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus totus* | *ad ſecantem lateris dati.* | *18. ſinuum.* |
| 5. Ergo vt ſinus totus | ad ſecantem lateris dati: | Ita ſinus compl. baſis | ad ſinum compl. lateris quæſiti. | *11. quinti.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt ſinus compl. baſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus compl. lateris dati* | *ad ſecantem lateris quæſiti.* | *2. modus.* |
| *Sed vt ſinus compl. baſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus totus* | *ad ſecantem baſis:* | *18. ſinuum.* |
| 6. Ergo vt ſinus totus | ad ſecantem baſis: | Ita ſinus compl. lateris dati | ad ſecantem lateris quæſiti. | *11. quinti.* |

## VIII. LATVS.

Ex baſe & angulo, qui lateri quæſito opponitur.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. Vt ſinus totus | ad ſinum baſis: | Ita ſinus anguli dati | ad ſinum lateris quæſiti. | *41. triang. ſphær.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Sed vt ſinus anguli dati* | *ad ſinum lateris quæſiti:* | *Ita ſecans compl. lateris quæſiti* | *ad ſecantem compl. anguli dati.* | *22. ſinuum.* |
| *Ergo vt ſinus totus* | *ad ſinum baſis:* | *Ita ſecans compl. lateris quæſiti* | *ad ſecantem compl. anguli dati.* | *11. quinti.* |
| 2. Ergo vt ſinus baſis | ad ſinum totum: | Ita ſecans compl. anguli dati | ad ſecãtem compl. lateris quæſiti. | *Cõuertendo* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt ſinus totus* | *ad ſinum baſis:* | *Ita ſinus anguli dati* | *ad ſinum lateris quæſiti.* | *41. triang. ſphær.* |
| *Sed vt ſinus totus* | *ad ſinum baſis:* | *Ita ſecans compl. baſis* | *ad ſinum totum.* | *18. ſinuum.* |
| 3. Ergo vt ſecans cõpl. baſis | ad ſinum totum: | Ita ſinus anguli dati | ad ſinum lateris quęſiti. | *11. quinti.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Sed vt ſinus anguli dati* | *ad ſinum lateris quæſiti* | *Ita ſecans compl. lateris quæſiti.* | *ad ſecantem compl. anguli dati.* | *22. ſinuum.* |
| *Ergo vt ſecans cõpl. baſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſecans compl. lateris quæſiti* | *ad ſecantem compl. anguli dati.* | *11. quinti.* |
| 4. Ergo vt ſinus totus | ad ſecantem cõpl. baſis: | Ita ſecans cõpl. anguli dati | ad ſecantem compl. lateris quæſiti. | *Cõuertendo.* |

*Vt ſinus*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *41. triang. sphær.* | *Vt ſinus totus* | *ad ſinum baſis:* | *Ita ſinus anguli dati* | *ad ſinum lateris quæſiti.* |
| *Permutãdo* | *Ergo vt ſinus totus* | *ad ſinum anguli dati:* | *Ita ſinus baſis* | *ad ſinum lateris quæſiti.* |
| *18. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad ſinum anguli dati:* | *Ita ſecans compl. anguli dati* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | 5. Ergo vt ſecans compl. ang. dati | ad ſinum totum: | Ita ſinus baſis | ad ſinum lateris quæſiti. |
| *4. modus.* | *Vt ſinus totus* | *ad ſecãtem compl. baſis:* | *Ita ſecans compl. anguli dati* | *ad ſecantem compl. lateris quæſiti.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt ſinus totus* | *ad ſecãtem compl. anguli dati:* | *Ita ſecans compl. baſis* | *ad ſecantem compl. lateris quæſiti.* |
| *18. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad ſecãtem compl. anguli dati:* | *Ita ſinus anguli dati* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | 6. Ergo vt ſinus anguli dati | ad ſinum totum; | Ita ſecans compl. baſis | ad ſecãtem compl. lateris quæſiti. |

## IX. LATVS

### Ex baſe & angulo, qui lateri quæſito adiacet.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *45. triang. sphær.* | 1. Vt ſinus totus | ad ſinum compl. anguli dati: | Ita tangens baſis | ad tangentem lateris quæſiti. |
| *18. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad ſinum compl. anguli dati:* | *Ita ſecans anguli dati* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | 2. Ergo vt ſecans anguli dati | ad ſinum totum: | Ita tangens baſis | ad tangentem lateris quæſiti. |
| *21. ſinuum.* | *Sed vt tangens baſis* | *ad tangentem lateris quæſiti:* | *Ita tangens compl. lateris quæſiti* | *ad tangentem compl. baſis.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt ſecans anguli dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tangens compl. lateris quæſiti* | *ad tangentem compl. baſis.* |
| *Cõuertendo.* | 3. Ergo vt ſinus totus | ad ſecantem anguli dati: | Ita tangens cõpl. baſis | ad tangentem cõpl. lateris quæſiti. |
| *18. ſinuum.* | *Sed vt ſinus totus* | *ad ſecantem anguli dati:* | *Ita ſinus compl. anguli dati* | *ad ſinum totum.* |
| *11. quinti.* | 4. Ergo vt ſinus cõmpl. ang. dati | ad ſinum totum: | Ita tangens cõpl. baſis | ad tangens compl. lateris quæſiti. |
| *2. modus.* | *Vt ſecans anguli dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tangens baſis* | *ad tangentem lateris quæſiti.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt ſecans anguli dati* | *ad tangentem baſis:* | *Ita ſinus totus* | *ad tangentem lateris quæſiti.* |



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Sed vt sinus totus* | *ad tangentem lateris quæsiti:* | *Ita tangens compl. lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| *Ergo vt secans anguli dati* | *ad tangentem basis:* | *Ita tang. compl. lateris quæsiti.* | *ad sinum totum.* | *11. quinti.* |
| *Ergo vt tangens basis* | *ad secantem anguli dati:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. lateris quæsiti.* | *Cõuertendo.* |
| 5. Ergo vt tangens basis | ad sinum totum: | Ita secans anguli dati | ad tagẽtem compl. lateris quæsiti. | *Permutãdo.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt sinus compl. anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita tangens compl. basis* | *ad tangẽtem compl. lateris quæsiti.* | *4. modus.* |
| *Ergo vt sinus compl. anguli dati* | *ad tangen. compl. basis:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. lateris quæsiti.* | *Permutãdo.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad tangentẽ compl. lateris quæsiti:* | *Ita tangens lat. quæsiti.* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus compl. anguli dati* | *ad tang. complem. basis:* | *Ita tangens lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* | *11. quinti.* |
| *Ergo vt tang. compl. basis* | *ad sinum compl. anguli dati:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem lateris quæsiti.* | *Cõuertendo* |
| 6. Ergo vt tangens compl. basis | ad sinum totum: | Ita sinus compl. anguli dati | ad tangentem lateris quæsiti. | *Permutãdo* |

## X. CASVS

Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæsito adiacet; *si modo constet, num quæsitum latus sit quadrante maius, an minus; vel an alter angulus non rectus non datus sit acutus, obtususue; vel denique num basis sit quadrante maior, aut minor.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt tangens anguli dati* | *ad tangentem lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum lateris quæsiti.* | *44 triang. sphær.* |
| 1. Ergo vt tangens anguli dati | ad sinum totum: | Ita tangens lateris dati | ad sinum lateris quæsiti. | *Permutãdo.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt tangens anguli dati* | *ad tangentem lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum lateris quæsiti.* | *44. triang. sphær.* |
| *Sed vt tangens anguli dati* | *ad tangentem lateris dati:* | *Ita tangens compl. lateris dati* | *ad tangentem compl. anguli dati.* | *21. sinuum.* |
| *Ergo vt tãgens cõpl. lateris dati* | *ad tangentem cõpl. anguli dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum lateris quæsiti.* | *11. quinti.* |
| 2. Ergo vt tangens compl. lat. dati | ad sinum totum: | Ita tangens cõpl. anguli dati | ad sinum lateris quæsiti. | *Permutãdo.* |



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 44. triang. sphær. | Vt tangens anguli dati | ad tangentem lateris dati: | Ita sinus totus | ad sinum lateris quæsiti. |
| 18. sinuum. | Sed vt sinus totus | ad sinum lateris quæsiti: | Ita secans compl. lateris quæsiti. | ad sinum totum. |
| 11. quinti. | Ergo vt tangens anguli dati | ad tangentem lateris dati: | Ita secans compl. lateris quæsiti | ad sinum totum. |
| Cõuertendo. | Ergo vt tangens lateris dati | ad tangentem anguli dati: | Ita sinus totus | ad secantem compl. lateris quæsiti. |
| Permutãdo. | 3. Ergo vt tang. lateris dati | ad sinum totum: | Ita tangens anguli dati | ad secantem cõpl. lateris quæsiti. |
| 2. modus. | Vt tangens compl. lateris dati | ad sinum totum: | Ita tang. compl. anguli dati | ad sinum lateris quæsiti. |
| Permutãdo. | Ergo vt tang. comp. lateris dati | ad tangentẽ compl. anguli dati: | Ita sinus totus | ad sinum lateris quæsiti. |
| 18. sinuum. | Sed vt sinus totus | ad sinum lateris quæsiti: | Ita secans compl. lateris quæsiti | ad sinum totum. |
| 11. quinti. | Ergo vt tang. comp. lateris dati | ad tangentẽ compl. anguli dati: | Ita secans compl. lateris quæsiti | ad sinum totum. |
| Conuertẽdo | Ergo vt tang. compl. anguli dati | ad tangen. compl. lateris dati: | Ita sinus totus | ad secantem compl. lateris quæsiti. |
| Permutando. | 4. Ergo vt tangens compl. ang. dati | ad sinum totum: | Ita tang. compl. lateris dati | ad secantem compl. lateris quæsiti. |
| 1. modus. | Vt tangens anguli dati | ad sinum totum: | Ita tangens lateris dati | ad sinum lateris quæsiti. |
| 18. sinuum. | Sed vt tangens anguli dati | ad sinum totum: | Ita sinus totus | ad tangentem compl. anguli dati. |
| 11. quinti. | 5. Ergo vt sinus totus | ad tang. compl. anguli dati: | Ita tangens lateris dati | ad sinum lateris quæsiti. |
| 3. modus. | Vt tangens lateris dati | ad sinum totum: | Ita tangens anguli dati | ad secantem compl. lateris quæsiti. |
| 18. sinuum. | Sed vt tangens lateris dati | ad sinum totum: | Ita sinus totus | ad tangentem compl. lateris dati. |
| 11. quinti. | 6. Ergo vt sinus totus | ad tangen. compl. lateris dati: | Ita tangens anguli dati | ad secantem compl. lateris quæsiti. |

## XI. LATVS

Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 44. triang. sphær. | 1. Vt sinus totus | ad sinum lateris dati: | Ita tangens anguli dati | ad tangentem lateris quæsiti. |

Sed

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Sed vt tangens ang. dati* | *ad tangentem lateris quæsiti:* | *Ita tangen compl. lateris quæsiti* | *ad tangentem compl. anguli dati.* | *21. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum lateris dati:* | *Ita tangens compl. lateris quæsiti* | *ad tangentem compl. anguli dati.* | *11. quinti.* |
| 2. Ergo vt sinus lateris dati | ad sinum totum: | Ita tang. compl. anguli dati | ad tang. compl. lateris quæsiti. | *Cõuertendo.* |
| *Sed vt sinus lateris dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem compl. lateris dati.* | *18. sinuum.* |
| 3. Ergo vt sinus totus | ad secant. compl. lateris dati: | Ita tang. compl. anguli dati | ad tangẽtem compl. lateris quæsiti. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum lateris dati:* | *Ita tangens anguli dati* | *ad tangentem lateris quæsiti.* | *44. triang. sphær.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum lateris dati:* | *Ita secans compl. lateris dat;* | *ad sinum totum:* | *18. sinuum.* |
| 4. Ergo vt secans compl. lat. dati | ad sinum totum: | Ita tang. anguli dati | ad tangẽtem lateris quæsiti. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus lateris dati* | *ad sinum totum:* | *Ita tangens compl. anguli dati* | *ad tangentem compl. lateris quæsiti.* | *2. modus.* |
| *Ergo vt sinus lateris dati* | *ad tangen. compl. anguli dati* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. lateris quæsiti.* | *Permutãdo.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad tangen. compl. lateris quæsiti:* | *Ita tangens lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus lateris dati* | *ad tangen. compl. anguli dati:* | *Ita tangens lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* | *11. quinti.* |
| *Ergo vt tang. comp. anguli dati* | *ad sinum lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem lateris quæsiti.* | *Conuertẽdo* |
| 5. Ergo vt tangens compl. ang. dati | ad sinum totum: | Ita sinus lateris dati | ad tangentem lateris quęsiti. | *Permutãdo* |
| *Vt sinus totus* | *ad secantem compl. lateris dati:* | *Ita tangẽs compl. anguli dati* | *ad tangentem compl. lateris quæsiti.* | *3. modus.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad tangen. compl. anguli dati:* | *Ita secans compl. lateris dati* | *ad tangentem compl. lateris quæsiti.* | *Permutãdo.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad tangen. compl. anguli dati:* | *Ita tangens anguli dati* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 6. Ergo vt tang. anguli dati | ad sinum totum: | Ita secans cõpl. lateris dati | ad tangentẽ compl. lateris quæsiti. | *11. quinti.* |

## XII. LATVS

Ex vtroque angulo non recto.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. Vt sinus ang. adiac. lat. quæsito | ad sinum totum: | Ita sinus cõp. ang. oppos. lat. quæsito | ad sinum compl. lateris quæsiti. | *42. triang. sphær.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 18. sinuum. | *Sed vt sinus anguli adiac.lat.quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad sec. compl. anguli adiac.lat. quæsito.* |
| 11. quinti. | 2. Ergo vt sinus totus | ad sec. cõpl. ang. adiac. lat.quęsito: | Ita sinus cõp ang. oppos.lat.quæsito | ad sinum compl.lateris quæsiti. |
| 42. triang. sphær. | *Vt sinus ang.adiac. lateri quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus cõpl.ang. oppos.lateri quæsito* | *ad sinum compl.lateris quæsiti.* |
| Permutãdo | *Ergo vt sinus ang. adiac.lat.quæsito* | *ad sinum cõpl.ang. oppos.lat.quæsito* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. lateris quæsiti.* |
| 18. sinuum. | *Sed vt sinus totus* | *ad sinum compl. lateris quæsiti:* | *Ita secans lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* |
| 11. quinti. | *Ergo vt sinus ang. adiac.lat.quæsito* | *ad sinum cõpl.ang. oppos.lat.quæsito:* | *Ita secans lateris quæsiti* | *ad sinum totum.* |
| Cõuertendo. | *Ergo vt sinus comp. ang.oppos lat.quæsito* | *ad sinum ang. adiac.lateris quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| Permutãdo. | 3. Ergo vt sinus cõpl ang.oppos. lateri quæsito | ad sinum totum: | Ita sinus anguli adiac. lateri quæsito | ad secantem lateris quæsiti. |
| 18. sinuum. | *Sed vt sinus cõp.ang. oppos.lat.quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem ang. oppos. lat. quæsito.* |
| 11. quinti. | 4. Ergo vt sinus totus | ad secantem ang. oppos. lateri quæsito: | Ita sinus anguli adiac. lateri quæsito | ad secantem lateris quæsiti. |
| 42 triang. sphær. | *Vt sinus ang.adiac. lateri quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus cõpl.ang. oppos.lat.quæsito.* | *ad sinum compl. lateris quæsiti.* |
| Permutãdo | *Ergo vt sinus ang. adiac.lat.quæsito* | *ad sinum cõpl.ang. oppos.lat.quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. lateris quæsiti.* |
| 22. sinuum. | *Sed vt sinus ang.adiac.lat.quæsito* | *ad sinum cõpl.ang. oppos.lat.quæsito* | *Ita secans ang. oppos.lat.quæsito* | *ad sec. compl. anguli adiac.lat. quæsito.* |
| 11. quinti. | *Ergo vt secans ang. oppos.lat.quæsito* | *ad sec.compl. ang. adiac.lat.quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. lateris quæsiti.* |
| Permutãdo. | 5. Ergo vt secans ang.oppos.lateri quæsito | ad sinum totum: | Ita sec. compl. ang.adiac.lateri quæsito | ad sinum compl.lateris quæsiti. |
| 3. modus. | *Vt sinus compl.ang. oppos.lat.quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus ang. adiac. lateri quæsito* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| Permutãdo. | *Ergo vt sinus compl. ang.oppos.lat.quæsito* | *ad sinum ang. adiac.lat.quæsito:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| 22. sinuum. | *Sed vt sinus compl. ang.oppos.lat.quæsito* | *ad sinũ ang.adiac. lateri quæsito:* | *Ita sec.compl.ang. adiac.lat.quæsito* | *ad secantem anguli oppos. lat. quæsito.* |
| 11. quinti. | *Ergo vt sec. compl. ang.adiac.lat.q̃sito* | *ad secantem ang. oppos.lat. quæsito* | *Ita sinus totus* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| Permutãdo. | 6. Ergo vt secans compl.ang.adiac. lateri quæsito | ad sinum totum: | Ita secans ang. oppos.lateri quæsito | ad secantem lateris quæsiti. |

## XIII. BASIS

### Ex latere, & angulo ei adiacente.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1.Vt sinus compl. anguli dati | ad sinum totum: | Ita tangens lateris *dati* | ad tangentem basis. | *45.triang. sphær.* |
| *Sed vt sinus compl. anguli dati* | *ad sinum totum :* | *Ita sinus totus* | *ad secantem anguli dati.* | *18.sinuum.* |
| 2.Ergo vt sinus totus | ad secantem anguli dati | Ita tangens lateris dati | ad tangentem basis | *11.quinti.* |
| *Sed vt tangens lat. dati* | *ad tangentē basis:* | *Ita tangens compl. basis* | *ad tang. compl. lat. dati.* | *21. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad secantem anguli dati:* | *Ita tangens compl. basis* | *ad tang. compl. lat. dati.* | *11. quinti.* |
| 3.Ergo vt secans ang.dati | ad sinum totum: | Ita tang. compl. lat.dati | ad tangentē compl. basis. | *Cōuertendo.* |
| *Sed vt secans ang. dati* | *ad sinum totum :* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. ang. dati.* | *18.sinuum.* |
| 4.Ergo vt sinus totus | ad sinum compl. ang.dati: | Ita tangēs compl. lat.dati | ad tangentē compl. basis. | *11.quinti.* |
| *Vt sinus compl. ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita tang. lat. dati* | *ad tangentem basis.* | *45. triang. sphær.* |
| *Ergo vt sinus cōpl. ang.dati* | *ad tangentem lat. dati:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem basis.* | *Permutādo.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad tangentē basis:* | *Ita tangens compl. basis* | *ad sinum totum.* | *18.sinuum.* |
| *Ergo vt sinus cōpl. ang.dati* | *ad tangentem lat. dati:* | *Ita tangens compl. basis* | *ad sinum totum.* | *11.quinti.* |
| *Ergo vt tang. lat. dati* | *ad sinum compl. ang. dati:* | *Ita sinus totus* | *ad tangentem compl. basis.* | *Cōuertendo.* |
| 5.Ergo vt tangēs lat.dati. | ad sinum totum: | Ita sinus compl. ang.dati | ad tangentē compl. basis. | *Permutādo.* |
| *Vt sinus totus* | *ad secantem anguli dati :* | *Ita tangens lat. dati* | *ad tangentem basis.* | *2.modus.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad tangentem lat. dati.* | *Ita secans anguli dati* | *ad tangentem basis.* | *Permutādo.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad tangentem lat. dati:* | *Ita tang. compl. lat.dati* | *ad sinum totum.* | *18.sinuum.* |
| 6. Ergo vt tang. cōpl, lat. dati. | ad sinum totum : | Ita secans anguli dati | ad tangentem basis. | *11.quinti.* |

## XIIII. BASIS

### Ex latere, & angulo ei opposito: *Si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus:, obtususue: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *41. triang. sphær.* | *Vt sinus ang. dati* | *ad sinum lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum basis.* |
| *Permutãdo.* | 1. Ergo vt sinus anguli dati | ad sinum totum: | Ita sinus lat. dati | ad sinum basis. |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem compl. anguli dati.* |
| *11. quinti.* | 2. Ergo vt sinus totus | ad secantẽ compl. ang. dati: | Ita sinus lat. dati | ad sinum basis. |
| *41. triang. sphær.* | *Vt sinus ang. dati* | *ad sinum lateris dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum basis.* |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad sinum basis:* | *Ita secans compl. basis* | *ad sinum totum.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt sinus ang. dati* | *ad sinum lat. dati:* | *Ita secans compl. basis* | *ad sinum totum.* |
| Cõuertendo. | *Ergo vt sinus lat. dati* | *ad sinum ang. dati:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem compl. basis.* |
| Permutãdo. | 3. Ergo vt sinus lat. dati | ad sinum totum: | Ita sinus anguli dati | ad secantem compl. basis. |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sit sinus lat. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem compl. lat. dati.* |
| *11. quinti.* | 4. Ergo vt sinus totus | ad secantẽ compl. lat. dati: | Ita sinus ang. dati | ad secantẽ compl. basis. |
| *41. triang. sphær.* | *Vt sinus ang. dati* | *ad sinum lat. dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum basis.* |
| *22. sinuum.* | *Sed vt sinus anguli dati* | *ad sinum lat. dati:* | *Ita secans compl. lat. dati* | *ad secantem compl. anguli dati.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt secans cõpl. lat. dati* | *ad secantem compl. anguli dati:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum basis.* |
| Permutãdo. | 5. Ergo vt secans compl. lat. dati | ad sinum totum: | Ita secans compl. anguli dati | ad sinum basis. |
| *3. modus.* | *Vt sinus lat. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus ang. dati* | *ad secantem compl. basis.* |
| Permutãdo. | *Ergo vt sinus lat. dati* | *ad sinum ang. dati* | *Ita sinus totus* | *ad secantem compl. basis.* |
| *21. sinuum.* | *Sed vt sinus lat. dati* | *ad sinum anguli dati:* | *Ita secans compl. anguli dati* | *ad secantem compl. lat. dati* |

*Ergo*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Ergo vt secans cōpl. anguli dati* | *ad secantē compl. lat. dati.* | *Ita sinus totus* | *ad secantem compl. basis.* | *11. quinti.* |
| 6. Ergo vt secans cōpl. ang. dati | ad sinum totum: | Ita secans compl. lat. dati | ad secantem compl. basis. | *Permutādo.* |

## XV. BASIS

### Ex vtroque latere, *quorum alterutrum statuatur primum, & alterum secundum.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. Vt sinus totus | ad sinum compl. 1. lateris: | Ita sinus compl. 2. lateris | ad sinum compl. basis. | *43. triang. sphær.* |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum compl. 1. lateris:* | *Ita secans 1. lateris* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 2. Ergo vt secans 1. lateris | ad sinum totum: | Ita sinus compl. 2. lateris | ad sinum compl. basis. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum compl. 1. lateris:* | *Ita sinus compl. 2. lat.* | *ad sinum compl. basis.* | *43. triang. sphær.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum compl. 2. lateris:* | *Ita sinus compl. 1. lateris* | *ad sinum compl. basis.* | Permutādo. |
| *Sed vt sinus totus* | *ad sinum compl. 2. lateris* | *Ita secans 2. lateris* | *ad sinum totum.* | *18. sinuum.* |
| 3. Ergo vt secans 2. lateris | ad sinum totum: | Ita sinus compl. 1. lateris | ad sinum compl. basis. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum compl. 1. lateris:* | *Ita sinus compl. 2. lateris* | *ad sinum compl. basis.* | *43. triang. sphær.* |
| *Sed vt sinus compl. 2. lateris* | *ad sinum compl. basis:* | *Ita secans basis* | *ad secantem 2. lat.* | *22. sinuum.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum compl. 1. lateris:* | *Ita secans basis* | *ad secantem 2. lat.* | *11. quinti.* |
| 4. Ergo vt sinus cōpl. 1. lateris | ad sinum totum: | Ita secans 2. lat. | ad secantem basis. | *Cōuertendo.* |
| *Sed vt sinus compl. 1. lateris* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus totus* | *ad secantem 1. lateris.* | *18. sinuum.* |
| 5. Ergo vt sinus totus | ad secantem 1. lateris: | Ita secans 2. lat. | ad secantem basis. | *11. quinti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sinum compl. 1. lateris:* | *Ita sinus compl. 2. lateris* | *ad sinum compl. basis.* | 43. *triang. sphær.* |
| *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum compl. 2. lateris:* | *Ita sinus compl. 1. lateris* | *ad sinum compl. basis.* | Permutādo. |



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *22. sinuum.* | *Sed vt sinus comp. 1. lat.* | *ad sinum compl. basis:* | *Ita secans basis* | *ad secantem 1. lat.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt sinus totus* | *ad sinum compl. 1. lateris:* | *Ita secans basis* | *ad secantem 1. lat.* |
| *Cõuertendo.* | Ergo vt sinus cõp. 2. lateris | ad sinum totum: | Ita secans 1. lat. | ad secantem basis. |

## XVI. BASIS

Ex vtroque angulo non recto, *Quorum alteruter statuatur primus, & alter secundus.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *50. triang. sphær.* | 1. Vt sinus totus | ad tãgentẽ cõpl. 1. anguli. | Ita tangens cõpl. 2. anguli | ad sinum cõpl. basis. |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad tang. compl. 1. anguli:* | *Ita tangens 1. ang.* | *ad sinum totum.* |
| *11. quinti.* | 2. Ergo vt tangẽs 1. anguli | ad sinum totum: | Ita tangẽs compl. 2. anguli | ad sinum compl. basis. |
| *50. triang. sphær.* | *Vt sinus totus* | *ad tang. compl. 1. anguli:* | *Ita tangens compl. 2. anguli* | *ad sinum compl. basis.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt sinus totus* | *ad tang. compl. 2. anguli:* | *Ita tangens compl. 1. anguli* | *ad sinum compl. basis.* |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad tang. compl. 2. anguli:* | *Ita tangens 2. ang.* | *ad sinum totum.* |
| *11. quinti.* | 3. Ergo vt tangens 2. anguli | ad sinum totum: | Ita tangens cõpl. 1. anguli | ad sinum compl. basis. |
| *2. modus.* | *Vt tangens 1. ang.* | *ad sinum totum:* | *Ita tangens compl. 2. anguli* | *ad sinum compl. basis.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt tangens 1. anguli* | *ad tang. compl. 2. anguli:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. basis.* |
| *18. sinuum.* | *Sed vt sinus totus* | *ad sinum compl. basis:* | *Ita secans basis* | *ad sinum totum.* |
| *11. quinti.* | *Ergo vt tangens 1. anguli* | *ad tang. compl. 2. anguli:* | *Ita secans basis* | *ad sinum totum.* |
| *Cõuertendo.* | *Ergo vt tang. compl. 2. anguli* | *ad tangentẽ 1. ang.* | *Ita sinus totus* | *ad secantem basis.* |
| *Permutãdo.* | 4. Ergo vt tangẽs cõpl. 2 anguli | ad sinum totum: | Ita tangens 1. ang. | ad secantem basis. |
| *3. modus.* | *Vt tangens 2. ang.* | *ad sinum totum:* | *Ita tangens compl. 1. anguli* | *ad sinum compl. basis.* |
| *Permutãdo.* | *Ergo vt tangens 2. anguli* | *ad tang. compl. 1. anguli:* | *Ita sinus totus* | *ad sinum compl. basis.* |

Sed

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Sed vt ſinus totus* | *ad ſinum compl. baſis:* | *Ita ſecans baſis* | *ad ſinum totum.* | *18. ſinuum.* |
| *Ergo vt tangens 2. anguli:* | *ad tang. compl. 1. anguli.* | *Ita ſecans baſis* | *ad ſinum totum.* | *11. quinti.* |
| *Ergo vt tang. compl. 1. anguli.* | *ad tangentem 2. anguli:* | *Ita ſinus totus* | *ad ſecantem baſis.* | *Cõuertendo.* |
| 5. Ergo vt tang. compl. 1. ang. | ad ſinum totum: | Ita tangens 2. ang. | ad ſecantem baſis. | *Permutãdo.* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt tang. compl. 2. anguli* | *ad ſinum totum:* | *Ita tang. 1. ang.* | *ad ſecantem baſis.* | *4. modus.* |
| *Sed vt tang. compl. 2. anguli* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus totus* | *ad tangentem 2. ang.* | *18. ſinuum.* |
| 6. Ergo vt ſinus totus | ad tang. 2. anguli: | Ita tangens 1. anguli | ad ſecantem baſis. | *11. quinti.* |

*HIS ita demonſtratis, vt expeditius in triangulo ſphærico rectangulo inueniatur, quod quæritur, & ante oculos tota operatio regulæ proportionum poſita ſit, digeſsimus hoc loco in ordinem ſexdecim problemata proxime demonſtrata, ita vt quodlibet eorum ſex modis poſſit abſolui. in quibus quidem omnibus ſinus totus reperitur vel in primo loco regulæ, vel in ſecundo. Ordo ergo hic eſt.*

## IN TRIANGVLO
### ſphærico rectangulo hiſce omnibus modis inueſtigari poteſt

*I. Problema.*

## I. ANGVLVS
### Ex baſe, & latere, quod angulo quæſito opponitur.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt ſinus totus* | *ad ſinum baſis:* | *Ita ſecans compl. lateris* | *ad ſecantem compl. anguli.* |
| *Vt ſinus totus* | *ad ſinum lateris:* | *Ita ſecans compl. baſis* | *ad ſinum anguli.* |
| *Vt ſinus baſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus lateris* | *ad ſinum anguli.* |
| *Vt ſecans compl. lateris* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſecans compl. baſis* | *ad ſinum anguli.* |
| *Vt ſecans compl. baſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſecans compl. lateris* | *ad ſecan. compl. ang.* |
| *Vt ſinus lateris* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus baſis* | *ad ſecantem compl. anguli.* |

Inuentus angulus erit acutus, ſi datum latus fuerit quadrante minus: obtuſus autem, ſi maius.

II. Problema.

## II. ANGVLVS
### Ex baſe, & latere, quod angulo quæſito adiacet.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt ſinus totus* | *ad tangentem cõpl. baſis:* | *Ita tangens lateris* | *ad ſinum compl. ang.* |
| *Vt ſinus totus* | *ad tangentẽ compl. lateris:* | *Ita tangens baſis* | *ad ſecantem anguli.* |
| *Vt tangens baſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita tangens lateris* | *ad ſinum compl. anguli.* |
| *Vt tangens compl. lateris* | *ad ſinum totum:* | *Ita tangens compl. baſis* | *ad ſinum compl. ang.* |
| *Vt tangens compl. baſis* | *ad ſinum totum :* | *Ita tangens compl. lateris* | *ad ſecantem anguli.* |
| *Vt tangens lateris* | *ad ſinum totum :* | *Ita tangens baſis* | *ad ſecantem anguli.* |

Inuentus angulus erit acutus, ſi tam baſis, quam latus datum quadrante maius fuerit, aut minus: obtuſus vero, ſi alterutrum datorum fuerit quadrante maius, & alterum minus.

III. Problema.

## III. ANGVLVS
### Ex baſe,& altero angulo non recto.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt ſinus totus* | *ad ſinum compl.baſis:* | *Ita tangens anguli dati* | *ad tang.compl.ang. quaſiti.* |
| *Vt ſinus totus* | *ad ſecantem baſis:* | *Ita tang. compl.anguli dati* | *ad tangentem ang. quaſiti.* |
| *Vt ſecans baſis* | *ad ſinum totum:* | *Ita tangens anguli dati* | *ad tang. compl. ang. quaſiti.* |
| *Vt tang.compl.anguli dati* | *ad ſinum totum :* | *Ita ſinus compl. baſis* | *ad tang. compl. ang. quaſiti.* |
| *Vt tangens anguli dati* | *ad ſinum totum :* | *Ita ſecans baſis* | *ad tang.ang. quaſiti.* |
| *Vt ſinus compl.baſis* | *ad ſinum totum :* | *Ita tang.compl.anguli dati* | *ad tang. anguli quaſiti.* |

Inuentus angulus erit acutus, ſi baſis fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; aut ſi baſis fuerit quadrante maior,& angulus datus obtuſus: Idem vero angulus erit obtuſus, ſi baſis quadrante minor fuerit, & angulus datus obtuſus, aut ſi baſis fuerit maior quadrante, & datus angulus acutus.

IIII. Problema.

## IIII. ANGVLVS
### Ex latere, quod angulo quæſito opponitur, & altero angulo non recto.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt ſinus totus* | *ad ſinum ang.dati:* | *Ita ſinus compl.lateris* | *ad ſinum compl. ang. quaſiti.* |

*Vt*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad secantẽ compl. anguli dati:* | *Ita secans lateris* | *ad secan.ang.quæsiti.* |
| *Vt sinus ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita secans lateris* | *ad secantem anguli quæsiti.* |
| *Vt sinus compl.lat.* | *ad sinum totum:* | *Ita secans compl. anguli dati* | *ad secan.ang.quæsiti.* |
| *Vt secans compl.anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl.lateris* | *ad sinum compl. ang. quæsiti.* |
| *Vt secans lateris* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus ang.dati* | *ad sinum compl.anguli quæsiti.* |

Inuentus angulus erit acutus, si latus datum fuerit quadrante minus: obtusus vero, si maius.

## V. ANGVLVS

Ex larere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto: *dummodo constet, num quæsitus angulus maior sit recto, an minor: vel an basis, aut latus alterum non datum quadrante maius sit, minusue.* *V. Problema.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad secantem lat.* | *Ita sinus compl.anguli dati* | *ad sinum ang.quæsiti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad secan.ang.dati:* | *Ita sinus compl. lateris* | *ad secan.compl. ang. quæsiti.* |
| *Vt sinus compl. lat.* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl.anguli dati* | *ad sinum ang.quæsiti.* |
| *Vt sinus compl.ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl.lat.* | *ad secan. compl.ang. quæsiti.* |
| *Vt secans lateris* | *ad sinum totum:* | *Ita secans anguli dati* | *ad secan.compl.ang. quæsiti.* |
| *Vt secans anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita secans lateris* | *ad sinum ang.quæsiti* |

Inuentus angulus erit acutus, (nisi aliunde constet,) si alterum latus non datum fuerit quadrante minus; obtusus vero, si maius. Pari ratione, si basis fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; vel si basis maior fuerit quadrante, & datus angulus obtusus; inuentus angulus acutus erit: Si vero basis fuerit quadrante minor, & datus angulus obtusus; vel si basis quadrante maior fuerit, & datus angulus acutus; inuentus angulus obtusus erit.

## VI. ANGVLVS

Ex vtroque latere circa angulum rectum. *VI. Problema.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad sinũ lat.adiacẽtis ang. quæsito:* | *Ita tang. cõpl. lat. opp.ang.quæsito* | *ad tang. compl. ang. quæsiti.* |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad sec.cõpl.lat.adiac.ang.quæsito:* | *Ita tang.lat.oppos. ang.quæsito* | *ad tang.ang. quæsiti.* |
| *Vt sinus lat.adiac. ang.quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita tang.lat. oppos. ang.quæsito* | *ad tang.ang.quæsiti.* |
| *Vt tang. lat. oppos. ang.quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus lat.adiac. ang.quæsito* | *ad tang. compl. ang. quæsiti.* |
| *Vt secans cõpl.lat. adiac.ang.q̃sito* | *ad sinum totum:* | *Ita tang. cõpl. lat. opp.ang.quæsito* | *ad tang.compl.anguli quæsiti.* |
| *Vt tãg.cõpl.lat.opp. ang.quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sec.cõpl.lat.adiac.ang.quæsito* | *ad tang. ang. quæsiti.* |

Inuentus angulus erit acutus, si datum latus quæsito angulo oppositum fuerit minus quadrante: obtusus vero, si maius.

*VII. Problema.*

## VII. LATVS
### Ex base, & altero latere.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad secantem lateris dati:* | *Ita sinus compl.basis* | *ad sinum compl.lat. quæsiti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad secantem basis:* | *Ita sinus compl.lat. dati* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| *Vt sinus compl.lat. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl. basis* | *ad sinum compl. lat. quæsiti.* |
| *Vt sinus compl.basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl.lat. dati* | *ad secan.lat. quæsiti.* |
| *Vt secans basis* | *ad sinum totum:* | *Ita secans lat. dati* | *ad sinum compl. lat. quæsiti.* |
| *Vt secans lat. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita secans basis* | *ad secantem lateris quæsiti.* |

Inuentum latus erit minus quadrante, si tam basis, quam latus datum quadrante minus fuerit: maius vero quadrante, si vel basis fuerit maior, & latus datum minus quadrante, vel basis minor, & datum latus quadrante maius.

*VIII. Problema.*

## VIII. LATV
### Ex base, & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad sinum basis:* | *Ita sinus anguli dati* | *ad sinum lat. quæsiti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad secan.compl.basis* | *Ita secans compl. ang.dati* | *ad secan. compl.lat. quæsiti.* |
| *Vt sinus basis* | *ad sinum totum:* | *Ita secans compl. ang.dati* | *ad secan.compl.lat. quæsiti.* |

*Vt secans*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt secans compl. basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus anguli dati* | *ad sinum lateris quæsiti.* |
| *Vt secans compl. anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus basis* | *ad sinum lat. quæsiti.* |
| *Vt sinus ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita secans compl. basis* | *ad secan. compl. lat. quæsiti.* |

Inuentum latus quadrante erit minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

## IX. LATVS

*IX. Problema.*

### Ex base, & angulo, qui lateri quæsito adiacet.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad sinum compl. anguli dati:* | *Ita tangens basis* | *ad tang. lat. quæsiti.* |
| *Vt sinus totus* | *ad secantem anguli dati.* | *Ita tangens compl. basis* | *ad tang. compl. lat. quæsiti.* |
| *Vt secans ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita tangens basis* | *ad tangentem lateris quæsiti.* |
| *Vt sinus compl. ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita tangens compl. basis* | *ad tang. compl. lat. quæsiti.* |
| *Vt tangens basis* | *ad sinum totum:* | *Ita secans anguli dati* | *ad tang. compl. lat. quæsiti.* |
| *Vt tangens compl. basis* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl. anguli dati* | *ad tangentem lateris quæsiti.* |

Inuentum latus quadrante minus erit, si basis minor fuerit quadrante, & datus angulus acutus; aut si basis fuerit quadrante maior, & datus angulus obtusus: maius vero quadrante, si basis quadrante minor fuerit, & datus angulus obtusus; aut si basis fuerit maior quadrante, & datus angulus acutus.

## X. LATVS

*X. Problema.*

### Ex altero latere, & angulo, qui quæsito lateri adiacet: *Si modo constet, num quæsitum latus sit quadrante maius, an minus; vel an alter angulus non rectus non datus sit acutus, obtususue; vel denique num basis sit quadrante maior, aut minor.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad tangentẽ compl. ang. dati:* | *Ita tangens lateris dati* | *ad sinum lat. quæsiti.* |

*Vt sinus*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt ſinus totus* | *ad tang. compl. lat. dati:* | *Ita tangens ang. dati* | *ad ſecantem compl. lat. quæſiti.* |
| *Vt tangens ang. dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tangens lateris dati* | *ad ſinum lat. quæſiti.* |
| *Vt tang. compl. lat. dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tang. compl. anguli dati* | *ad ſinum lat. quæſiti.* |
| *Vt tang. lat. dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tang. ang. dati* | *ad ſecan. compl. lat. quæſiti.* |
| *Vt tang. compl. ang. dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tang. compl. lat. dati* | *ad ſecan. compl. lat. quæſiti.* |

Inuentum latus quadrante erit minus, (niſi aliunde conſtet) ſi angulus ei oppoſitus, & non datus fuerit acutus; maius vero, ſi obtuſus. Pari ratione minus erit, ſi baſis minor fuerit quadrante, & latus datum minus quoque quadrante; at ſi baſis fuerit minor quadrante, & datum latus maius, inuentum latus erit quadrante maius. Denique ſi tam baſis, quam latus datum fuerit quadrante maius, erit innentum latus minus quadrante, maius autem, ſi baſis maior fuerit quadrante, & datum latus, minus.

*XI. Problema.*

## XI. LATVS

### Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæſito opponitur.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt ſinns totus* | *ad ſinum lateris dati:* | *Ita tangens anguli dati* | *ad tang. lat. quæſiti.* |
| *Vt ſinus totus* | *ad ſecan. compl. lat. dati:* | *Ita tang. compl. anguli dati* | *ad tang. compl. lat. quæſiti.* |
| *Vt ſinus lat. dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tang. compl. anguti dati* | *ad tang. compl. lat. quæſiti.* |
| *Vt ſecans compl. lateris dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita tang. ang. dati* | *ad tangentem lateris quæſiti.* |
| *Vt tang. compl. anguli dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſinus lat. dati* | *ad tang. lat. quæſiti.* |
| *Vt tang. ang. dati* | *ad ſinum totum:* | *Ita ſecans compl. lat. dati.* | *ad tang. compl. lat. quæſiti.* |

Inuentum latus erit quadrante minus, ſi datus angulus ei oppoſitus fuerit acutus: maius vero, ſi obtuſus.

*XII. Problnma.*

## XII. LATVS

### Ex vtroque angulo non recto.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt ſinus totus* | *ad ſec. cōpl. ang. ad iac. lat. quæſito.* | *Ita ſinus cōpl. ang. opp. lat quæſito* | *ad ſinum compl. lat. quæſiti.* |
| *Vt ſinus totus* | *ad ſec. ang. opp. lateri quæſito:* | *Ita ſinus ang. adiacentis lat. quæſito* | *ad ſecantem lateris quæſiti.* |

*Vt ſinus*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus ang. adiacẽtis lat. quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus cõpl. ang. opp. lat. quæsito* | *ad sinum compl. lat. quęsiti.* |
| *Vt sinus compl. ang. opp. lat. quæsito.* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus ang. adiac. lat. quæsito* | *ad secantem lateris quæsiti.* |
| *Vt secans ang. opp. lat. quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita secans cõpl. ang. adiac. lat. quæsito* | *ad sinum compl. lat. quæsiti* |
| *Vt sec. cõpl. ang. adiac. lat. quæsito* | *ad sinum totum:* | *Ita sec. ang. opp. lat. quæsito* | *ad secantem lateris quæsiti.* |

Inuentum latus erit quadrante minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

## XIII. BASIS

XIII. Problema.

### Ex latere & angulo ei adiacente.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad sinum compl. anguli dati:* | *Ita tangens compl. lat. dati* | *ad tang. compl. basis.* |
| *Vt sinus totus* | *ad secan. ang. dati:* | *Ita tangens lat. dati* | *ad tangentem basis.* |
| *Vt sinus compl. anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita tang. lat. dati* | *ad tangentem basis.* |
| *Vt secans ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita tang. compl. lat. dati* | *ad tangentem compl. basis.* |
| *Vt tang. lat. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl. anguli dati* | *ad tang. compl. basis.* |
| *Vt tang. compl. lat. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita secans ang. dati* | *ad tangentem basis.* |

Inuenta basis minor erit quadrante, si datum latus fuerit quadrante minus, & angulus datus ei adiacens, acutus; vel si datum latus fuerit maius quadrante, & datus angulus ei adiacens, obtusus: maior vero quadrante, si datum latus fuerit maius quadrante, & datus angulus ei adiacens, acutus; vel si datum latus fuerit quadrante minus, & angulus datus, obtusus.

## XIIII. BASIS

XIIII. Problema.

### Ex latere, & angulo ei opposito: *Si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus:, obtususue: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad secantem compl. ang. dati:* | *Ita sinus lat. dati* | *ad sinum basis.* |
| *Vt sinus totus* | *ad sec. compl. lat. dati:* | *Ita sinus ang. dati* | *ad secan. compl. basis.* |
| *Vt sinus ang. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus lat. dati* | *ad sinum basis.* |

*Vt sinus*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus lat. dati* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus anguli dati* | *ad secantam compl. basis.* |
| *Vt secans compl. lat. dati* | *ad sinum totum;* | *Ita secans compl. ang. dati* | *ad sinum basis.* |
| *Vt secans compl. anguli dati* | *ad sinum totum:* | *Ita secans compl. lat. dati* | *ad secan. compl. basis.* |

Inuenta basis quadrante minor erit (nisi aliunde constet) si vterque angulorum non rectorum fuerit acutus, vel obtusus; vel si vtrumque laterum fuerit quadrante minus, vel maius: Eadem vero basis inuenta maior erit qnadrante, si alteruter angulorum non rectorum fuerit acutus, & alter obtusus; vel alterutrũ laterum fuerit quadrante minus, & alterum maius.

*XV. Problema.*

## XV. BASIS

Ex vtroque latere: *quorum alterutrum statuatur primum, & alterum secundum.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad sinum compl. 1. lateris:* | *Ita sinus compl. 2. lateris* | *ad sinum compl. basis.* |
| *Vt sinus totus* | *ad secantem 1. lateris:* | *Ita secans 2. lat.* | *ad secantem basis.* |
| *Vt secans 1. lat.* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl. 2. lateris* | *ad sinum compl. basis.* |
| *Vt secans 2. lat.* | *ad sinum totum:* | *Ita sinus compl. 1. lateris* | *ad sinum compl. basis.* |
| *Vt sinus compl. 1. lateris* | *ad sinum totum:* | *Ita secans 2. lateris* | *ad secantem basis.* |
| *Vt sinus compl. 2. lateris* | *ad sinum totum:* | *Ita secans 1. lat.* | *ad secantem basis.* |

Inuenta basis erit quadrante minor, si vtrumque latns fuerit quadrante minus, vel maius: maior vero, si alterutrum laterum fuerit minus quadrante, & alterum maius.

*XVI. Proalema.*

## XVI. BASIS

Ex vtroque angulo non recto: *Quorum alteruter statuatur primus, & alter secundus.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad tang. compl. 1. anguli:* | *Ita tangens compl. 2. anguli* | *ad sinum compl. basis.* |
| *Vt sinus totus* | *ad tang. 2. anguli:* | *Ita tangens 1. anguli* | *ad secantem basis.* |

*Vt tangens*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt tangens 1. ang.* | *ad ſinum totum :* | *Ita tang. compl. 2. anguli* | *ad ſinum compl. baſis.* |
| *Vt tangens 2. ang.* | *ad ſinum totum :* | *Ita tang. compl. 1. anguli* | *ad ſinum compl. baſis.* |
| *Vt tang. compl. 2. anguli* | *ad ſinum totum :* | *Ita tang. 1. anguli* | *ad ſecantem baſis.* |
| *Vt tang. compl. 1. anguli* | *ad ſinum totum :* | *Ita tangens 2. ang.* | *ad ſecantem baſis.* |

Inuenta baſis quadrante minor erit, ſi vterque angulorum non rectorum fuerit acutus, vel obtuſus : maior vero, ſi alteruter angulorum non rectorum fuerit acutus, & alter obtuſus.

## TRIANGVLORVM SPHAERICORVM obliquangulorum calculus.

17. DATO aggregato duorum arcuum vel angulorum, quod ſemicirculo minus ſit, vna cum proportione, quam eorundem ſinus habent, vtrumque illorum efficere notum. *XVII. Problema.*

*TERMINI proportionis datæ, ſi ſinus non ſunt, ad ſinus reducantur per vtriuſque multiplicationem per 10.100.1000.10000.100000.1000000. ita vt maior termi nus habeat tot figuras, quot continentur in maioribus ſinubus in tabula Sinuum. a Ita enim hi ſinus eandem proportionem habebunt, quam termini priores proportionis datæ. Deinde hi termini ad ſinus reducti in vnam ſummam colligantur, eiuſque ſemiſſis, atque differentia inter eam ſemiſſem, & alterutrum terminorũ, arcus ex tabula ſinuum accipiantur, non ſecus, ac ſi ſemiſſis illa, ac differentia, ſinus eſſent, & ſeorſum ambo reſeruentur : Eritque* *a 17. vel 18. ſeptimi.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt ſinus totus | ad ſecan. complemẽti maioris arcus ſeruati, qui nimirũ ſemiſſi ſummę terminorum reſpõdet : | Ita differẽtia prædicta, hoc eſt, ſinus minoris arcus ſeruati. | ad quartum. |

*Deinde.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt ſinus totus | ad tangentem ſemiſsis aggregati arcuum vel angulorum: | Ita quartus inuentus | ad tangentem differentię inter ſemiſſem aggregati arcuum, vel angulorũ, & alterutrum arcuũ quæſitorũ. |

*HVIVS tangentis inuentæ arcus ad ſemiſſem aggregati arcuum, vel angulorum additus conficit maiorem arcum, vel angulum quæſitum : ex eadem vero ſemiſſe ſub-*

*ductus minorem arcum, vel angulum quæsitum relinquit. Duplici autem illa operatione reperiri tangentem dictæ differentiæ, ita perspicuum fiet. Quoniam, vt propos. 6. triang. rectil. demonstrauimus, est vt semissis aggegati terminorum datæ proportionis (ad sinus reuocatorum) ad tãgentem semissis aggregati arcuum, ita differentia inter semissem summæ terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad tangentem differentiæ inter semissem aggregati arcuum, & alterutrum arcuum quæsitorum; erit quoq; permutando, vt semissis aggr. term. ad diff. dictam, ita tangens semissis aggr. arcuum ad tang. diff. arcuum. Sed vt semissis aggr. term. ad sinum totum, ita est diff. dicta ad alium quartum numerum: Et permutando, vt semissis aggr. term. ad dictam diff. ita sinus totus ad quartum illum numerum. Igitur erit etiam, vt sinus totus ad quartum, ita tangens semissis aggr. arcuum ad tangentem diff. arcuum: Et permutando, vt sinus totus ad taugentem semissis aggr. arcuum, ita quartus ad tangentem diff. arcuum, vt in secundo exemplo regulæ proportionum dicebamus. Produci autem quartum illum numerum eo modo, qui in primo exemplo expressus est, ita manifestum erit. Quoniam est, vt semissis aggr. term. ad sinum totum, ita diff. supradicta ad illum quar-*
a 18. sinuũ. *tum, vt paulo ante diximus; [a] Est autem vt semissis aggr. term. seu sinus, ad sinum totum, ita sinus totus ad secantem complementi arcus, qui illi semissi, vt sinui debetur: id quod etiam supra ostendimus in Prosthaphæresi Num. 6. Erit quoque, vt sinus totus ad secantem complementi arcus, qui semissi aggr. term. vt sinui, debetur, ita diff. prædicta ad quartum, vt in primo exemplo regulæ aureæ positum est.*

*VERVM tangens diff. inter semissem agg. arcuum, & alterutrum arcuum quæsi-*
b 6. triang. rectil. *torum, inuenietur quoque per vnam operationem, sine tamen sinu toto. [b] Est enim*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt semissis aggregati terminorũ datę proporcionis | ad tangentẽ semissis aggregati arcuum: | Ita diff. inter semissẽ aggregati terminorum, & alterutrum terminorum | ad tangentẽ diff. inter semissẽ aggregati arcuum, & alterutrũ arcuum. |

XVIII. Problema. 18. DATO aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorũ angulorũ, quod semicirculo maius sit, vna cũ proportione sinuum eorum, vtrumque notum efficere.

*DETRACTO hoc aggregato ex toto circulo, supererit aliud aggregatum arcuũ semicirculo minus, cum eadem proportione data, vt propos. 6. triang. rectil. dictum est. Si igitur huius aggregati vterque arcus, vel angulus inuestigetur, vt in præcedenti problemate 17. tradidimus, & inuentus vterque ex semicirculo tollatur, noti relinquentur quæsiti duo arcus, vel anguli aggregatum semicirculo maius datum constantes.*

*QVOD si quando accidat, datam proportionem esse æqualitatis, erunt quoque duo arcus, vel anguli datum aggregatum conficientes æquales. Quare semissis dati aggregati vtrumque arcum, vel angulum quæsitum dabit.*

*SI vero datum aggregatum semicirculo fuerit æquale, problema solui non poterit, vt in scholio propos. 6. triang. rectil. ostendimus.*

XIX. Problema. 19. DATA differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent, vtrumque seorsum cognoscere.

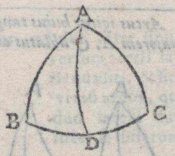
*SVBTRACTA differentia data ex ſemicirculo, ſumatur reliquus arcus, tanquam aggregatum duorum arcuum, & eius vterque arcus per datam proportionem (hæc enim eadem permanet, vt in propoſ. 7. triang. rectil. dictum eſt.) eruatur ex problemate 17. Minor enim inuentus, ſi data proportio eſt maioris inæqualitatis, hoc eſt, ſi ſinus maioris arcus maior eſt, & minoris minor, (quod quidem accidit, quando duo arcus ſemicirculo minores ſunt.) erit quæſitorum minor arcus; maior vero inuentus ex ſemicirculo ſubductus maiorem arcum quæſitum relinquet. Si vero data proportio eſt minoris inæqualitatis, hoc eſt, ſi ſinus maioris arcus mi nor eſt ſinu arcus minoris, (quod accidit, qaando duo arcus ſemicirculum ſuperant.) minor arcus inuentus ex ſemicirculo demptus relinquet maiorem arcum quæſitum; maior vero ex ſemicirculo ablatus minorem arcum quæſitum relinquet.*

*QVOD ſi data propurtio fuerit æqualitatis, quod quidem euenit, quando duo arcus ſemicirculum conficiunt, detrahemus differentiam ex ſemicirculo. Reliqui enim numeri ſemiſsis dabit minorem arcum quæſitum, eadem vero ſemiſsis, ſi datæ differentiæ adijciatur, maiorem arcum quæſitum conficiet.*

*QVANDO datur aggregatum vel differentia duorum angulorum vnum angulum ſphæricum conſtituentium, vel in aliquo triangulo rectilineo exiſtentium, conficiet arcus illorum angulorum ſemper aggregatum ſemicirculo minus, ac proinde adhibendum erit ſolum problema 17. præcedens, vel prima pars huius problematis 18.*

20. DATIS tribus angulis trianguli ſphærici obliquanguli, tria latera inueſtigare. *XX. Problema.*

*AVT in triangulo ABC, omnes tres anguli ſunt æquales, aut duo tantum, aut omnes tres inæquales. Sint primum omnes tres anguli, vel duo B, C, duntaxat æquales, [a] eruntque idcirco & latera AB, AC, eis oppoſita æqualia, anguliquè B, C, vel acuti,* a 9. triang. ſphær.
*vel obtuſi. Si igitur ex tertio angulo A, in latus oppoſitū BC, duobus æqualibus angulis adiacens, arcus perpendicularis intelligatur demiſſus AD, [b] cadet is intra triangulum, diuidetque & latus BC, & angulum BAC, bifariam.* b 57. triang. ſphær.
*Quoniam enim triangula ABD, ACD, rectangula habent angulos B, C, æquales, & latera AB, AC, rectis angulis ad D, oppoſita, æqualia; [c] erunt quoque tam latera BD, CD, quam anguli ad A, æquales: ac proinde cum totus angulus ad A, datus ſit, dabuntur etiam eius ſemiſſes BAD, CAD. Quia igitur in ttiangulo rectangulo ABD, duo anguli non recti cogniti ſunt B, & BAD, nota fiet quoque baſis AB, [d] Eſt enim,* c 21. triang. ſphær. d 16. probl.




| Vt ſinus totus | ad tāgentē compl. anguli B: | Ita tangens cōpl. anguli BAD, | ad ſinum compl. baſis AB, &c. |
|---|---|---|---|

*Hinc etiam cognitum erit latus AC, ipſi AB, æquale: Immo & tertium latus BC, ſi omnes tres anguli in triangulo ABC, dati ſunt æquales, datum erit; quod tūc omnia tria latera ſint æqualia, vt diximus, ac proinde vno inuento, reliqua nota etiam erunt. Si vero ſolum duo anguli B, & C, æquales ſint, reperietur BD, ſemiſsis lateris BC, ex eiſdem angulis non rectis B, BAD, cognitis. [e] Eſt enim,* e 12. probl.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt ſinus totus | ad ſecantē compl. ang. B, lat. quęſito BD, adiac. | Ita ſinus cōpl. ang. BAD, lat. quæſito BD, oppoſiti | ad ſinum compl. lat. BD, quæſiti. &c. |

*Si ergo latus BD, duplicetur, notum fiet totum latus BC.*

a 57. triang. ſphær. b 61. triang. ſphær.

*SINT deinde omnes tres anguli inæquales, atque adeo duo ſaltem acuti, vel obtuſi, cuiuſmodi v.g. ſint B, & C.[a] Demiſſus igitur ex tertio angulo A, in latus BC, duobus acutis, vel obtuſis angulis adiacens, arcus perpendicularis AD, intra triangulum cadet: [b] Eritque,*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt ſinus compl. anguli B, | ad ſinum compl. ang. C: | Ita ſinus anguli BAD, | ad ſinum ang. DCA, |

*Igitur proportio, quam ſinus angulorum BAD, CAD, habent, nota erit, cuius termini erunt ſinus compl. angulorum B, & C. Sumatur ſemiſsis aggregati horum ſinuum, & differētia inter eam ſemiſſem, & alterutrum ſinuum compl. ang. B, C. Erit ergo, vt in problemate 17. demonſtrauimus;*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt ſinus totus | ad ſecan. compl. arcus, qui dictæ ſemiſsi debetur, vt ſinui: | Ita prædicta diff. inter illam ſemiſsem, & alterutrum ſinuū cōpl. ang. B, C. | ad quartum alium numerum. |

*Deinde*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt ſinus totus | ad tang. ſemiſsis anguli BAC, tā quam aggregati angulorū BAD, CAD: | Ita quartus inuentus | ad tang. differentię inter ſemiſſem anguli BAC, & alterutrum ang. BAD, CAD. |

*Arcus igitur huius tangentis inuentæ additus ſemiſsi anguli BAC, conficiet angulū maiorem A, & ablatus ex eadem ſemiſſe relinquet minorem. Ille autem angulus A, maior erit, qui reſpondet maiori ſinui compl. ang. B, & C: adeo vt ſi ſinus compl. ang. B, maior fuerit ſinu cōpl. ang. C, angulus BAD, maior ſit angulo CAD, &c.*

*IAM ex duobus angulis non rectis A, B, trianguli rectanguli ABD, cognitis, cognoſcetur baſis AB, ex problemate 16. & latus BD, ex problemate 12. Eadem ratione ex angulis no rectis A, C, trianguli CAD, rectanguli cognoſcetur & baſis AC, & latus CD: ſumma nutē laterum BD, CD, totum latus BC, exhibebit. Atque ita nota facta ſunt omnia tria latera.*

XXI. Problema. 21. DATIS tribus lateribus trianguli ſphærici obliquanguli, quemlibet angulorum indagare.

*SIT in ſuperiore triangulo notorum laterum inueſtigandus angulus BAC, ſintq; primum duo latera AB, AC, cum ambientia, inæqualia. Ita ergo angulum BAC, inueſtigabimus.*

Vt

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt sinus totus | ad sinum maioris lateris dati : | Ita sinus minoris lateris dati | ad quartum |
| | | *Deinde* | |
| Vt quartus inuentus | ad sinum totum : | Ita diff. inter sinũ versũ arcus quæsito ang. oppos. & sinum versum arcus, quo duo latera angulũ quæsitum ambiẽtia inter se differũt. | ad sinum versum anguli quæsiti. |

*schol. 2. 58. triang. sphær.*

*SINT deinde duo latera AB, AC, quæsitum angulum ambientia, æqualia. Demissus ergo ex angulo quæsito arcus perpendicularis AD, secabit & angulum quæsitũ, & latus oppositum BC, bifariam,* [a] *vt in præcedenti probleumate ostendimus. Et quia in triangulo rectangulo BAD, basis AB, nota est, cum latere BD, ( Est enim semissis lateris BC, noti. ) quod angulo BAD, opponitur, cognoscetur angulus BAD, ex problemate 1. ac proinde & totus angulus quæsitus BAC, cum illius duplus sit, cognitus erit.*

*a 21. triang. sphær.*

22. DATIS in rriangulo sphærico obliquangulo duobus lateribus, cum angulo ab ipsis comprehenso, reliquum latus cum reliquis duobus angulis, inquirere.

*XXII. Problema.*

*SINT in eodem superiori triangulo data duo latera AB, AC, cum angulo BAC, primum inæqualia : ex quibus ita reliqua venabimur.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vt sinus totus | ad sinum maioris lat. dati: | Ita sinus minoris lat. dati | ad quartum. |
| | | *Deinde* | |
| Vt sinus totus | ad quartum : | Ita sinus versus ang. dati | ad diff. inter sinum versum tertii lateris quæsiti, & sinũ vrrsũ arcus, quo duo latera data inter se differunt. |

*schol. 2. 58. triang. sphær.*

*Hæc differentia ad sinum versum arcus, quo duo latera data inter se differunt, adiecta, conficit sinum versum tertij lateris quæsiti, ex quo ipsum latus tertium cognoscetur. Atque ita cognita iam erunt omnia tria latera trianguli ABC; ideoque vterque reliquorum angulorum B, C. notus fiet, vt in antecedente problemate traditũ est.*

*SINT deinde duo latera AB, AC, æqualia. Demissus ergo ex angulo dato BAC, arcus perpendicularis AD, secabit & datum angulum BAC, & quæsitum latus BC, bifariam, vt dictum est. Et quia in triangulo rectangulo BAD, basis AB, cum angulo BAD, qui quæsito lateri BD, opponitur, data est, dabitur quoque ex problemate 8. latus BD, ac proinde & totum latus BC, datum erit. Rursus ex data base AB, & angulo BAD, reliquus angulus ABD, ex problemate 3. notus fiet. Eodemque modo in triangulo CAD, notus efficietur angulus ACD, ex data base AC, & angulo CAD.*

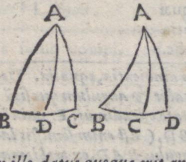


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*XXIII.*
*Problema.*

23. DATIS in triangulo ſphærico obliquangulo duobus angulis, cum latere illis adiacente, reliqua duo latera, cum reliquo angulo peruestigare.

*IN triangulo ABC, dati ſint duo anguli B, BAC, cum latere AB, ſintque primum illi anguli inæquales, & latus AB, non quadrans: Ex altero angulorum, vt ex A, demittatur ad latus BC, protractum etiam, ſi opus ſit, arcus perpendicularis, qui quando intra triangulum, & quando extra cadat, operatio ipſa docebit. Nã in triangulo rectangulo ABD, cum baſis AB, data ſit, cum angulo B; inuenietur per problema 8. latus AD, angulo B, oppoſitum: & per problema 3. alter angnlus non rectus BAD: qui ſi minor repertus fuerit angulo BAC, cadet arcus AD, intra triangulum; ſi vero maior, extra. Detracto ergo angulo BAD, ex dato angulo BAC, vel hoc ex illo, datus quoque erit angulus CAD, reliquus.*




*IAM cum in triangulo rectangulo ABD, baſis AB, data ſit, & angulus B; dabitur quoque per problema 9. latus BD, dato angulo B, adiacens.*

*RVRSVS in triangulo rectangulo CAD, cum inuentum ſit latus AD, & angulus CAD; dabitur per problema 10. etiã latus CD. Igitur cadente arcu AD, intra triangulum, ſumma laterum BD, CD, totum latus BC, notum efficiet: cadente vero extra, latus CD, ex BD, ſubtractum reliquum faciet latus BC, notum. Atque ita inuentum iam eſt alterum reliquorum laterum BC.*

*POSTREMO quia in triangulo rectangulo CAD, datum eſt latus AD, cum angulo adiacente CAD; dabitur per problema 13. baſis AC, quæ eſt tertium latus: at per problema 4. reperietur angulus C, dato lateri AD, oppoſitus, qui in priori caſu eſt tertius, qui quæritur: in poſteriori autem complementum eius ad ſemicirculum dabit tertium quæſitum.*

*a 25. triang. ſphær.*
*b 25. triang. ſphær.*

*QVOD ſi quando angulus CAD, inuentus fuerit rectus, (angulus BAD, nunquã erit rectus: alioquin, cum & D, rectus ſit, [a] eſſent AB, DB. quadrantes, cum tamen AB, ponatur non quadrans.) quoniam & D, rectus eſt; [b] erunt CA, CD, quadrantes: & latus AD, inuentum, erit arcus anguli quæſiti C: latus denique inuentum BD, cum quadrante CD, in priore caſu efficiet totum latus BC, notum; in poſteriore autem caſu quadrans CD, ex inuento latere BD, ſubductus relinquet quæſitum latus BC.*

*c 38. triang. ſphær.*
*d 25. triang. ſphær.*

*SINT deinde ijdem dati anguli B, BAC, inæquales, & latus AB, quadrans recto angulo D, oppoſitum. [c] Erit igitur ſaltem alterum reliquorum laterum etiã quadrans. Cum ergo AD, non poſſit eſſe quadrans; (Nam alias ob duos quadrantes AB, AD, [d] eſſent anguli B, D, recti; atque ita triangulum ABC, foret rectangulum. quod non ponitur) erit BD, quadrans; ideoque angulus BAD, rectus, propter quadrantes BA, BD: Et B, polus erit arcus AD, hoc eſt, AD, arcus erit dati anguli B, atque idcirco notus. Quibus inuentis, reperientur reliqua, vt prius, nimirum CD, per 10. problema, & AC, per 13. & angulus C, per 4. ex dato latere AD, & angulo CAD.*

*e 9. triang. ſphær.*

*TERTIO ſint in priori triangulo dati duo anguli æquales B, C, cum latere BC; [e] eruntque propterea latera AB, AC, æqualia. Demiſſus ergo ex tertio angulo A, arcus perpendicularis diuidet tam latus BC, quam angulum A, biſariam, vt ſupra oſtendimus: ac propterea cum in triangulo rectangulo ABD, latus BD, datum ſit cum angulo B; reperietur per proqlema 13. baſis AB, ideoque & AC, latus notum erit: at per problema 4. inuenietur angulus BAD, ſemiſsis totius BAC.*

24. DATIS

24. DATIS in triangulo ſphærico obliquangulo duobus angulis, cum latere alteri eorum oppoſito, reliqua latera, cum reliquo angulo explorare: ſi modo conſtet ſpecies alterius lateris alteri dato angulo oppoſiti. *XXIIII. Problema.*

*IN triangulo ABC, dati ſint primum duo anguli B, C, inæquales, cum arcu AB, non quadrante, & ſpecie arcus AC. Ex tertio angulo A, demittatur ad BC, arcus perpendicularis AD.* [a] *qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulorum B, C, datorum acutus eſt, aut obtuſus, extra vero, ſi vnus acutus eſt, & obtuſus alter. Cum ergo in triã gulo rectangulo ABD, data ſit baſis AB, cum angulo B; dabitur per problema 8. latus AD: Et per problema 9. latus BD: Et per problema 3. angulus BAD.*

*a 57. triang. ſphær.*

*RVRSVS quia in rectangulo triangulo ACD, datum eſt latus AD, cum angulo C, oppoſito, & ſpecie baſis AC; dabitur per problema 14. baſis AC: Et per problema 10. latus CD: Et ex latere CD, dato, & angulo D, dabitur per problema 4. angulus CAD. Si igitur inuentus angulus CAD, inuento angulo BAD, addatur, vel ex eo dematur, notus fiet angulus quæſitus BAC. Sic etiam inuentum latus CD, inuento lateri BD, additum, vel ex eo detractum, notum efficiet quæſitum latus BC.*

*QVOD ſi quando accidat, latus AC, eſſe quadrantem, erit quoque CD, quadrans, & angulus CAD, rectus, &c.*

*SIT deinde datum latus AB, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Erit igitur & BD, quadrans, & angulus BAD, rectus; & AD, arcus dati anguli B, proindeque notus, &c.*

*DENIQVE in priori triangulo ſint dati duo anguli B, C, æquales;* [b] *eruntque propterea & latera AB, AC, æqualia. Cum ergo AB, datum ſit, erit quoque AC, datum. Demiſſo arcu perpendiculari AD, qui & latus BC, & angulum BAC, bifariam ſecabit; cum in triangulo rectangulo ABD, detur baſis AB, cum angulo B, dabitur per problema 9. latus BD, ideoque & eius duplum BC, quod quæritur, datum erit: Et per problema 3. dabitur angulus BAD, ideoque & eius duplus BAC, quæſitus.*

*b 9. triang. ſphær.*

25. DATIS in triangulo ſphærico obliquangulo duobus lateribus, cum angulo alteri eorum oppoſito, reliquos angulos, cum reliquo latere inuenire: ſi modo conſtet ſpecies alterius anguli alteri lateri oppoſiti. *XXV. Problema.*

*IN triangulo ABC, data ſint primum duo latera inæqualia AB, AC, quorum neutrum quadrans, cum angulo B, & ſpecie alterius anguli C. Demittatur ex tertio angulo A, arcus perpendicularis AD,* [c] *qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulus B, C, eſt acutus, vel obtuſus, extra vero, ſi vnus eſt acutus, & alter obtuſus. Et quoniam in rectangulo triangulo ABD, datur baſis AB, cum angulo B, dabitur per problema 8. & latus AD, angulo dato oppoſitum: Et ex problemate 9. latus BD: Et per problema 3. angulus BAD.*

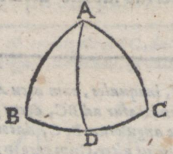
*c 57. triang. ſphær.*

*RVRSVS quia in triangulo rectangulo CAD, data eſt baſis AC, cum latere AD, inuento, dabitur per problema 6. latus CD: Et per problema 1. angulus C: Et per problema 2. angulus CAD. Si igitur arcus AD, intra triangulum exiſtit, dabunt ambo anguli BAD, CAD, inuenti totum angulum BAC, quæſitum: Et ambo latera BD, CD, inuenta totum latus BC, quæſitum. Si vero arcus AD, cadit extra triangulum,*

*angulus*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*angulus CAD, ex angulo BAD, subtractus notum relinquet angulum quæsitum BAC. Et latus CD, ex latere BD, ablatum relinquet quæsitum latus BC.*




*DEINDE sit alterum datorum laterũ quadrans. Si igitur AB, quadrans est, erit & BD, quadrans: & angulus BAD, rectus: & AD, arcus anguli dati B, ideoq; notus, &c.*

*SI vero AC, quadrans est, erit & CD, quadrans: & angulus CAD, rectus: & AD, arcus anguli C; ac proinde inuentus arcus AD, notum exhibebit angulum C, &c.*

*SINT denique in priori triangulo data duo latera* a 8. triang. sphær. *AB, AC, æqualia;* [a] *eruntque propterea & anguli B, C, æquales. Cum ergo B, datus sit, dabitur & angulus C. Solum ergo inquirendum erit latus BC, cum angulo BAC, Demissus arcus perpendicularis AD, diuidet & latus BC, & angulum BAC, bifariam. In triangulo autem rectangulo ABD, cum data sit basis AB; cum angulo B, dabitur per problema 9 latus BD; ideoque & eius duplum BC, quæsitum: Et per problema 3. inuenietur angulus BAD, atque idcirco eius duplus BAC, quæsitus notus erit.*

# TRIANGVLORVM
## rectilineorum rectangulorum calculus.

## I. PROPORTIONES LATERVM
### ex datis omnibus angulis cuiusuis trianguli.

1. triang. rectil. *Singulis lateribus adscribantur sinus angulorum oppositorum. Latera enim easdem proportiones habent, quæ inter sinus angulorum lateribus oppositis adscriptos reperiuntur.*

## II. LATVS
### Ex base, & alterutro angulorum acutorum, ac proinde & altero.

2. triang. rectil.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad basem:* | *Ita sinus ang. lat. quæsito oppositi.* | *ad latus quæsitum in partibus basis.* |

## III. LATVS
### Ex base, & altero latere.

3. triang. rectil.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt basis* | *ad sinum totum:* | *Ita datum latus* | *ad sinum ang. dato lateri oppositi.* |

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo:

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad basem:* | *Ita sinus anguli inuenti, qui lateri quæsito opponitur.* | *ad latus quæsitum in partibus basis, & alterius lateris.* |



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## IIII. LATVS

Ex altero latere, & angulo acuto, ac proinde & altero.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad latus datum :* | *Ita tang. ang. quæ sito lat. oppositi* | *ad latus quæsitum.* | *1. triang. rectil.* |
| | | Vel | | |
| *Vt sinus anguli dato lat. oppositi* | *ad latus datum :* | *Ita . sinus alterius anguli* | *ad latus quæsitum.* | |

## V. BASIS

Ex vno latere, & vno angulo acuto, ac proinde & altero.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad latus datum :* | *Ita secans ang. dato lat. adiacentis* | *ad basem.* | *1. triang. rectil.* |
| | | Vel | | |
| *Vt sinus anguli dato lateri oppositi* | *ad sinum totum :* | *Ita latus datum* | *ad basem.* | |

## VI. BASIS

Ex vtroque latere.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt latus alterutrũ datum* | *ad sinum totum :* | *Ita alterum latus datum* | *ad tangentem anguli huic alteri lateri oppositi.* | *3. triang. rectil.* |

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo:

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad latus alterutrum datum:* | *Ita secans ang. accepto lateri oppositi* | *ad basem.* |

## VII. ANGVLVS

EX base & vno latere.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt basis* | *ad sinum totum:* | *Ita latus datum* | *ad sinum anguli dato lateri oppositi.* | *3. triang. rectil.* |

Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

## VIII. ANGVLVS

Ex vtroque latere.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt latus alterutrum datum* | *ad sinum totum.* | *Ita alterum latus datum* | *ad tang. anguli huic alteri lat. oppositi.* | *3. triang. rectil.* |

Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

# TRIANGVLORVM RECTILINEORVM obliquangulorum calculus.

## IX. SEGMENTA LATERIS

à perpendiculari facta

Ex datis tribus lateribus.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt latus, in quod cadit perpẽdicularis* | *ad summam alterũ duorum laterum* | *Ita differentia eorundem laterũ* | *ad quartum alium numerum.* | *9. triang. rectil.* |

Si quartus numerus inuentus minor est latere, in quod cadit perpendicularis, auferendus erit ex eo latere. Semissis enim reliqui numeri dabit minus segmentum: quod ex toto latere subductum relinquet segmentum maius.

Si vero quartus numerus inuentus maior est latere, in quod cadit perpendicularis, auferendum est illud latus ex eo. Semissis enim reliqui numeri dabit segmẽtum minus exterius inter perpendicularem, & angulum obtusum: quod additum eidem lateri conflabit aliud segmentum maius inter perpendicularem, & angulum acutum.

## X. LATERA DVO

### Ex tertio latere, & duobus quibusuis angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit complementum aliorum ad semicirculum.

10. triang. rectil.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus anguli dato lateri oppositi* | *ad latus datum:* | *Ita sinus alterutrius reliquorũ angulorũ* | *ad latus huic ang. oppositum.* |

Rursus

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus anguli dato lateri oppositi* | *ad latus datum:* | *Ita sinus tertii ang.* | *ad latus huic tertio angulo oppositum.* |

IN Isoscele vnius tantum lateris inuentione opus est, cum vnum datum sit cum angulis. In æquilatero vero triangulo, si vnum latus datum sit, erunt & reliqua illi æqualia, data.

## XI. LATVS

### Ex duobus lateribus, & duobus quibusuis angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit complementum aliorum ad semicirculum.

10. triang. rectil.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus anguli alterutri lateri dato oppositi* | *ad latus oppositum datum:* | *Ita sinus ang. quæsito lat. oppositi* | *ad latus quæsitum.* |

## XII. LATVS

### Ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso.

Probl. 17. triãg. sphær.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad secantem compl. arcus, qui semissi aggregati datorũ laterum ad sinus reuocatorum, vt sinui, debetur:* | *Ita differentia inter eam semissem, & alterutrum datorum laterum ad sinus reuocatorum* | *ad quartum.* |

Deinde

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt sinus totus* | *ad tangentem semissis arcus, qui detracto dato ang. ex semicirculo relinquitur:* | *Ita quartus inuentus* | *ad tangentem diff. inter semissem eiusdẽ arcus, et alterutrũ angulorum non datorum.* |

Hæc

Hæc tangens hoc etiam modo inuenietur.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt semissis aggregati duorum laterum datorum* | *ad tangentem semissis arcus, qui detracto dato ang. ex semicirculo, relinquitur:* | *Ita differentia inter semissem aggregati duorũ laterum datorum, & vtrumlibet laterum* | *ad tangentem differẽtiæ inter semissem arcus prædicti, & alterutrum angulorum non datorum.* | *.6 triang. rectil.* |

Arcus huius tangentis inuentæ additus ad semissem eiusdem arcus, (est autẽ hic arcus summa duorum angulorum non datorum, nimirum complementum dati anguli ad semicirculum) dabit maiorem angulum non datum, qui videlicet maiori lateri dato opponitur: ex eadem vero semisse detractus reliquum faciet minorem angulum nõ datum, qui nimirum lateri minori dato opponitur. Post hæc,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt sinus vtriuslibet anguli inuenti* | *ad latus oppositum:* | *Ita angulus datus* | *ad latus oppositum, quod quæritur.* | *1. triang. rectil.* |

SI data duo latera sint æqualia,[a] erunt reliqui duo anguli æquales. Semissis ergo arcus, qui detracto angulo ex semicirculo, relinquitur, dabit vtrumque, &c. *a 5. primi.*

## XIII. LATVS

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito: si modo constet species anguli alteri dato oppositi, quando datus angulus acutus est.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt latus datum dato angulo oppositum* | *ad sinum ang. dati:* | *Ita alterum latus datum* | *ad sinum ang. huic alteri lateri opposito.* | *13. triang. rectil.* |

Hic sinus inuentus dabit angulum alteri dato lateri oppositum, si acutus fuerit: (Erit autem semper acutus, quando datus angulus est obtusus.) Si vero fuerit obtusus, arcus sinus inuenti ex semicirculo demptus reliquum faciet eum angulum: propterea quando datus angulus est acutus, oportet dari huius alterius speciem, vt sciamus, num acutus sit, vel obtusus. Summa autem horum angulorum ex semicirculo subtracta relinquet tertium angulum quæsito lateri oppositum. Ergo,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Vt sinus dati anguli* | *ad datum latut ei oppositum:* | *Ita sinus anguli inuenti quæsito lateri oppositi* | *ad latus quæsitum.* | *1. triang. rectil,* |

Si duo latera data sint æqualia:[b] erit angulus alteri dato lateri oppositus, dato angulo æqualis, &c. *b 5. primi.*

## XIIII. ANGVLI DVO

Ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso.

Inuenientur ex datis duo anguli, vt in priori parte problematis 12. dictum est, si nimirum inquiratur tangens differentiæ inter semissem arcus, qui, detracto angulo dato ex semicirculo, relinquitur, & alterutrum angulorum, qui quæruntur, &c. quæ tangens duobus modis inuenta est in priori parte problematis 12. in quo latus proponitur inuestigandum ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso; quod vt fieret, inuenti prius fuerunt alii duo anguli, qui in hoc problemate 14. quæruntur.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

## XV. ANGVLI DVO

**EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito : si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est.**

Hic etiam adhibenda est prior operatio problematis 13. in quo latus proponitur inquirendum ex eisdem datis. quod vt fieret, inuenti prius fuere reliqui duo anguli, qui in hoc probl. 15. indagandi proponuntur.

## XVI. ANGVLI TRES

**Ex tribus lateribus.**

11. *triang. rectil.* Ducta ad maximum latus perpendiculari ex angulo opposito, (vt nimirum perpendicularis semper intra triangulum cadat) inueniantur per problema 9 segmenta duo maximi lateris facta a perpendiculari. Deinde,

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt minimum latus* | *ad sinum totum :* | *Ita minus segmentum maximi lateris* | *ad sinum complementi anguli medio lateri oppositi.* |

Rursus.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt medium latus* | *ad sinum totum :* | *Ita maius segmentum maximi lateris* | *ad sinum compl. anguli minimo lateri oppositi.* |

Inuentis duobus angulis ad maximum latus, qui medio lateri, & minimo opponuntur, si eorum summa ex semicirculo dematur, reliquus fiet tertius angulus teri maximo oppositus.

*rum æqualium* ducta perpendiculari ad basem, quam bifariam secabit,

IN Isoscele,

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Vt alterutrum late* | *ad sinum totum :* | *Ita semissis basis* | *ad sinum compl. vnius angulorum æqualium ad basem.* |

Summa duorum angulorum æqualium inuentorum ex semicirculo detracta, reliquum faciet tertium angulum.

IN æquilatero dabuntur anguli, etiamsi latera non dentur, cum quilibet gradus 60. tertiam videlicet partem duorum rectorum, vel duas tertias partes vnius recti, complectatur.

FINIS LIBRI PRIMI.

### AD LECTOREM.

QVONIAM non pauci numeri in tabula Sinuum male sunt expressi, vt vix internosci queant, præsertim minuti illi interiecti pro parte proportionali eruenda, corrigenda erit tabula hoc modo. Quando in sinu aliqua figura vna, vel altera non est expressa, sumatur vel proxime antecedentium duorum, vel sequentium sinuum differentia, subtrahẽdo minorem ex maiore, & ea adijciatur ad proxime antecedentẽ sinum, vel à proxime sequenti subtrahatur, pro vt videlicet differentia antecedentium, vel sequentium sinuum accepta fuit. Ita enim prodibit sinus, de cuius numeris dubitabatur. V g In sinu grad. 16. min. 4, vltima figura versus dexteram non cognoscitur. Quia ergo differentia sequentium duorũ sinuũ 2770351. 2773146. est 2795. Si ea ex proxime sequenti sinu 2770351 subtrahatur, reliquus fiet sinus 2767556. de quo dubitabatur.

MINVTI autem interiecti numeri facile corrigentur, cum priores continue decrescant per vnitatem à 48. vsq. ad o. posteriores autem continue quoq decrescant à 5. vsq ad o. deinde semper à 9. vsq. ad o. donec tabula compleatur. Plerunq autem eiusmodi numeri mutantur intra columnas. Nam in vertice & pede columnarum repetiti sunt vt plurimũ numeri intra columnas positi, vt facilius pars proportionalis inueniatur : quamuis interdum etiam ibi mutatio fiat quod quando fiat, ex proxime antecedentibus, & sequentibus numeris colligendum erit.

# ASTROLABII LIBER SECVNDVS.

## AVCTORE CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E SOCIETATE IESV.

1\. SVPERIORE libro ea demonſtrauimus, quæ ad Planiſphærij, ſiue Aſtrolabij constructionem, hoc eſt, ad proiectionem ſphæræ in planum demonſtrandam neceſſaria eſſe iudicauimus: Nunc ad rem ipſam aggrediamur. Sphæra igitur cæleſtis multis modis in planum proijci poteſt, pro arbitrio ac voluntate eius, qui eam in plano deſcribere conatur, prout videlicet hac vel illa figura eam exprimere deſiderat. Quoniam enim fieri non poteſt, vt omnia puncta, omneſque circuli, qui in ſphæra concipiuntur, ita deſcribantur in plano, vt eundem ſitum, eaſdemq; prorſus diſtantias inter ſe habeant, quas in eius ſuperficie concaua, conuexaue obtinent, coacti ſunt Aſtronomi omnia ipſius lineamenta, ac partes ea effigie ac forma in datam planam ſuperficiem proijcere, qua in ea apparent, oculo in certo aliquo loco conſtituto, vel quam perpendiculares ex omnibus circulorum punctis in eam demiſſæ efficiunt: quod tribus potiſſimum vijs factum ab ipſis eſſe obſeruauimus.

*Sphæram varijs modis poſſe in plano deſcribi.*

2\. QVIDAM enim, inter quos eſt Gemma Friſius non ignobilis ſcriptor in Aſtrolabio ſuo vniuerſali, quod Catholicum appellat, oculum collocant in communi ſectione Aequatoris atque Eclipticæ, omneſque circulos cæleſtes in plano Coluri ſolſtitiorum, qui Meridianum circulum refert, ea forma deſcribunt, qua eos oculus intuetur.

*Aſtrolabium Catholicum Gemmæ Friſii quo fundamento deſcribatur.*

3\. ALII vero non conſtituunt oculum in fixo aliquo & certo loco, ſed

omnes

Planisphærium vniuersale Ioan. de Roias quo fundamento describatur.

omnes sphæræ circulos ea figura in Coluri solstitiorum, siue Meridiani plano designant, quam perpendiculares lineæ ex omnibus punctis circumferentiæ cuiusuis circuli ad planum Coluri solstitiorum, vel Meridiani circuli demissæ efficiunt: qua ratione fit, vt omnes circuli, qui neque Aequatori æquidistant, neque ad Colurum solstitiorum recti sunt, efficiant in plano illius Coluri Ellipses; Aequator vero cum suis parallelis omnibus, & alij circuli ad eundem Colurum recti, proijciantur in eius planum per lineas rectas. Atque hanc rationem secutus est Ioannes de Roias in Planisphærio suo vniuersali. Vtriusque autem Planisphærij constructionem, tam Gemmæ Frisij, quam Ioannis de Roias, acute eleganterque Guidus Vbaldus e Marchionibus Montis, vir in rebus Mathematicis eruditissimus, demonstrauit.

Astrolabium ad datam poli altitudinem quo fundamento a Ptolemæo describatur.

4. PTOLEMAEVS denique Astronomorum princeps constituit oculum in polo australi, circulosque omnes primi Mobilis, lineas, ac puncta in plano Aequatoris in infinitum extenso ea figura depingit, qua ex polo australi eo in plano cernuntur. Atque hac ratione Astrolabia vulgaria, quæ ad datam poli altitudinem construuntur, ab artificibus describi solent. Iordanus tamen, quem secutus est Franciscus Maurolycus Abbas Siculus celeberrimus Mathematicus in doctissima sua Astrolabij theoria & fabrica pro Aequatoris plano aliud assumit illi æquidistans, & quod sphæram in opposito polo boreali tangit: quia sub iisdem figuris in eo apparent omnes circuli ac lineæ, sub quibus in Aequatoris plano conspiciuntur. Sed nos Ptolemeum potius, quam Iordanum, in Astrolabij, siue Planisphærij constructione imitabimur: quia cum Aequator in Ptolemæi ratione eandem retineat magnitudinem, qua Analemma, ex quo tota Astrolabij structura pendet, describitur; fit vt pleraque multo facilius in Astrolabio delineentur, quam si planum Aequatori æquidistans, sphæramque in opposito polo boreali tangens assumatur, vt ex ijs, quæ sequuntur, manifestum erit.

Iordanus qua in re a Ptolemæo in Astrolabij descriptione differat.

Quæ potissimũ in Astrolabio describantur.

5. OMNIA porro, quæ in sphæra cælesti existunt, & in Astrolabio potissimum describi solent, vel sunt puncta, vel lineæ rectæ, vel circuli, quorum circumferentiæ in conuexa superficie sphæræ considerantur. Omnia enim alia, cuiusmodi sunt portiones ipsius superficiei sphæricæ, figuræ rectilineæ tam planæ in circulis, quam solidæ in sphæra descriptæ, & id genus alia; peculiari ac propria in Astrolabij plano descriptione non indigent, cum inter puncta, lineas, & circulos Astrolabij contineantur, non secus atque in ipsa sphæra contingit. Nam, vt vnum, aut alterum huiusce rei exemplum proferamus, ea pars sphæræ cælestis, quæ ad partes poli borealis ab Aequatore abscinditur, hoc est, totum hemisphærium boreale, re-

Partes inter puncta, lineas, & circulos sphæræ nõ egẽt peculiari descriptione in Astrolabio.

Partes singulæ Astrolabij, quibus cæli partibus respondeant.

le, repræſentatur in plano Aequatoris, vel Aſtrolabij, per eam ſuperficiem planam, quæ inter circumferentiam Aequatoris, & polum borealem, ſiue centrum Aſtrolabij quaquaverſus iucluditur: Reliqua vero Aſtrolabij portio extra Aequatorem verſus tropicum Capricorni in infinitum extenſa pertinet ad hemiſphærium auſtrale, quod Aequator in ſphæra cæleſti verſus polum auſtralem aufert. Sic etiam hemiſphęrium, quod Ecliptica in cælo verſus polum borealem abſcindit, eſt in plano Aſtrolabij pars illa, quæ inter Eclipticam, & eundem polum borealem, ſiue centrum vndique intercipitur: Pars vero reliqua Aſtrolabij extra Eclipticam infinite excurrens illi parti ſphæræ cæleſtis reſpondet, quam verſus polum auſtralem Ecliptica abſcindit. Pari ratione pars illa Aſtrolabij, quæ inter duos tropicos exiſtit, exprimit Zonam torridam, id eſt, ſuperficiem illam ſphærę cæleſtis, quam duo tropici includunt: Pars vero extra tropicum Capricorni in Aſtrolabio in infinitum extenſo, refert illam cæli partem, qnam tropicus Capricorni verſus auſtrum dirimit; quæ antem intra tropicum Cancri iacet, eſt illa, quæ in cælo inter polum arcticum, & tropicum Cancri exiſtit. Denique quilibet circulus in Aſtrolabio deſcriptus, & centrum ambiens, includit eam cæli partem, quę in cælo intra eius circuli circumferentiam verſus polum arcticum continetur: Portio autem reliqua cæli continetur extra illum circulum in Aſtrolabio. Ratio huiuſce rei eſt, quia omnia puncta illius partis cæli, quam verſus polum arcticum circulus quiuis alterutrum polorum ambiens abſcindit, proijciuntur in planum eiuſdem circuli in Aſtrolabio deſcripti, puncta vero omnia reliquæ partis cæli extra planum illius circuli cadunt, vt ex ijs, quæ ſequuntur, perſpicuum fiet.

6. PVNCTVM quodlibet ſphæræ cæleſtis per lineam rectam videtur, apparetque in eo puncto Aſtrolabij, ſiue plani Aequatoris, per quod recta linea ex polo auſtrali per ipſum punctum aſſumptum ducta incedit.

*Punctum quodlibet ſphæræ vbi appareat in Aſtrolabio.*

7. LINEA autem quæuis recta, ſi quidem per polum auſtralem ducitur, apparet tota in vno puncto Aſtrolabij, in eo ſcilicet, per quod extenſa tranſit; propterea quod omnia eius puncta in eo ſolo puncto cernuntur, cum vnicus radius viſualis per omnia illius puncta feratur: Si vero per polum auſtralem non traijcitur, aſpicitur per triangulum, cuius vertex eſt in oculo, ſiue polo auſtrali, baſis autem eſt ipſamet linea viſa, ita vt radij viſuales, qui per omnia illius puncta feruntur, iaceant omnes in plano illius trianguli: Ex quo fit, vt quælibet recta linea per polum auſtralem non tranſiens proijciatur in Aſtrolabium per lineam rectam, quæ communis ſectio eſt plani Aſtrolabij Aequatoriſue, & dicti trianguli, ſi tamen eius latera intelligantur eſſe producta, vt Aſtrolabij planum ſecare poſ-

*Recta linea in ſphæra, quando appareat punctũ in Aſtrolabio, & quando recta linea.*

ſint,

sint, quando recta linea visa vel tota est citra planum Aequatoris, aut Astrolabij, vel pars eius citra, & pars vltra: quia videlicet radij visuales per omnia puncta lineæ rectæ visæ circumducti à communi illa sectione plani Astrolabij, & dicti trianguli non recedunt. Itaque omnes diametri maximorum circulorum sphæræ proijcientur per centrum Astrolabij in lineas rectas; quippe cum omnes per centrum sphæræ, quod a centro Astrolabij non differt, vt infra patebit, traijciantur; adeo vt recta linea à quouis puncto circumferentiæ alicuius circuli maximi in Astrolabio descripti per centrum ducta, referat illius circuli maximi diametrum, quæ in cælo ducitur per punctum illud, quod assumpto puncto in Astrolabio respondet: Diametri vero circulorum in sphæra non maximorum proijcientur quidem in Astrolabium per lineas rectas, sed non per centrum, cum neque in sphæra per centrum ducatur.

*Circulus quiuis sphæræ quo modo inspiciatur in Astrolabio.*

8. CIRCVLVS denique quicunque, cuius circumferentia in superficie sphæræ existit, si quidem per australem polum descriptus est, inspicitur per radios visuales, qui per omnia puncta eius circumferentiæ circumlati ab eius plano non recedunt, ac proinde omnes in cõmuni sectione plani circuli & plani Astrolabij, siue Aequatoris terminantur, vt infra demonstrabitur propos. 1. Num. 1. adeo vt omnia illius puncta in recta linea, id est, in communi illa sectione appareant: Si vero per polum australem non ducitur, siue Aequatori æquidistet, siue non, & siue maximus sit, siue non maximus, cernitur per conum, cuius vertex est oculus ipse, siue polus australis, basis vero ipse circulus visus, vt ex definitionibus Apollonij patet, si radius visualis ex polo australi per quodlibet punctum circumferentiæ circuli ductus, intelligatur circa circumferentiam circumduci, vt conum describat, per quem circulus inspicitur ex polo eodem australi, cum radius ille visualis cum omnibus alijs radijs ex polo australi emissis coniungatur in illa circumlatione: Ex quo fit, vt circulus quilibet sphæræ, qui per polum australem non ducitur, in Astrolabium proijciatur ea forma, ac figura, quam communis sectio plani Aequatoris, Astrolabijue, & dicti coni efficit, dummodo conus ille intelligatur esse productus, vt a plano Astrolabij secari possit, quando circulus visus vel totus est citra planum Aequatoris, vel partim citra, partim vltra existit. Hæc autem communis sectio coni & plani cuiuspiam, quamuis possit esse circulus, Parabola, Hyperbola, vel Ellipsis, vt Apollonius demonstrat, tamen in Astrolabij plano, siue Aequatoris, semper circulus est, vt suo loco demonstrabimus.

*Astrolabium describere quid sit.*

9. EX his liquet, nihil aliud esse Astrolabium, siue Planisphærium construere, hoc est, sphæram, seu Primum mobile in plano describere, quam singula illius puncta, lineas, ac circulos in plano Aequatoris siue Astrolabij,

eo situ

*eo ſitu diſponere, quo ab oculo in polo auſtrali conſtituto in eo plano conſpiciuntur: Adeo vt Aſtrolabium, Planiſphæriumue ſit figura plana continens omnes ſectiones plani Æquatoris, Aſtrolabijue in infinitum extenſi, & tam rectarum ex auſtrali polo emiſſarum, quam triangulorum, conorumque, quorum vertices in polo auſtrali exiſtunt, baſes vero ſunt rectæ lineæ, & circuli ſphæræ, qui in Aſtrolabio deſcribuntur. Quod qua ratione fiat, ordine perſequentes propoſitiones demonſtrabimus,* Aſtrolabiũ quid.

## THEOREMA I. PROPOSITIO I.

CIRCVLVS quilibet ſphæræ per polum auſtralem ductus proiicitur cum omnibus punctis, & lineis in eo ductis, in Aſtrolabiũ per lineam rectam infinitam, quæ communis ſectio eſt ipſius circuli, & plani Aſtrolabij, Aequatoriſue: Partes autem illius rectæ arcubus æqualibus reſpondentes inæquales ſunt, eoque maiores, quo à radio viſuali per circuli centrum ducto ſunt remotiores: binæ tamen partes hinc inde ab eodem radio æqualiter diſtantes, æqualibusque arcubus reſpondentes, æquales ſunt.

Circulus per polum auſtralem ductus proiicitur in Aſtrolabium per lineam rectam, & arcus æquales in partes rectæ lineæ inæquales.

1. DVCTVS ſit circulus ABCD, per polum auſtralem A, ſecans Aequatoris planum per rectam HL, quæ vel per centrum E, circuli propoſiti tranſibit, quando nimirum circulus ABCD, eſt maximus; [a] (Cum enim Aequator & circulus maximus ABCD, ſe mutuo ſecent bifariam, tranſibit eorum communis ſectio HL, per vtriuſque centrum, ac propterea & per centrum E, circuli maximi propoſiti) vel vltra centrum E, exiſtet, quãdo videlicet circulus ABCD, non eſt maximus. Tunc enim eius centrum neceſſario citra Aequatoris planum erit, cum eius ſemidiameter AE, minor ſit ſemidiametro ſphæræ, quæ omnium rectarum ex polo auſtrali A, in planum Aequatoris cadentium eſt minima; [b] quippe quæ in centrum Aequatoris cadens ſit ad eius planum perpendicularis. Atque hæc recta HL, vel circulum ABCD, ſecabit, vel tota vltra eum erit, prout videlicet circulus ipſe Aequatorem ſecat, vel totus citra ipſum exiſtit. Dico hunc circulũ totũ ABCD, cum oĩbus punctis, & lineis in eo ductis, proiici in lineam rectam HL, in infinitum extenſum, &c. Quoniam enim radius viſualis ex polo A, per omnia puncta circumferentiæ circuli ABCD, & per omnia puncta in eius plano exiſtentia circumductus, à plano ipſius circuli non recedit; cadet neceſſario in communem ſectionem HL. Omnia ergo puncta circuli in eadem recta HL, apparebunt. Et quia radij viſuales, quo obliquius rectam HL, ſecant, eo longius excurrunt, adeo vt radius AY, vel AZ, cir-

a 11.1. Theo.

b ſchol. 8.1. Theod.

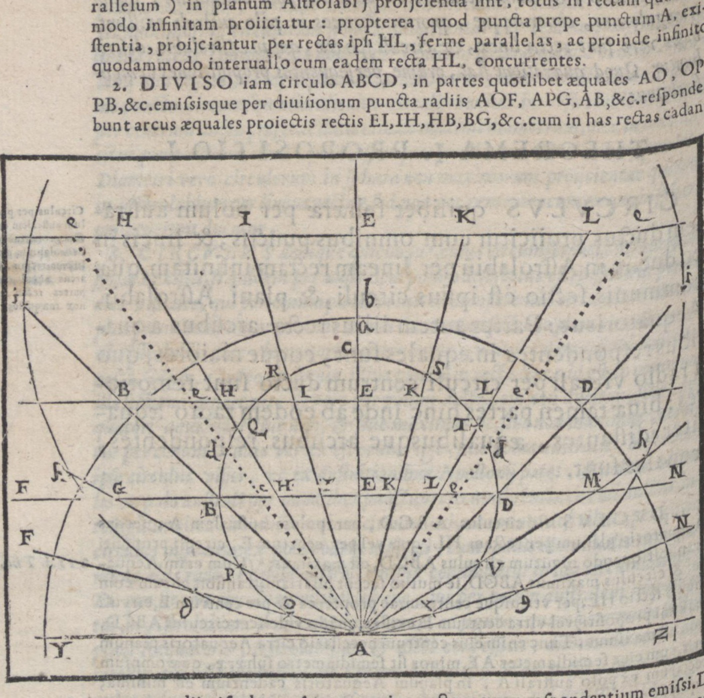


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 8. primi. b 28. tertij.

culum tangens in A, in infinitum extensus cum ea non conueniat, a sed ei æquidistet, b cum angulus YAE, rectus sit, & angulus AEH quoque rectus, ex lemmate 26. fit vt si omnia puncta circuli (polo A, excepto, qui solus, vt propos. 4. ostendemus, in planum proijci non potest, ob radium YZ, rectæ HL, parallelum) in planum Astrolabij proijcienda sint, totus in rectam quodammodo infinitam proiiciatur: propterea quod puncta prope punctum A, existentia, proijciantur per rectas ipsi HL, ferme parallelas, ac proinde infinito quodammodo interuallo cum eadem recta HL, concurrentes.

2. DIVISO iam circulo ABCD, in partes quotlibet æquales AO, OP, PB, &c. emissisque per diuisionum puncta radiis AOF, APG, AB, &c. respondebunt arcus æquales proiectis rectis EI, IH, HB, BG, &c. cum in has rectas cadant



omnes radij visuales ex A, per omnia puncta arcuum respondentium emissi. Dico rectas EI, IH, &c. inæquales esse, maioremque IH, quam EI, & HB, maiorem quam IH, &c. Quoniam enim diameter AC, ex lemmate 26. ad HL, communem sectionem Aequatoris & circuli ABCD, perpendicularis est, erunt anguli ad E, recti; ac propterea, ex corol. 1. propos. 17. lib. 1. Euclid. anguli G, B, H, I, K, L, D, M, vergentes ad E, acuti, ideoq. reliqui ex duobus rectis obtusi. c Igitur recta AI, maior erit quam AE, & AH, maior quam AI, & AB, maior quam AH, &c. hoc est, quælibet rectarum ex A, egredientium remotior propinquiore maior erit. Et quia arcus CR, RQ, æquales sunt, d erunt etiam anguli CAR, RAQ, æquales, hoc est, angulus EAH, in triangulo AEH, sectus erit bifariam. e Igitur erit, vt

c 19. primi.
d 27. tertij.
e 3. sexti.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

AH, ad AE, ita HI, ad IE. Cum ergo AH, maior sit ostensa, quã AE; erit quoq; HI, maior, quam IE. Eademq; ratione maior erit BH, quã HI, & sic de cæteris.

3. POSTREMO quia in triangulis AEI, AEK, anguli ad E, recti sunt, ideoque æquales, ex lemmate 26. & [a] anguli quoque EAI, EAK, arcubus æquali- a 27. tertij.
bus CR, CS, insistentes, æquales, latusque illis adiacens AE, commune; [b] erunt b 26. primi.
latera quoque EI, EK, æqualia, quæ quidem à radio AE, per centrum ducto æqualiter distant. Item quia in triangulis AEH, AEL, anguli ad E, recti sunt, ideoque
æquales, vt dictum est, [c] & anguli quoque EAH, EAL, æqualibus arcubus CQ, c 27. tertij.
CT, insistentes, æquales, latusque illis adiacẽs AE, cõmune; [d] erunt etiam latera d 26. primi
EH, EL, ab eodẽ radio AE, æqualiter distantia, æqualia. Ablatis ergo æqualibus EI, EK, ab æqualibus EH, EL, reliquæ quoque rectæ IH, KL, ab eodem radio AE, æqualiter remotę, respontesq́ue arcubus æqualibus RQ, ST, æquales erunt. Eodem modo ostendemus rectas EB, ED, æquales esse, ideoque, ablatis ęqualibus EH, EL, & reliquas HB, LD. Atque ita de cæteris rectis à radio AE, æqualiter distantibus, respondentibusq́ue arcubus æqualibus à puncto E, æqualiter remotis. quod erat demonstrandum.

Polus boreali, & axis mundi idem est in Astrolabio, quod eius centrum, vel centrũ sphæræ.

4. QVONIAM vero & polus borealis, & totus axis mundanus apparet ex polo australi in centro Astrolabij, siue Aequatoris, seu sphæræ; quòd axis, qui & recta est ex polo australi ad borealem polum ducta, [e] Aequatorem in centro sphæræ, vel Aequatoris, secet, adeo vt centrum Astrolabij repræsentet & centrum sphęrę, & polum mundi septentrionalem, & axem mũdi: fit, vt Meridianus, Horizon rectus, duo Coluri, circuli declinationum, circuli horarum à meridie ac media nocte, omnes denique circuli maximi sphęrę per mundi polos ducti, proiiciantur in Astrolabium per lineas rectas sese in centro Astrolabij intersecantes, quandoquidem & axis mundi, & polus borealis, vbi omnes illi circuli maximi se intersecant, in centro Astrolabij, vel Aequatoris ex polo australi inspectus apparet, vt diximus. Necesse enim est, vt in Astrolabio eiusmodi circuli maximi sese intersecent in eo puncto, quod representat punctũ illud in sphæra, vel lineam rectam, vbi omnes sese intersecant. Nam quemadmodum in cœlo omnes illi circuli transeunt per aliquod vnum punctum, vel lineam rectam, ita ijdẽ conspiciuntur in Astrolabio transire per punctum, quod illud in sphęrę repræsentat, vel per rectam lineam, in quam illa proiicitur.

e 10. 1. Theo.

Omnes circuli maximi per mundi polos ducti proiicinntur in rectas sese in centro Astrolabij intersecantes.

5. COLLIGITVR quoque ex his, qua ratione circulus quilibet per polũ australẽ ductus, qui quidem in Astrolabio est linea recta, vt demõstratum est, in gradus sit diuidendus, & quo pacto propositum punctum eiusmodi circuli in linea illa recta, quæ eum circulum repræsentat, exhiberi possit in Astrolabio. Nã cognito, quantum recta HL, quæ cõmunis sectio est Aequatoris, vel plani Astrolabij, & dati circuli, à polo australi abest, si per centrum E, non transeat, (quo pacto autem distantia hec cognoscatur, suo loco dicemus, quãdo diuisione eiusmodi circulorũ indigebimus, cuius quidẽ rei exẽplũ clarissimum ponemus propos. 8. Num. 2.) si rectę ex A, per singulos gradus circuli ABCD, ducantur, secabitur recta HL, in partes inæquales, vt ostensum est, quę singulos gradus circuli referunt. Vt quia recta AE, communis sectio est circuli ABCD, & circuli maximi per polos mundi, & ipsius circuli, instar proprij cuiusdam Meridiani, transeuntis, fit, vt quemadmodum tam Q, quam T, est gradus sexagesimus circuli ABCD, initio numerationis facto à puncto C, illius Meridiani, ita in Astrolabio punctum tam H, quam L, referat gradum 60. ab eodem Meridiano numerandum. Pari ratione puncta I, K, referent hinc inde gradum 30. & puncta B, D, gradum 90. & puncta G, M, gradum 120. & sic de cæteris.

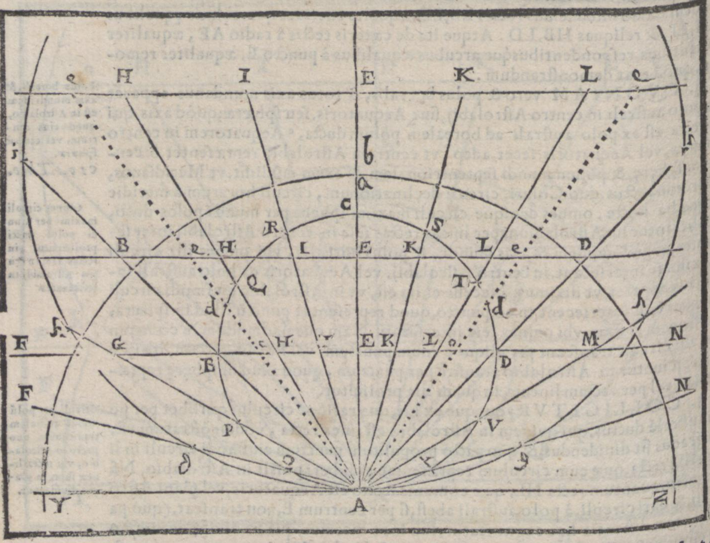
Circuli per polũ mundi australem transeuntes, quo pacto in Astrolabio, vbi rectæ lineæ sunt, in gradus diuidantur.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Gradus quilibet quo pacto reperiatur in eadem recta circulum per polos mundi ductum referente; & quot gradus contineantur in dato segmento eiusdem rectę, quo pacto cognoscatur.

6. ITAQVE si in recta HL, siue versus H, siue versus L, inuestigandus sit quilibet arcus, vel gradus propositus, supputandus erit arcus vel gradus ille in circulo à puncto C, versus illam partem, in qua arcus, vel gradus propositus desideratur. Nam per rectas ex A, per extrema puncta illius arcus ductas, vel per rectam per gradum illum ductam, exhibebitur in recta HL, arcus, vel gradus propositus. Vt si ex vtraque parte desideretur gradus 70. accipiendus erit vtrinque arcus Cd, graduum 70. vt in lemmate 3. docuimus. Recta enim ex A, per d, eiecta, dabit in recta HL, punctum e, quod gradibus 70. vtrinque à puncto E, abest. Eademque est ratio de cæteris gradibus. Quod si proponatur gradus cum quotlibet minutis, accipiendus erit secundum doctrinam lemmatis 3. arcus continens tot gradus, ac minuta, quot proponuntur. Sic è contrario, si scire quis cupiat, quot




gradibus datum quoduis segmentum eiusdem rectæ respondeat, ducendæ sunt à duobus eius extremis duæ rectæ ad centrum. Hæ etenim (productæ tamẽ, si opus fuerit) in dato circulo, quem recta illa repręsentat, intercipient gradus, quibus segmentum propositum respondet. Vt si datum sit segmẽtum GH, ducendę sunt duæ rectæ GA, HA, secantes circulum in P, Q. Nam quot gradus in arcu PQ, continentur, tot in segmento dato GH, includi dicentur. atque ita de cæteris.

Rectæ ex A, per gradus circuli quo pacto accuratius ducantur.

7. VERVM vt accuratius rectæ ex A, per singula puncta circuli ABCD, ducantur, præsertim per ea, quæ non procul absunt à puncto A, vbi facile regula à recto situ deflectere potest, propter pusillum illud spacium inter A, & illud punctum, vtemur hoc artificio. Ex A, describatur semicirculus YbZ, ad quoduis interuallum

teruallum, diuidaturque in 360, partes æquales, vterque videlicet quadrantũ b Y, b Z, in 180. ita vt quælibet particula ſemiſſem vnius gradus complectatur. Nam rectæ ex A, per has graduum ſemiſſes in ſemicirculo Y b Z, emiſſæ tranſeunt per integros gradus circuli ABCD, cum ex lemmate 10. quælibet particula ſit ſemiſsis eius arcus in eodem ſemicirculo Y b Z, qui ſimilis eſt arcui in circulo ABCD, qui inter duas rectas particulam illam ex ſemicirculo auferentes includitur.

8. ITAQVE ſi quicunque gradus in recta HL, deſideretur, hoc eſt, punctũ complectens quotcunque gradus ac minuta, initio numerationis facto à puncto E, accipiendus eſt in ſemicirculo á puncto a, arcus continens dimidiatum numerum graduum, vel certe tot ſemigradus, quot gradus proponuntur. Vt ſi inueniẽdum ſit punctum in recta HL, grad. 70. accipiemus arcum grad. 35. vel ſemigraduum 70. Recta namq; A e d, ex A, per terminum eius arcus ducta dabit in recta HL, punctum e, quod quæritur. Sic ſi quæratur punctum grad. 25. min. 40. ſumemus in ſemicirculo arcum grad. 12. min. 50. vel arcum ſemigraduum 25. & ſeminutorum 40. atq; ita de cæteris. Vel certe per lemma 3. accipiemus arcum grad. 25 min. 40. Eius enim dimidium dabit arcum ſimilem ſemiſsi arcus grad. 25. min. 40. in circulo ABCD. Atque ita ſemper numerari poterit in ſemicirculo Y a Z, totus arcus propoſitus, deinde eius ſemiſsis accipi, præſertim ſi minuta gradibus adhæreant, ne cogamur & gradus & minuta partiri bifariam, quod moleſtum eſt, quando numerus graduum ac minutorum eſt impar.

*Gradus quilibet quo pacto accuratius inueniatur in eadem recta, quæ circulũ per mundi polos ductum referat.*

*Quãdo gradibus minuta adhærent quid agendum in hac ſecunda via.*

9. IDEM efficiemus hoc modo. Ex quolibet pũcto b, in recta AE, producta deſcribatur per A, alius circulus A g h i, tangens rectã YZ, vel circulũ ABCD, in A, diuidaturq; in gradus. Nam rectæ ex A, per gradus huius circuli emiſſę trãſeunt quoq; per gradus ſingulos circuli ABCD, eo quod per lẽma 9. rectę ex puncto cõtactus egredientes abſcindũt arcus ſimiles ex circulis ſeſe tãgentibus, &c.

10. AVT certe ſine circulis idem aſſequemur per lemma 11. ſi rectam u g. AO, in continuum producamus, vt in eo lemmate præcepimus, eodemque pacto alias rectas, quarum extrema puncta parum inter ſe diſtant, per idem lemma, in rectum & continuum producamus.

11. QVIN etiam, vt pũcta, in quibus rectæ ex A, emiſſæ nimis oblique rectã HL, ſecant, qualia ſunt puncta G, & M, magis exquiſite habeamus, adhibendum erit documentum lemmatis 13. vbi docuimus, quanam arte inueniri poſsit punctum, in quo duæ rectæ conuenire debeant, ſi producantur.

## THEOR. II. PROPOS. II.

AEQVATOR, omneſque eius paralleli in Aſtrolabium proiiciuntur in formas circulares, & arcus eorum in arcus ſimiles, atque adeo æquales in æquales; & paralleli quidem auſtrales in circulos Aequatore maiores, boreales vero in minores proiiciuntur. Omnes tamen vnum & idem centrum cum Aſtrolabio habent.

*Aequator cum ſuis parallelis proiicitur in formam circularẽ, & partes æquales in partes æquales, &c.*

1. AEQVATOREM proiici in formam circularẽ, perſpicuum eſt. Cum enim inſpiciatur ex polo auſtrali per conũ, cuius baſis eſt ipſemet Aequator in plano Aſtrolabij, ita vt Aequator ſit cõis ſectio eius coni, & plani Aſtrolabii,

quod

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

quod ab Aequatoris plano non differt, liquido constat, cum in Astrolabii plano eandem formam circularem retinere, quam in eo cono habet: quandoquidem omnes radij visuales ex polo australi per omnia puncta circumferentiæ Aequatoris egredientes in Astrolabio terminentur in eadem eius circumferentia, nimirum in base coni.

2. PARALLELOS vero Aequatoris forma quoque circulari in Astrolabium proiici, hoc modo demonstrabimus. Quoniã quilibet parallelus Aequatoris, cum circulus sit, per conum inspicitur, cuius vertex polus australis est, & basis parallelus ipse; faciet planum Aequatoris vel Astrolabii basi illius coni æquidistans in eo cono, quando eius basis est vltra Aequatorem, aut in eo producto, quando eius basis citra Aequatorem existit, sectionem circulum, cuius centrum est in axe coni, vt in lemmate 16. demonstratum est.

3. QVIA vero radii omnes visuales per lemma 28. auferunt ex quouis parallelo, cum basis sit coni, & ex circulo, quem in cono illo pianum Aequatoris vel Astrolabii facit, arcus similes; efficitur, vt arcus cuiuslibet paralleli proiiciantur in arcus similes, atque adeo æquales in æquales, cum soli arcus æquales vnius circuli arcubus æqualibus alterius circuli posſint esse similes. Nam si v. g. duo arcus vnius circuli sint similes duobus arcubus æqualibus alterius circuli, erunt iidem illi duo similes vni & eidem ex his. Quare duo illi æquales erunt: Alias duo arcus inæquales eiusdem circuli essent similes vni & eidem arcui alterius circuli, quod est absurdum.

4. ITAQVE quadrantes proiicientur in quadrantes, gradus in gradus, minuta in minuta, &c. hoc est, sicut quadrans cuiusuis paralleli in cœlo est quarta pars sui circuli, & gradus pars trecentesima sexagesima, ita quoque arcus in plano Astrolabij respondens illi quadranti, quarta pars est totius circuli, & pars respondens vni gradui, pars est trecentesima sexagesima eiusdem circuli, & sic de cæteris. Ex quo fit, vt quemadmodum in cælo Aequator, & quilibet parallelus in 360. gradus diuiditur æquales, ita quoque Aequator, & circulus in Astrolabio eum parallelum referens, diuidendus sit in 360. partes æquales, vt eius gradus habeantur.

Aequator, eiusq; paralleli in Astrolabio diuidendi sunt in 360 partes æquales, vt eorum gradus habeantur, instar circulorum in sphæra.

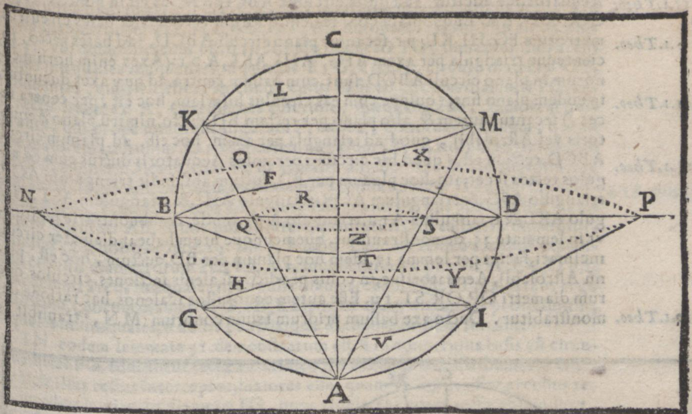
5. DEINDE sit Analẽma, in quo Meridianus ABCD; Aequator BFDT, eiusque diameter BD; parallelus quicunque australis GHIV, eiusque diameter GI; parallelus borealis quilibet KLMX, eiusque diameter KM, & axis mundi AC. Quia igitur radij uisuales AG, AI, per extrema puncta diametri paralleli australis ducti, cadunt in planum Aequatoris productum extra sphæram in puncta N, P, communis sectionis plani Aequatoris, & Meridiani, (cum sphæram secent in G, I) radii vero visuales AK, AM, per puncta extrema diametri paralleli borealis ducti, occurrunt eidem plano Aequatoris intra sphæram in punctis Q, S, eiusdem communis sectionis plaui Aequatoris ac Meridiani, idemque contingit in radiis per extrema puncta aliarum diametrorum vtriusque paralleli emissis, liquido cõstat, parallelum australem in circulum proiici maiorem Aequatore, borealem vero in minorem: quippe cum illius diameter visa NP, maior sit diametro BD, Aequatoris, huius vero diameter visa QS, minor, ac proinde & illius circulus visus NOPY, maior, huius vero circulus visus QRSZ, minor circulo Aequatoris BFDT. Eademque ratio est de aliis parallelis australibus, ac borealibus.

Paralleli australes in Astrolabio sunt maiores Aequatore, & boreales, minores.

6. POSTREMO quia ex lemmate 16. circuli, quos plana basibus conorum parallela abscindunt, centra habent in axe, axis autẽ mundanus AC, proijcitur in centrum Astrolabij siue Aequatoris E, vt supra dictum est; perspicuum

Aequator, eiusq; paralleli in Astrolabio idem cum Astrolabio centrum habent.

est




est, omnes circulos in Astrolabio, in quos Aequator, eiusque paralleli proiiciuntur, esse concentricos, idemq. cum Astrolabio centrum habere. Quod erat demonstrandum.

## THEOR. III. PROPOS. III.

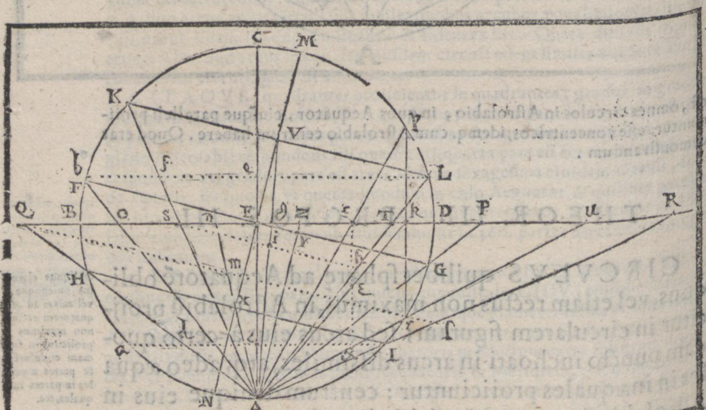
CIRCVLVS quilibet sphæræ ad Aequatorē obliquus, vel etiam rectus non maximus, in Astrolabiū proijcitur in circularem figuram; sed arcus eius à certo quodam puncto inchoati in arcus dissimiles, atq; adeo æquales in inæquales proiiciuntur: centrum denique eius in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum est.

Obliquus circulus quicunque, vel etiam ad Aequatorem rectus non maximus, proiicitur in formam circularē, & partes æquales in partes inæquales, &c.

1. IN sphera ABCD, cuius centrum E, & poli mundi A, C, sit circulus tam maximus, cuius diameter FG, quàm non maximus, cuius diameter HI, vel KL, ad Aequatorem obliquus, hoc est, cuius poli M, N, à polis mundi C, A, diuersi sint. Vel etiam circulus non maximus ad Aequatorem rectus, cuius diameter p r, hoc est, per cuius polos Aequator incedat. Dico eum in Astrolabium proiici in figuram circularem, &c. Describatur enim per eius polos, & polos mundi circulus maximus ABCD, sitq; ipsius & Aequatoris commmunis sectio recta BD, in infinitum extensa; & ex A, polo australi per extremitates diametrorum extendantur radii visuales secantes rectam BD, per quam planum Astrolabij, Aequato-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 15.1.Theo. Aequatorisue ducitur, [a] ad quod circulus ABCD, rectus est in punctis O, P;
Q, R, S, T, t, u. Et quoniam coni scaleni, quorum vertex A, & bases circuli dia
b 15.1.Theo. metrorum FG, HI, KL, p r, secantur plano circuli ABCD, [b] ad bases recto, fa-
cienteque triangula per axem AFG, AHI, AKL, A p r: (Axes enim horum co-
norum in plano circuli ABCD, sunt, cum basium centra, ad quæ axes ducuntur,
c 15.1.Theo. in eodem plano sint, [c] quippe cum eas circulus bifariam, hoc est, per centra se-
cet) secantur autem & alio plano per rectam BD, ducto, nimirũ plano Aequa-
toris vel Astrolabij, quod ad triangula per axem, hoc est, ad planum circuli
d 15.1.Theo. ABCD, rectum est, [d] quod hic circulus per polos Aequatoris ductus eum ad an-
gulos rectos secet; atq; hoc planum per BD, ductum abscindit triangulum AOP,
triangulo AFG, & triangulum AQR, triangulo AHI, & triangulum AST, trian
gulo AKL, & triangulum A t u, triangulo A p r, simile, & subcontrarie positum,
vt in lemmate 35. demonstrauimus, quemcunque situm habeat diameter circuli
inclinati, faciet per lemma 17. idem hoc planum per BD, ductum, hoc est, pla-
nũ Astrolabij, Aequatorisue, in conis prædictis scalenis sectiones, circulos, quo
rum diametri OP, QR, ST. t u. Esse autem conos istos scalenos, hac ratione de-
e 10.1.Theo. monstrabitur. Ducto axe basium priorum trium conorum MN, [e] transibit is




per E, X, V, centra circulorum, qui bases sunt, rectusq; ad ipsos circulos erit.
f 13.1.Theo. [f] Cum ergo ex punctis E, X, V, ad eosdẽ circulos nõ possint educi aliæ lineæ per
pendiculares, erunt axes conorum AE, AX, AV, ad eos circulos, hoc est, ad ba-
ses conorum obliqui, ideoque coni scaleni erunt. In cono autem posteriore, cũ
BD, axis circuli, cuius diameter p r, rectus etiam sit ad p r, & per eius centrum
k, transeat, liquet axem eius coni A k, obliquum esse ad basem coni, ac proinde
conum quoque, cuius basis est circulus diametri p r, scalenum esse.

2. DEINDE arcus circulorum, quorum diametri FG, HI, KL, p r, si à
certo quodam puncto incipiant omnes, proiici in arcus dissimiles, atque adeo

arcus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

arcus in circulis diametrorũ OP, QR, ST, t u, respõdentes æqualibus arcubus in circulis diametrorum FG, H I, KL, p r, esse inæquales; manifestũ est ex lemmate 31. vbi demonstratum est, si in circulo diametri FG, sumantur duo arcus oppositi inæquales incipientes à punctis F, G, arcus in circulo diametri O P, respondentes, quos videlicet in cono, cuius basis est circulus diametri FG, eędem rectæ lineæ ex A, egredientes auferunt, inæquales esse, maiorem quidem eum, qui prope minorem angulum P, existit, minorem vero eum, qui est prope maiorem angulum O. Esse autem angulum O, maiorem in triangulo AOP, & P, minorem, liquet, cum ille sit æqualis angulo G, & hic angulo F, in triangulo AFG, ob subcontrariã sectionem. [a] Constat autem angulum G, maiorem esse angulo F, quod & latus AF, latere AG, maius sit, quippe cũ illud maius sit latere quadrati AB, & hoc minus latere quadrati AD, si ea latera ducerẽtur, vt constat ex scholio propos. 29. lib. 3. Euclid. Eadem ratione arcubus æqualibus in circulis diametrorum HI, KL, p r, incipientibus a punctis H, I, K, L, p, r, respondebunt arcus inæquales in circulis diametrorum QR, ST, t u. Arcus ergo circulorum, quorum diametri FG, HI, KL, p r, in arcus dissimiles proiiciuntur, & æquales in inæquales, si ab iis punctis, quæ diximus, initium sumant. *a 18. primi.*

3. IN eodem lemmate 31. demonstratum est, si in cono, cuius basis est circulus diametri FG, educantur rectæ ex vertice A, arcus in circulo diametri O P, inter P, & illas rectas interceptos, maiores esse, quam vt similes sint arcubus respondentibus in circulo diametri FG, quos videlicet eædem rectæ abscindunt, &c. Cõstat ergo rursus, arcus circuli diametri FG, proiici in arcus dissimiles in circulo diametri OP, si à puncto P, incipiant. Idemq; dicendũ est de arcubus circulorum, quorũ diametri HI, KL, p r. Hi enim ex eodem lemmate proiicientur in arcus dissimiles in circulis diametrorũ QR, ST, t u. At vero arcus æquales circulorum maximorum obliquorum proiici in arcus inæquales ordine cõtinuato, euidenter demonstrabimus in scholio propos. 5. Num. 12 & sequentibus. Idemq; deinde in scholijs propos. 6. & 7. de circulis obliquis non maximis demonstrabimus. Ita vt verissimum sit, arcus æquales cuiusuis circuli obliqui, non solum proijci in arcus dissimiles, si à certo quodam puncto omnes initium sumant, verum etiam in inæquales, vt in theoremate propositum fuit. Ex quo fit, vt circulus obliquus siue maximus, siue non maximus, in Astrolabio diuidendus non sit in partes æquales, vt eius gradus habeantur respondentes gradibus eiusdem circuli in sphæra, sed in partes inæquales. vt propos. 5. 6. & 7. trademus.

4. DENIQVE centrum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio differre ab Astrolabii centro, hoc est, diametros visas OP, QR, ST, t u, non diuidi bifariam in E, centro sphæræ, quod & Astrolabii cẽtrum est, vt diximus, facile ostẽdemus hoc modo. Quoniam EB, ED, æquales sunt, erit ED, maior quàm EO. Multo ergo maior erit EP, quàm EO. Non ergo diameter OP, in E, diuiditur bifariam. Quod in circulo maximo patet etiam ex lemmate 35. vbi ostensum est, perpenpicularem AY, ad diametrum FG, diuidere bifariam diametrum OP, in Z. Non igitur in E, bifariã secatur. Rursus ductis I a, L b, ipsi BD, parallelis secantibus axẽ mundi AC, & rectas AH, AK, in c, d, e, f; quoniam ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. est vt I c, ad c d, ita RE, ad EQ; & vt L e, ad e f, ita T E, ad E S: Est autem I c, maior quam c d, & L e, maior quam e f, [b] quod I a, L b, bifariam secentur in c, e, [c] cum anguli ad c, e, recti sint, ob parallelas BD, a I, b L. Igitur & RE, maior est quam EQ, & TE, maior quam ES. Neque ergo diameter QR, neque diameter ST, in E, secatur bifariam; ac proinde cum centrum diuidat diametrum bifariam, non erit E, centrum

*Circulum obliquum in Astrolabio habere centrum diuersum a centro Astrolabii.*

*b 3. tertij.*
*c 29. primi.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

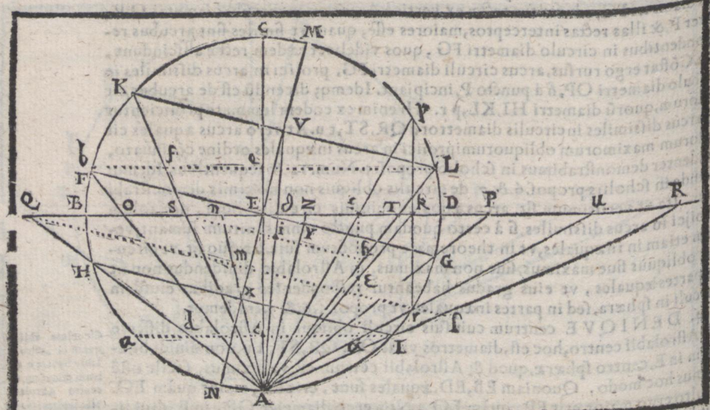
diametrorum OP, QR, ST. Denique diametrum quoque visam t u, non diuidi bifariam in centro E, luce clarius est, cum tota ea vltra centrum E, existat, vt perspicuum est, propter radios A p, A r.

## SCHOLIVM.

Circuli obliqui in quo circulo maximo inspiciendi sint, vt habeantur eorum diametri maximæ.

*1. OPORTET autem quemuis circulum obliquum maximum, eiusque parallelos, vel circulum non maximum ad Aequatorem rectum; ex polo australi inspicere in communi sectione Aequatoris vel plani Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui, vel recti, ducti, tum vt demonstremus, eos proijci in formam circularem, tum vt maximas eorum diametros visas, circa quas describendi sunt, habeamus. Nam vt in cono scaleno subcontraria sectio sit circulus, necesse est, triangulum per axem ad basem coni esse rectum, vt ex lemmate 17. constat: Huiusmodi autem est triangulum per axem in plano circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui, vel recti, transeuntis, [a] cum hic circulus ad basem coni, hoc est, ad circulum obliquum, vel rectum, per cuius polos ducitur, rectus sit, & aliorum nullus, qui per eius polos non incedit. Deinde quia circulus hic maximus metitur maximam*

a 15. 1. Theo.




Circulorum obliquorum, vel etiã rectorum nõ maximorum, diametros visas in cõmuni sectione Aequatoris, & circuli maximi per polos mundi & polos obliquorum circulorum, vel rectorum ducti, esse omnium maximas.

*declinationẽ maximi circuli obliqui ab Aequatore, cum eius arcus inter maximũ circulum obliquum, & Aequatorem, sit arcus anguli, quem obliquus circulus cum Aequatore facit, ex defin. 6. nostrorum triang. spharic. constituet diameter maximi circuli obliqui, quæ communis sectio est ipsius, & illius circuli maximi, (qualis in præcedenti figura est diameter FG,) cum diametro Aequatoris, quæ eiusdem circuli maximi, & Aequatoris communis sectio est, (cuiusmodi est in eadem figura diameter BD,) maiorem angulum, quam vlla alia eius diameter, quæ communis sectio sit circuli obliqui & alterius maximi circuli per polos mundi, sed non per polos obli-*

qui

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

qui circuli, incedentis, cum hic circulus non metiatur maximam declinationem circuli obliqui ab Aequatore: ac proinde omnes aliæ diametri circuli maximi obliqui inter puncta B. & F, atque D, & G, cadent. Igitur per lemma 36. diameter OP, visa est omnium maxima, & BD, omnium minima, propterea quod rectæ per extrema puncta aliarum diametrorum minores angulos, cum BD, in centro E, constituentium ductæ abscindunt minores rectas ex BD, recta OP, & maiores quàm BD, vt ibi demonstrauimus.

2. QVOD autem diameter visa ST, circuli obliqui non maximi, cuius diameter KL, communis sectio ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & polos mundi ducti, sit quoque omnium maxima, ita confirmabimus. Ducatur ex A, ad V, centrum obliqui circuli in cono, cuius ipse circulus est basis, axis AV, secans rectam BD, in g. Omnes ergo diametri circuli obliqui in sphæra per centrum V, transeuntes, conspicientur in Astrolabij plano per rectam BD, ducto transire per punctum g. Ducta quoque S h, ipsi KL, parallela, quæ secet axem coni AV, in i; erit ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt h i, ad i S, ita LV, ad VK. Est autem per lemma 29. maior proportio T g, ad g S, quàm LV, ad VK. Cum ergo LV, VK, sint æquales, inæquales erunt T g, g S, maiorque T g, quàm g S; ac proinde centrum circuli diametri ST, diuidens diametrum ST, bifariam, existet in recta T g.[a] Recta ergo ST, a 15. tertij.
per centrum illius circuli ducta, qui quidem refert circulum obliquum diametri KL, vt demonstrauimus, maior est omnibus alijs rectis per g, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri visæ circuli obliqui, vt dictum est. Eodem modo ostendemus diametrum visam QR, circuli obliqui non maximi diametri HI, quæ communis etiam sectio est ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & polos mundi transeuntis, esse omnium maximam. Ducto enim ex A, ad X, centrum obliqui circuli in cono, cuius ipse circulus est basis, axe AX, qui productus secet rectam BD, in n, conspicientur omnes diametri circuli obliqui in sphæra per centrum X, ductæ transire in plano Astrolabij per rectam BD, ducto per punctum n. Et quia ducta Q l. ipsi HI, parallela, quæ axem coni productum secet in m; est vt l m, ad m Q, ita IX, ad XH, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. Est autem per lemma 29. maior proportio R n, ad n Q, quàm l m, ad m Q; erit quoque maior proportio R n, n Q. quàm IX, ad XH. Cum ergo IX, XH, æquales sint, inæquales erunt R n, n Q, maiorque R n, quàm n Q; ac proinde centrum circuli diametri QR, qui refert obliquum circulum diametri HI, vt demonstrauimus, diuidens diametrum QR, bifariam, in recta R n, existet.[b] Recta igitur QR, per centrum illius circuli ducta, maior est omnibus alijs rectis per n, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri visæ circuli obliqui diametri HI, vt diximus. Denique non aliter probabimus diametrum visam t u, circuli ad Aequatorem recti, cuius diameter p r, esse omnium maximam. Ducto enim axe A k, in cono, cuius basis est circulus diametri p r, agatur per t, ipsi p r, parallela t α, secans A k, in ε. Erit igitur ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt α ε, ad ε t, ita r k, ad k p. At per lemma 29. maior est proportio u k, ad k t, quàm α ε, ad ε t. Igitur maior quoque erit proportio u k, ad k t, quàm r k, ad k p. Cum ergo æquales sint r k, k p, inæquales erunt u k, k t, maiorque erit u k; ac proinde centrum circuli diametri t u, in recta u k, existet. Ergo recta u t, per illud centrum ducta erit maior omnibus alijs rectis per k, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri visæ circuli, cuius diameter p r, in sphæra. quod est propositum.

b 15. tertij.

3. IMMO & hæc demonstratio in circulos maximos conuenit. Quoniam enim in eadẽ præcedenti figura omnes diametri circuli maximi obliqui, cuius diameter FG, communis sectio ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & polos mũdi ducti,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

conspiciuntur transire per E, centrum, sphæræ, vel Astrolabij, estque centrum diametri visæ OP, cuius circulus circulum maximum obliquum diametri FG, in Astrolabio repræsentat, vt demonstratum est in recta PE, quod hæc maior sit, quàm EO, vt supra ostendimus; erit recta OP, per centrum illius circuli ducta, maior omnibus alijs rectis per E, eductis, quæ quidẽ, vt dictũ est, sunt diametri visæ circuli obliqui diametri FG.

Centra obliquorum circulorum vel, etiam rectorum non maximorum in Astrolabio sumenda esse in cõi sectione plani Astrolabii Aequatorisue & circuli maximi per polos mũdi, & polos circulorum obliquorum, vel rectorũ ducti.

4. EX his perspicuum est, centrum cuiusque circuli obliqui siue maximi siue non maximi, vel etiam recti non maximi, in Astrolabio sumendum esse in communi sectione plani Astrolabij Aequatorisue, & circuli maximi per polos mũdi, & polos circuli obliqui, vel recti, transeuntis, quandoquidem, vt demonstratum est, in hac cõmuni sectione apparet eius diameter maxima, atq; adeo circulus ipse obliquus, vel rectus, describitur circa eam diametrum ea magnitudine, qua cernitur, cum in eo omnes diametri visæ, etiam maxima, includantur. Quod si secundum diametrum aliquam minorem visam describeretur, minor fieret in Astrolabio, quàm apparet, cum maxima eius diameter visa eum excederet. quod est absurdum

Rectam lineam per centrũ Astrolabii, & centrum cuiuſuis circuli in Astrolabio descripti ductam, esse communem sectionem plani Astrolabii, Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi & polos descripti circuli ducitur.

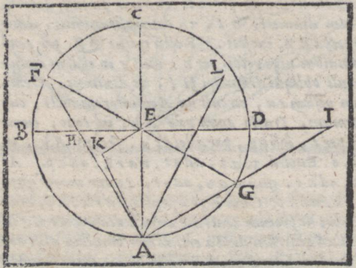
EX quo illud etiã efficitur, rectam per centrum Astrolabij, & centrum cuiusq; circuli obliqui tam maximi, quàm non maximi, vel etiam recti non maximi, traiectã, esse communem sectionẽ plani Astrolabij Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi, & polos obliqui circuli, vel recti, incedit in sphæra. Nam si alia quæuis linea recta diceretur esse hæc communis sectio, appareret in ea maxima diameter visa, atque adeo in eadem centrum obliqui circuli, vel recti describendi existeret, vt diximus. quod est absurdum, cum eius centrum in priori illa recta linea positum sit.

5. ITAQVE Horizon obliquus, Ecliptica, (positis principijs ♎, & ♑, in Meridiano) & Verticalis primarius, inspiciendi sunt in communi sectione Meridiani, & Aequatoris siue Astrolabij, vt eorum diametri visæ habeantur maximæ, atque in eadem sectione eorum centra existunt: quia nimirum Meridianus per illorum circulorum polos ductus a ad eosdem rectus est.

a 15.1. Theo.

6. IORDANVS in suo planisphærio, quod est instar commentarioli cuiusdam in planisphærium Ptolemæi, alia demonstratione, quæ ex conis non pendet, concludit circulos obliquos omnes proijci in figuram circularem, hoc est, omnia puncta circumferentiæ cuiusuis circuli obliqui per radios ex polo australi emissos cadere in circuli circumferentiam, quam demonstrationem, quod acuta sit & elegans, hic censui apponendam. Sit ergo primum circulus maximus obliquus, cuius, & circuli maximi ABCD, per eius, & mundi polos ducti, communis sectio sit FG, cuius extrema puncta per radios AF, AG, appareant in BD, cõmuni sectione eiusdẽ circuli maximi ABCD, & Aequatoris, Astrolabijue, in punctis H, I, ita vt HI, sit diameter visa omniũ maxima, vt demonstratũ est Num. 1. 2. & 3. si circulus maximus obliquus diametri FG, visus in Astrolabio obtineat circularẽ figurã. Deinde cõcipiatur alius circulus maximus per polos quidẽ mundi A, C, sed non per polos circuli obliqui diametri FG, descriptus, secãs circulũ obliquũ propositũ non iam per diametrũ FG, sed per aliã, per cuius extrema puncta emissi radij visuales AK, AL, abscindãt ex cõi sectione posterioris huius circuli maximi per polos A, C, ducti, & plani Aequatoris, Astrola-

Iordani demonstratio, circulos obliquos, vel etiam rectos non maximos proijci, in figuras circulares.




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*Astrolabijue,* [a] *ad quod circulus ABCD, rectus est, diametrum visam KL. Dico quatuor puncta H, I, K, L, in plano Aequatoris seu Astrolabij, cadere in circuli circumferentiam.* [b] *Quoniam enim angulus FAG, in semicirculo rectus est, rectangulũ erit triangulum AHI, ad cuius basem HI, demissa est perpendicularis AE, nimirum axis ipse mundanus,* [c] *qui per sphaerae centrum E, transit, rectusque est ad Aequatorem, cuius axis est, ideoque & ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam BI, in Aequatoris plano existentem perpendicularis. Igitur erit per coroll. propos. 8. lib. 6. Euclid. AE, media proportionalis inter HE, EI.* [d] *Igitur rectangulum sub HE, EI, quadrato rectae AE, aequale erit. Rursus quia angulus KAL, rectus est, cum etiam in semicirculo existat, nimirum in eo, quem ex maximo circulo per polos mundi, sed non per polos obliqui circuli, ducto aufert diameter circuli obliqui, per cuius extrema puncta radij visuales emissi abscindunt diametrum visam KL; erit triangulum AKL, rectangulũ, ad cuius basem KL, demissa est perpendicularis AE, axis videlicet ipse mundanus,* [e] *qui per sphaerae centrum E, transit, rectusque est ad Aequatorem, cuius est axis, ideoque & per defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam KL, in plano Aequatoris existentem perpendicularis. Igitur per coroll. propos. 8. lib. 6. Euclid. AE, media erit proportionalis inter KE, EL:* [f] *ac proinde rectangulum quoque sub KE, EL, quadrato rectae AE, aequale erit. Quocirca rectangula sub HE, EI, & sub KE, EL, aequalia inter se erunt, cum vtrumque quadrato rectae AE, ostensum sit aequale: ac propterea ex scholio propos. 35. lib. 3. Euclid. circulus circa diametrum HI, descriptus per puncta K, L, incedet. Non aliter ostendemus, eundem transire per extrema puncta aliarum diametrorum visarum, si nimirum cõcipiantur alij circuli maximi per polos mundi, sed non per polos circuli obliqui diametri FG, describi, facientes in circulo obliquo diametros, per quarum extrema puncta radij visuales ex A, procidentes abscindant in plano Aequatoris alias diametros visas à diametro visa KL, differentes. Circulus ergo obliquus maximus, cuius diameter FG, in formam circularem proijcitur. quod erat demonstrandum.*

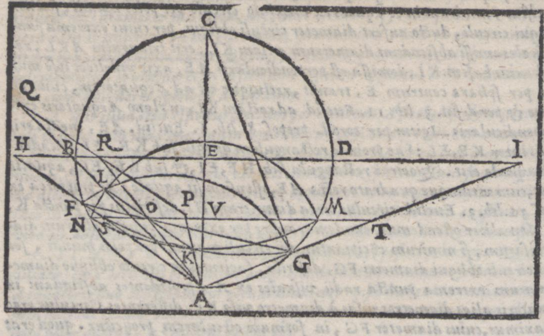
7. DEINDE *sit circulus obliquus, vel etiam rectus non maximus FKGL, cuius, & circuli maximi ABCD, per eius, & mundi polos ducti, communis sectio sit FG, cuius extrema puncta per radios AF, AG, appareant in BD, communi sectione eiusdem circuli maximi ABCD, & Aequatoris vel Astrolabij, in punctis H, I, ita vt HI, sit diameter visa omnium maxima, vt demonstratum est Num. 1. 2. & 3. si circulus obliquus FKGL, visus in Astrolabio circularem figuram obtineat. Per quodlibet punctum O, diametri FG, ducatur planum Aequatori parallelum, hoc est, ad circulum ABCD, rectum, cum hic circulus Aequatorem, eiusque parallelos secet per polos A, C,* [g] *ideoque ad angulos rectos,* [h] *faciens in circulo ABCD, sectionem MN, ipsi BD, parallelam,* [i] *& in sphaerae superficie circulum NKML; sitque KOL, communis sectio circulorum FKGL, NKML.* [k] *quae ad circulum ABCD, recta erit, quod vterque circulus ad eundem sit rectus; ac proinde ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ad FG, rectam perpendicularis,* [l] *ideoque diameter FG, secans KL, ad angulos rectos, eandem bifariam in O, secabit. Extensa autem ex A, per O, recta AO, secet HI, in R, & per R, in plano trianguli AKL, (ductis rectis AK, AL,) rectae KL, parallela agatur PRQ, occurrens radijs visualibus AK, AL, in P, Q,* [m] *quae etiam ad planum eiusdem circuli ABCD, recta erit, ac proinde in plano Aequatoris per HI, ducto, et ad eundem circulũ ABCD, recto existet. Puncta igitur K, L, circuli FKGL, in plano Aequatoris, Astrolabijue, apparebunt in punctis P, Q, & recta KL, in recta PQ. Dico quatuor puncta H, I, P, Q, in circumferentiam circuli cadere in plano Astrolabij siue Aequatoris. Iungatur enim recta GC, & recta MN, secet radium visualem AF, in S, & axem AC, in V, eademque recta NM, exendatur vsq; ad T.* [n] *Quoniã igitur angulus AGC, rectus est,* [o] *nec*

non &

a 15.1. Theo.
b 31. tertij.
c 10.1. Theo.
d 17. sexti.
e 10.1. Theo.
f 17. sexti.
g 15.1. Theo.
h 16. undec.
i 1.1. Theo.
k 19. undec.
l 3. tertij.
m 8. undec.
n 31. tertij.
o 29. primi.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*non & angulus AVT, ob parallelas BD, NM: Habent autem & triangula AGC, AVT, angulum A, communem; erit per coroll. 1. propos. 32. lib. Euclid. reliquus angu-*
a 21. tertij. *lus ACG, reliquo angulo ATV, æqualis:* [a] *Est autem eidem angulo ACG, angulus*
b 15. primi. *AFG, æqualis. Igitur & anguli T, F, in triangulis GOT, SOF, æquales erunt.* [b] *Cum ergo & anguli ad verticem O, sint æquales; æquiangula erunt triangula GOT, SOF.*
c 4. sexti. [c] *Igitur erit vt GO, ad OT, ita SO, ad OF:* [d] *ac proinde rectangulum sub GO, OF, re-*
d 16. sexti. *ctangulo sub TO, OS, æquale erit.* [e] *Est autem rectangulum sub GO, OF, æquale re-*
e 35. tertij. *ctangulo sub KO, OL. Igitur & rectangulũ sub TO, OS, eidem rectangulo sub KO, OL, æquale erit, hoc est, quadrato rectæ KO, quod KO, OL, æquales sint ostensæ:*
f 17. sexti. [f] *atq; idcirco tres TO, KO, OS, continue sunt proportionales. Quia vero, cum*




*triangulum TOA, triangulo IRA, sit simile, & triangulum AOK, triangulo ARP,*
g 4. sexti. *ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid.* [g] *est vt TO, ad OA, ita IR, ad RA, & vt OA, ad KO, ita RA; ad PR; erit ex æquo, vt TO, ad KO, ita IR, ad PR. Rursus quoniam est ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt SO, ad OT, ita HR, ad RI: Ostensum autem est proxime, esse vt OT, ad OK, ita RI, ad RP; erit quoque ex æquo, vt SO, ad OK, ita HR, ad RP: Et conuertendo, vt OK, ad SO, ita RP, ad HR. Quocirca cum sit, vt TO, ad OK, ita IR, ad RP; & vt OK, ad OS, ita RP, ad HR; sint autem tres TO, OK, OS, ostensæ cõtinue proportionales; erunt quoque tres*
h 17. sexti. *IR, RP, HR, continue proportionales.* [h] *Igitur rectangulum sub IR, RH, quadrato rectæ RP, æquale erit, hoc est, rectangulo sub PR, RQ, cum hæ rectæ æquales sint, quippe quæ ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. eandem proportionem habent, quam æquales rectæ KO, LO. Igitur per scholium propos. 35. lib. 3. Euclid. circulus circa diametrum HI, descriptus, per puncta P, Q, transibit. Non aliter ostendemus, eundem transire per alia puncta, in qua cadunt in plano Astrolabij Aequatoriue, rectæ ex polo australi A, per alia puncta circuli obliqui FKGL, emissæ, si nimirum per alia puncta diametri FG, ducantur plana Aequatori parallela, &c. Circulus igitur obliquus, vel etiam rectus non maximus FKGL, in circularem figuram proijcitur. quod erat demonstrandum.*

| | |
|---|---|
| TO. | IR. |
| OA. | RA. |
| KO. | PR. |

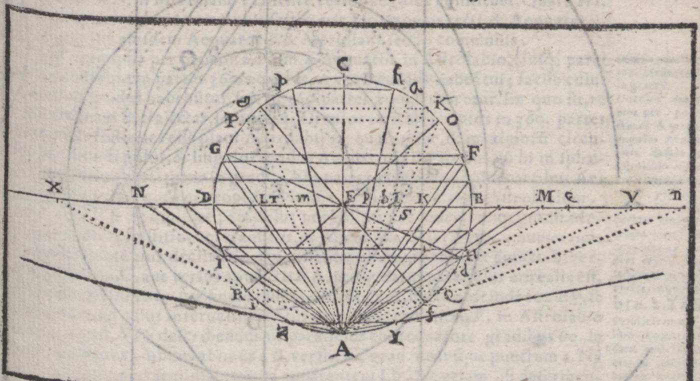
| | |
|---|---|
| SO. | HR. |
| OT. | RI. |
| OK. | RP. |

PRO-

## PROBLEMA I. PROPOS. IIII.

**AEQVATOREM, & quemlibet eius parallelum, cuius datus sit arcus declinationis, in planum Astrolabij proiicere, atque in gradus distribuere.**

I. DESCRIBATVR Analemma, vt lemmate 19. traditum est, cuius Meridianus ABCD, ex centro E, descriptus sit æqualis Aequatori in futuro Astrolabio; (accipi enim potest magnitudo Aequatoris ad cuiusque arbitrium) axis mundi AC; polus australis A, & borealis C; Diameter Aequatoris BD; Tropici ♋, FG; tropici ♑, HI, ita vt arcus BF, BH, DG, DI, metiãtur maximã Solis, vel Eclipticæ, declinationem; atque inter has diametros FG, HI, diametri aliorum parallelorum per signorum initia ductorum contineantur, vt in Analemmate lemmatis 19. & extra easdem, diametri circulorum arctici & antarctici hp, YZ; Diameter Horizontis ad eleuationem poli grad. 42. fg; eius axis, siue



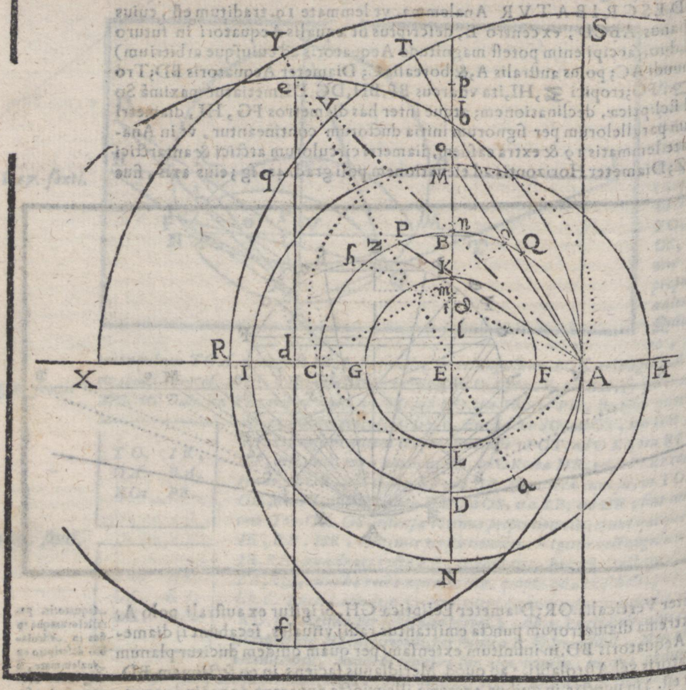

diameter Verticalis OR; Diameter Eclipticæ GH. Si igitur ex australi polo A, per extrema diametrorum puncta emittantur radij visuales, secabunt ij diametrum Aequatoris BD. in infinitum extensam (per quam quidem ducitur planum Aequatoris vel Astrolabij, [a] ad quod Meridianus faciens in eo sectionem BD, rectus est.) in punctis, in quibus extrema illa puncta apparent, ac proinde ex eadem recta BD, diametros visas abscindent; eritque diameter visa Aequatoris BD, eadem quæ Analemmatis; tropici ♋, KL; tropici ♑, MN. Et quoniam per propos. 2. Aequator, eiusque paralleli omnes in figuras circulares proiiciuntur, centrum commune habentes E, in axe conorum, erunt omnes aliæ diametri parallelorum visæ æquales diametris BD, KL, MN, cum omnes per E. transeant, terminenturque in circumferentiis circulorum ex E, ad interualla EB, EK, EM,

*Aequatoris, parallelorumque ipsius in Astrolabio descriptio ex Analemmate, & magnitudo Aequatoris data fit.*

*a 15. I. Theo.*

descri-

descriptorum. Quocirca si in plano, in quo Astrolabium construendum est, ex assumpto quouis centro E, ad interualla semidiametrorum EB, EK, EM, circuli describantur, erit ABCD, Aequator; FKGL, tropicus ♋; & HMIN, tropicus ♑. Eodem prorsus modo alij paralleli per signorum initia incedentes describentur, & alij etiam paralleli tam intra tropicos, quam extra, si eorum declinationes, siue distantiæ à punctis B, D, cognitæ fuerint. In proposito Analemmate




radij visuales AY, AZ, per puncta extrema diametri circuli antarctici YZ, emissi, tam procul cum recta BD, concurrunt, vt eius diameter visa in plano notari non potuerit. In eodem Analemmate, si ducatur diameter OP, paralleli borealis gradibus 42. ab Aequatore recedentis, atque per verticem, siue polum Horizontis Romani transeuntis, & alia diameter paralleli australis oppositi QR, per Nadir, siue alterum polum eiusdem Horizontis incedentis, emittanturque per

puncta

puncta extrema radij visuales, reperientur eorum parallelorum diametri apparentes in plano Astrolabij ST, VX. Satis autem est, vt vides, si ex vna tantum parte axis AC, dextra, vel sinistra, inueniantur semidiametri apparentes ES, EK, EB, EM, EV, vel ET, EL, ED, EN, EX, &c. Polus quoq; arcticus C, apparet in plano Aequatoris vel Astrolabij per rectam BD, ducti, & ad Meridianum ABCD, recti in ipso centro E, Astrolabii, vel Aequatoris. Immo & totus axis AC, in centro E, cõspicitur, adeo vt E, centrũ Astrolabij, & parallelorũ, repræsentet & polũ borealem, & axẽ mundanum. ꝙ supra quoq; propos. 1. num. 4. monuimus. Quemadmodũ denique, descriptis parallelis in plano Astrolabii, vt diximus, diameter, vel recta MN, est cõis sectio plani Astrolabii vel Aequatoris, & Meridiani circuli, repræsentans in Astrolabio ipsum circulum Meridianum, ita diameter, vel recta HI, illam secans ad angulos rectos, est sectio cõmunis eiusdem plani Astrolabii, Aequatorisue, & Horizontis recti, siue Coluri Aequinoctiorum, congruente Solstitiorum Coluro cum Meridiano. Cum enim Meridianus, & Horizon rectus, per propos. 1. Num. 4. proiiciantur in lineas rectas per centrum E, transeuntes, sitque tam Horizon rectus, quàm Aequator, ad Meridianum rectus, [a] erit quoq; eorum communis sectio ad eundem recta, ac proinde ex defin. 3 lib. 11. Eucl. cum MN, in Meridiano existente rectos angulos constituet. Quare HI, ad MN, perpendicularis communis sectio erit Horizontis recti, & Aequatoris, si MN, statuatur eiusdem Aequatoris, & Meridiani sectio communis.

Satis est, si semidiametri duntaxat inueniantur.

Polus arcticus, & axis mũdi repræsentatur in Astrolabio per centrũ.

Meridianus, & Horizon rectus in Astrolabio qui

a 19. vndec.

2. IAM vero quia per propos. 2. Num. 4. Aequator in Astrolabio, eiusq; paralleli, diuidendi sunt in partes 360. æquales, vt eorũ gradus habeãtur; facile cuiusuis paralleli gradus habebũtur, si is in 360. partes æquales secetur. Ex quo fit, rectas per centrum E, traiectas, secantesq; circulos ex E, descriptos in 360. partes æquales, cões sectiones esse plani Astrolabij Aequatorisue, & maximorũ circulorum per mundi polos, & singulos gradus Aequatoris ductorum, cũ hi in sphæra oẽs parallelos partiantur in gradus, [b] in partes videlicet similes partibus Aequaris, proiicianturque per propos. 1. Num. 1. in lineas rectas in Astrolabium.

Diuisio parallelorum Aequatoris in gradus.

Circulos maximos per polos mundi & gradus singulos Aequatoris ductos in Astrolabio repræsentari per lineas rectas per centrum Astrolabij ductas diuidentesque quemlibet circulum ex eodem centro descriptum in 360. partes æquales.

b 10. 2. The.

3. ITAQVE vt quilibet parallelus propositus per quemcunq; gradũ Mediani, siue Coluri solstitiorum transiens, in Astrolabio describatur, numeranda est in Analemmate eius declinatio, seu distantia ab Aequatore, ex puncto B, versus polũ arcticumC, aut versus antarcticũ A, prout datus parallelus borealis est, aut australis. Recta enim per finem numerationis ex A, ducta abscindet ex EV, semidiametrum, ad cuius interuallum datus parallelus ex centro E, in Astrolabio describendus est. Vt si describendus sit parallelus ab Aequatore gradibus 60. in Boream declinans, numerabimus à B, versus C, grad. 60. vsque punctum a. Nã recta Aa, auferet eius semidiametrum apparentem Eb. Sic etiam, si describendus sit parallelus in austrum ab Aequatore declinans grad. 30. numerabimus à B, versus A, grad. 30. vsque ad punctum d. Recta namque Ad, producta abscindet eius semidiametrum visam Ee; atque ita de cæteris.

Parallelum quẽlibet Aequatoris datæ declinationis, in Astrolabio ex Analemmate describere.

4. VICISSIM descripto quouis parallelo ex centro E, in Astrolabio, cognoscemus eius declinationem ab Aequatore siue in boream, siue in austrũ, hac ratione. Eius diameter in Astrolabio sumpta transferatur in rectam EV, ex E, in Analemmate. Ex termino enim ipsius recta ad A, ducta transibit in Meridiano ABCD, per punctũ, per quod parallelus datus in sphæra ducitur. Et si quidem recta illa secet quadrantẽ BA, parallelus australis erit, borealis vero, si quadrantem BC, secet. Vt si cognoscere velis, num parallelus HMIN, in Astrolabio sit australis, borealisue, & quantam habeat declinationem, transfer eius semidiametrumEM, beneficio circini in Analẽma ex E, in M. Et quia recta ducta AM, secat

Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationem ex Analemmate cognoscere, & vtrum ea borealis sit, an australis.

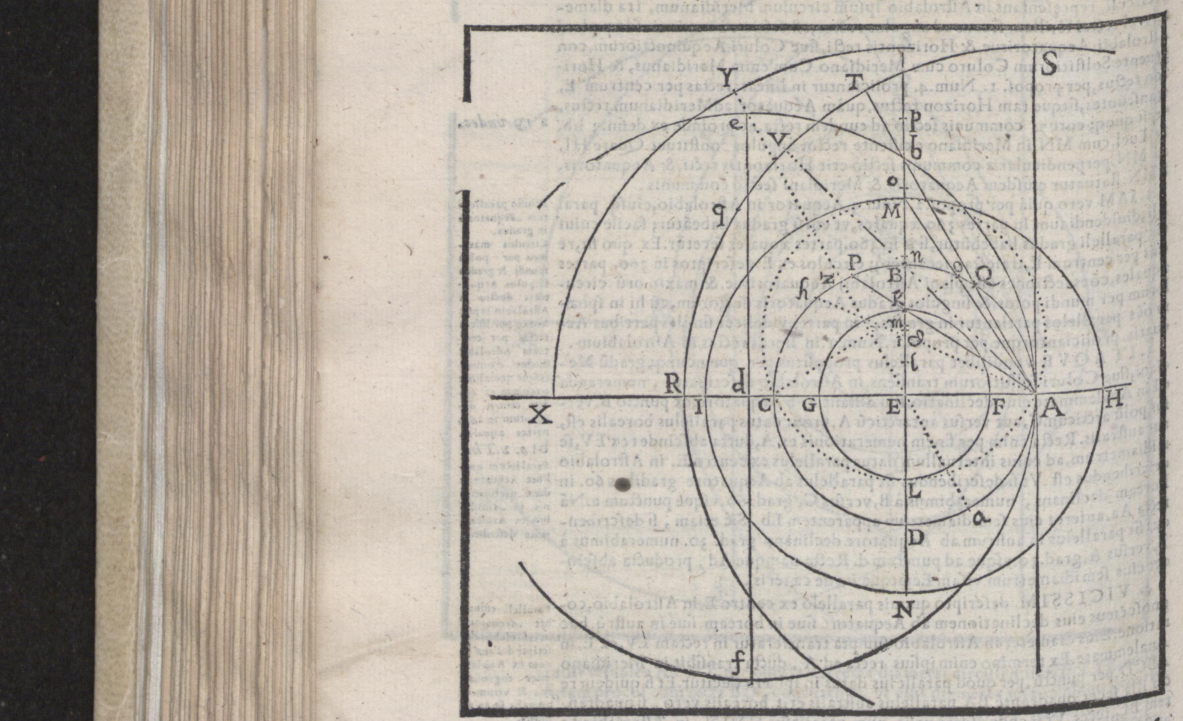


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

quadrantem BA, in H, pũcto, quod à B, abeſt gr. 23. m. 30. erit parallelus HMIN, auſtralis, ac proinde tropicus ♑. Sic diameter EK, paralleli FKGL, dabit in Analemmate arcum declinationis borealis BF, grad. 23. min. 30. ideoque parallelus erit tropicus ♋. Quia denique ſemidiameter EB, paralleli ABCD, in Analemmate coincidit cum ſemidiametro EB, erit ipſe parallelus in Aſtrolabio Aequator. Et ſic de cæteris.

Aequatorẽ eiuſque parallelos in Aſtrolabio, ſiue cõſtructione Analemmatis deſcribere, ſi data ſit Aequatoris magnitudo.

5. CAETERVM eoſdem parallelos Aequatoris in plano Aſtrolabii, vnà cum Aequatore deſcribemus, ettamſi Analemma ſeorſum non ſit constructum, hoc modo. Deſcripto Aequatore cuiuſuis magnitudinis ABCD, in plano Aſtrolabii ex E, centro (Huius enim circuli magnitudo arbitrio cuiuſque determinari




poteſt.) ductiſque duabus diametris AC, BD, ſeſe ad angulos rectos in centro ſecantibus, ſumatur circulus hic ABCD, pro Meridiano Analemmatis, quandoquidem

quidem Aequator Astrolabii,& Meridianus Analemmatis æquales sunt, vt dictum est;& AC, pro axe mundi; atque A, sit polus australis,& C, borealis; denique BD, in vtramque partem extensa accipiatur pro communi sectione Aequatoris, ac Meridiani, vt in Analemmate, perinde ac si semicirculus BAD, ad rectos angulos insistat plano Aequatoris, vel Astrolabii, in recta BD, & alter semicirculus BCD, eidem plano ex altera parte insistat ad rectos angulos, ita vt totus circulus ABCD, situm Meridiani obtineat. Itaque si à puncto B, supputetur uersus C, declinatio borealis paralleli dati, declinatio vero paralleli australis uersus A, & ex A, per finem supputationis recta egrediatur, secabitur recta EB, in puncto, per quod parallelus datæ declinationis ex E, centro describendus est. In iisdem enim punctis rectæ ex A, egredientes rectam BD, in infinitum productam secabunt, in quibus eandem secarent, si circulus ABCD, ad rectos angulos plano Astrolabii insisteret in recta BD, vt perspicuum est. Ita vides supputatas esse ex vtraque parte maximas Solis declinationes BP, BO, grad. 23. min. 30. rectasque AP, AO, rectam EB, secare in K, M, punctis, per quæ tropicus ♋, & tropicus ♑ descripti sunt.

Parallelum quemlibet Aequatoris, cuius declinatio data sit, in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere.

6. ATQVE eadem arte quemcunque parallelum datæ declinationis describemus, si eius declinationem à puncto B, numeremus versus C, si ea fuerit borealis, versus A, vero, si Australis. Ratio hic eadem est, quæ in Analemmate. Nam per fines, verbi gratia, declinationum P, O, ducendæ sunt diametri parallelorum illarum declinationum in Analemmate. Igitur earum extrema puncta P, O, apparebunt in K, M, ac proinde semidiametri eorum apparentes erunt EK, EM, &c.

Ex vno arcu declinationis in Aequatore describere tam australem, quam borealem parallelum illius declinationis.

CAETERVM satis est, si declinatio data ex B, in vnam partem numeretur, vt ex ea describamus parallelum tam borealem, quam australem illius declinationis. Nam si declinatio sit BO, abscindet radius AO, ex A, polo propinquiore emissus semidiametrum EM, paralleli australis: at radius CO, ex C, polo remotiore ductus auferet semidiametrum EK, paralleli borealis, &c.

Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationem sine constructione Analemmatis cognoscere, & vtrũ ea borealis sit, an australis.

7. E contrario declinationem cuiuslibet paralleli in Astrolabio descripti cognoscemus, si ex puncto, vbi rectam EB, secat, ad A, rectã ducamus. Hæc namque semicirculum ABC, in puncto declinationis secabit, & si quidem secet quadrantem BC, declinatio erit borealis, si vero quadrantem BA, australis. Vt ducta recta AK, dat in quadrante BC, declinationem borealem BP, recta vero AM, declinationem BO, australem in quadrante BA.

Semidiametros parallelorũ Aequatoris, præsertim australium, accuratius, atq; exquisitius inuenire.

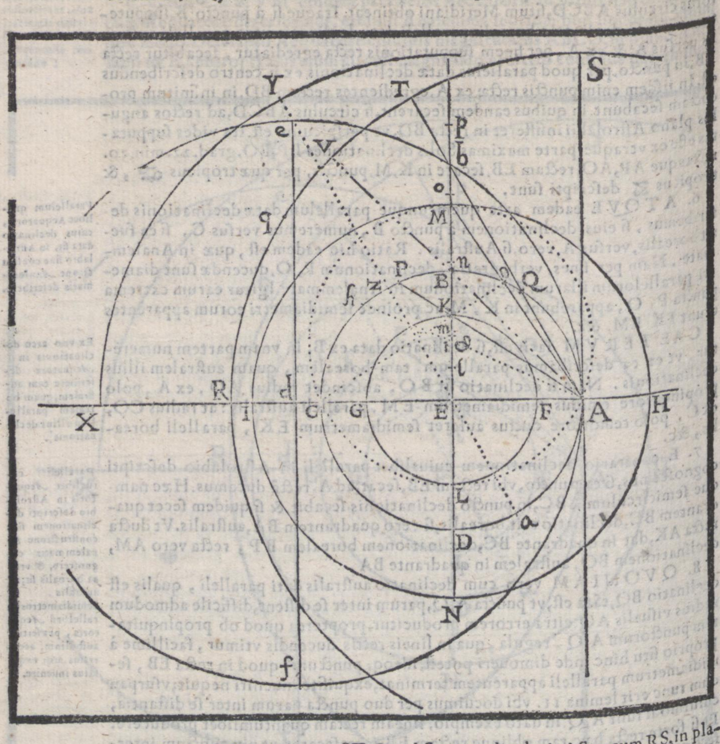
8. QVONIAM vero cum declinatio australis dati paralleli, qualis est declinatio BQ, tãta est, vt puncta A, Q, parum inter se distent, difficile admodum radius visualis AQ, citra errorem producitur, propterea quod ob propinquitatem punctorum A, Q, regula, qua in lineis rectis ducendis vtimur, facillime à proprio situ hinc inde dimoueri potest, ideoq; punctum, quod in recta EB, semidiametrum paralleli apparentem terminat, exquisite inueniri nequit; vsurpandum tunc erit lemma 11. vbi docuimus per duo puncta parum inter se distantia, cuiusmodi sunt A, Q, in dato exemplo, lineam rectam quantumlibet producere. Et si forte recta hæc tam oblique rectam EB, intersecaret, vt vix punctum intersectionis sine errore possit discerni, adhibendum quoque erit lemma 13. vbi punctum illud, quantumuis oblique sese rectæ AQ, EB, intersecent, docuimus inuenire exquisitissime.

9. EANDEM rectam AQ, in continuum producemus valde accurate hoc modo. Ex A, descripto arcu RS, ad quoduis interuallum AR, quem in S, secet



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

recta AS, ad AR, perpendicularis, vt sit quadrans RS, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. sumatur arcus ST, dimidio arcus AQ, similis, hoc est, qui dimidiatum numerum graduum arcus AQ, contineat. (Hoc autem fiet, si per lemma 3. arcus sumatur Sq, arcui AQ, similis, bifariamque secetur in T. Nam ST, similis erit semissi arcus AQ.) Recta enim AT, per punctum Q, transibit, cum per lemma 10. rectæ AS, AQ, arcum auferant ex circulo RS, qui similis sit dimidio arcus AQ,




cuiusmodi est sumptus arcus ST. Quod si perpendicularis AS, arcum RS, in plano non secet, ducenda erit ex A, per B, recta secans arcum RS in V, & accipiendus arcus VT, similis semissi arcus BQ. Recta enim AT, rursus per Q, transibit, cum per lemma 10. rectæ AV, AT, auferant arcum VT, similem semissi arcus BQ Est autem arcus RV, quadrantis semissis, cum ei insistat in centro A, angulus semirectus BAE, vt patet. Sed commodissime ita quoque agemus. Ex E, descripto

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

descripto arcu XY, cuius semidiameter EX, semidiametro AR, æqualis sit, diuisoq; arcu CQ, bifariam in Z, ducemus rectam EZ, (sumpto prius arcu Da, arcui BZ, æquali, vt accuratius per tria puncta a, E, Z, recta ducatur) quę arcum XY, secet in Y: eritq; arcus XY, arcui CZ, id est, semissi arcus CQ, similis, ex scholio propos. 22. lib. 3. vel propos. 33. lib. 6. Eucl. Si igitur arcui XY, beneficio circini æqualem arcum resecemus RT, (cum hi circuli sint æquales) erit quoque arcus RT, arcui CZ, similis, ac proinde rursum ducta recta AT, per Q, transibit. Quin etiam,[a] quoniã rectæ EZY, AQT, parallelæ sunt,[b] quod angulus externus XEY, in centro æqualis sit interno angulo RAT, in centro, ob æquales circulos RS, XY; si rectæ aEZ, per A, parallelam agamus AT; ex lemmate 4. transibit ea omnino per Q. Immo rectas aEZ, AQ, esse parallelas, demonstrabimus etiam hoc modo, etiamsi circuli RS, XY, descripti non sint.[c] Quoniam arcus Aa, CZ, ęquales sunt, ob angulos in centro æquales ad verticem AEa, CEZ; estque arcus CZ, arcui ZQ, æqualis; erit quoque arcus Aa, arcui ZQ, æqualis, atque idcirco ex schol. propos. 27. lib. 3. Eucl. rectæ aEZ, AQ, parallelæ erunt.

a 28. primi.
b 27. tertij.
c 26. tertij.

10. POTES quoque, si placet, ex quouis puncto d, in recta AC, accepto per A, describere circulum Abe, qui circulum ABCD, tangat in A. Nam diuiso eius quadrante Ae, in grad. 90. si sumatur arcus Ab, arcui AQ, similis, transibit recta Ab, per Q, cum ex lemmate 9. quælibet recta ex A, ducta abscindat ex circulis AB, Ae, tangentibus arcus similes. Has ergo cautiones, ac remedia, si adhibeas, fieri vix potest, vt error in ducendis radiis visualibus per declinationes australes, quamuis maximas, committatur. Quod si quadrans RS, secetur in partes 180. ęquales, vt singulæ singulis gradibus semicirculi CBA, respondeant, ac proinde ipsæ instar graduum haberi possint; si ex V, puncto medio quadrãtis RS, versus R, supputentur declinationes boreales, & versus S, australes, sumendo V. g. pro maxima declinatione Solis particulas $23\frac{1}{2}$. ex 180. in quas diuisus fuit quadrans RS, ac si forent gradus 23. min. 30. & pro declinatione grad. 45. min. 36. sumendo particulas 45. & min. 36. vnius particulæ, (quæ quanam ratione accipi possint, in lẽmate 3. traditũ est) & sic de cæteris, reperientur parallelorum semidiametri in recta EB, per rectas ex A, ad quadrantem RS, ductas, multo accuratius, quàm si eædem declinationes in semicirculo ABC, ex puncto B, vtrinque supputentur: propterea quod rectæ ex A, ad puncta quadrantis RS, magis exquisite ducuntur, quàm per puncta semicirculi ABC, cum illa sint his remotiora à puncto A.

Semidiametros parallelorũ Aequatoris alia ratione, & exquisite satis, inuenire.

11. NON est autem prætereundum hoc loco, semidiametrũ Aequatoris in Astrolabio esse medio loco proportionalem inter semidiametros duorũ parallelorum æqualium & oppositorũ. Sint enim duo paralleli in Astrolabio FKGL, HMIN, respõdentes quibuscunq; duobus parallelis in sphæra æqualibus inter se, & oppositis. Dico EB, semidiametrum Aequatoris esse mediam proportionalẽ inter eorũ semidiametros EK, EM, hoc est, ita esse EK, ad EB, vt EB, ad EM, vel ita esse EM, ad EB, vt EB, ad EK. Ductis enim rectis AK, AM, secabitur semicirculus ABC, in punctis declinationum P, O, vt demonstratum est Num. 4. & 7. eruntque arcus declinationũ BP, BO, æquales, cum parallelis oppositis & æqualibus debeantur; ideoque & eorum complementa CP, AO, æqualia erunt;[d] ac proinde anguli PAC, OCA, (ducta prius recta CO,) ęquales erunt. Cum ergo & angulus COA,[e] qui in semicirculo rectus est, æqualis sit angulo recto AEK; erunt triangula COA, AEK, æquiangula. Eademque de causa æquiangula erũt triangula COA, MEA, cum rectus angulus COA, recto angulo MEA, æqualis sit, & angulus EAM, communis.[f] Igitur erit, vt CO, ad OA, ita ME, ad EA; atque

Semidiametrum Aequatoris inter semidiametros duorum parallelorum Aequatoris oppositorum in Astrolabio descriptorum esse medio loco proportionalem.

d 27. tertij.
e 31. tertij.
f 4. sexti.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

a 11. quinti.

EA; atque ita EA, ad EK: a atque idcirco erit, vt ME, ad EA, hoc est, ad EB, ita EA, hoc est, EB, ad EK: ac proinde & conuertendo, vt EK, ad EB, ita EB ad EM, quod est propositum. Et quoniam arcus CO, conflatus est ex quadrante CB, & arcu declinationis BO, ipse notus erit; & est quoque arcus AO, notus, cum sit complementum declinationis. Igitur & chordæ CO, OA, notæ erunt, ideoque & earum proportio erit nota. Cum ergo semidiametri EM, EB, EK, proportionales sint continue in proportione CO, ad OA, vt demonstrauimus, erit quoque proportio semidiametrorum continua, nota. Nam semper earum proportio, maioris ad minorem, est eadem, quæ chordæ arcus ex quadrante, & declinatione conflati, ad chordam complementi declinationis, nimirum CO, ad OA.

Quam proportionem continuam habeant semidiametri Aequatoris, & semidiametri duorum parallelorum oppositorum in Astrolabio.

Semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis ex semidiametro paralleli borealis oppositi eruere in Astrolabio.

12. QVAE cum ita sint, satis erit in recta EB, per rectas ex A, per puncta declinationum in quadrante BC, emissas inuenire semidiametros apparentes parallelorum borealium; quod difficile non est, cum radii visuales ex A, per puncta quadrantis borealis BC, ducti, non admodum oblique semidiametrum EB, intersecent. Si enim per lemma 12. semidiametro apparenti cuiusuis paralleli borealis, & semidiametro Aequatoris, reperiatur tertia proportionalis, erit hæc semidiameter apparens oppositi paralleli australis. Adhibenda tamen hic omnino est cautio, quā eo in lemmate pro tertia proportionali inuenienda præscripsimus: Hoc est, quando semidiameter paralleli borealis multo minor est semidiametro Aequatoris, diuidenda est hæc continue bifariam, donec vltima particula (quæ vel erit semissis, vel quarta pars, vel octaua, vel sextadecima, &c. progrediendo semper per proportionem duplam) inueniatur, quæ sit vel æqualis, vel minor semidiametro paralleli borealis. Per hanc enim inuenietur quarta quædam proportionalis ad semidiametrum paralleli borealis, particulam vltimam semidiametri Aequatoris, & semidiametrum Aequatoris, quæ talis pars erit tertiæ proportionalis, hoc est, semidiametri paralleli australis, quæ desideratur, qualis est particula illa vltima semidiametri Aequatoris. Quare ea duplicata, vel quadruplicata, vel octuplicata, &c. dabit semidiametrum australis paralleli quæsitam. Atque hac ratione vitabitur omnis linearum rectarum obliqua sectio, ac proinde valde exquisite semidiametri parallelorum australium inuenientur. Exempli causa. Inuenta semidiametro EK, tropici ♋, si ex ea reperire velimus semidiametrum tropici ♑, secabimus semidiametrum Aequatoris EB, in g, bifariam. Et quia semissis Eg, minor iam est semidiametro EK, inueniemus ipsis EK, Eg, EB, quartam proportionalem, quæ, vt in lemmate 12. diximus, longe accuratius iam inuenietur, cum prima linea, qualis hic est EK, maior sit quam secunda EB. Erit enim hæc quarta proportionalis, semissis quoque semidiametri paralleli australis. Quare ea duplicata dabit semidiametrum quæsitam. Rursus si inuenienda sit semidiameter paralleli australis gradibus 41. min. 30. ab Aequatore in austrum recedentis, accipiemus in quadrante BC, boreali arcum Bh, grad. 41. min. 30. rectamque ducemus Ah, quæ auferat Ei, semidiametrum paralleli borealis grad. 41. min. 30. Et quia Eg, semissis semidiametri Aequatoris EB, maior est, quam Ei, subdiuidemus Eg, bifariam in l. Cum ergo iam El, quarta pars semidiametri Aequatoris EB, minor sit quam Ei, inueniemus tribus Ei, El, EB, quartam proportionalem Em, cui alias tres æquales accipiemus mn, no, op, vt tota Ep, quadrupla sit inuentæ Em, quemadmodum EB, quadrupla fuit ipsius El. Nam Ep, erit semidiameter paralleli australis grad 41. min. 30. ab Aequatore recedentis in austrum.

VERVM facilius inueniemus tertiam proportionalem duplici ea ratione, quam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

quam ad finem lemmatis 12. attulimus. Nam si semidiameter paralleli borealis accipiatur versus D, vsque ad L, & per tria puncta A, L, C, circulus describatur, secabit is rectam BD, in M, eritque EM, tertia proportionalis ipsis EL, EB, vt ibi demonstratum est, &c. Eademque ratio in cæteris teneatur. Aliam quoque rationem inueniendi semidiametrum paralleli oppositi inuenies in sequenti propos. Num. 11.

13. AD extremum, ex his, quæ diximus, facile etiam demonstrabimus, ex omnibus punctis sphæræ solum polum australem, vbi oculus constituitur, in planum Astrolabij proiici non posse, id quod ad propos. 1. innuimus. Quoniam enim E, polum boreum repræsentat, & recta EB, in infinitum extensa Meridianum circulum, ita vt EB, ED, referant duos eius quadrantes boreales inter polum & Aequatorem, & tota BD, totum semicirculum eius borealem; reliquæ vero partes à B, versus M, & D, versus N, excurrentes ad reliquum semicirculum Meridiani australem, in quo polus australis continetur, pertineant; si polus australis in plano Astrolabii extare posset, transiret vtraque BM, DN, per eum polum, ac proinde in eodem coirent. quod est absurdum. Rursus si polus australis in Astrolabio contineretur, proiiceretur per rectam AS, quæ Meridianum tangit in A, polo australi; (Nam aliæ rectæ ex A, egredientes, secantesque circulũ ABCD, proiiciunt in planum Astrolabij illa puncta, per quæ ducuntur, vt ex demonstratis liquet.) ac proinde recta AS, cum recta EB, conueniret. quod est absurdum, [a] cum sint parallelæ, ob rectos angulos E, A. [b] Angulus enim EAS, rectus est à tangente AS, constitutus, & E, rectus est, ex constructione. Denique si polus antarcticus in Astrolabio locum haberet, cum rectę AC, BD, & omnes aliæ per centrum E, traiectæ, referant circulos maximos, qui per polos mundi ducuntur, quorum arcticus est E, vt diximus, transirent omnes illæ rectæ necessario quoque per polum antarcticum, sicuti per arcticum E, transeũt. Quare omnes in polo antarctico conuenirent. quod fieri non potest. Non ergo polus antarcticus in Astrolabium proiici potest. Immo neque alia omnia puncta semicirculi Meridiani australis BAD, (excluso etiam polo australi A,) in Astrolabium commode possunt proiici, propterea quod rectæ ex A, per puncta proxima eductæ in infinitum quodammodo excurrunt, antequam rectam BD, secare possint.

*Polum mundi australem solum ex omnibus punctis sphæræ in Astrolabium non posse proiici.*

a 28. primi.
b 18. tertij.

*Non omnia puncta sphæræ australia (etiam polo australi excluso) commode posse proiici in Astrolabium.*

## SCHOLIVM.

1. RATIO *describendi Aequatorem cum suis parallelis in plano Astrolabij, quam hactenus explicauimus, ponit Aequatorem certam, ac determinatam habere quantitatem. Cum ergo Astrolabia vulgaria, atque vsitata, maximum circulum habeant tropicum ♑, non abs re erit, si breuiter cum alijs Astronomis doceamus, quo pacto ex tropico ♑, dato, in Astrolabij plano Aequator, & tropicus ♋, cum reliquis parallelis describendus sit. Sit igitur tropicus ♑, datus ABCD, pro magnitudine tabularum Astrolabij, cuius centrum E; linea Meridiana referens Meridianum circulum BD, quam ad angulos rectos secet AC. Sumpta igitur maxima declinatione Solis BF, ducatur recta AF, secans EB, in G, puncto, per quod ex E, circulus describatur GI: In quo sumpta quoque Solis maxima declinatione GH, (quam dabit recta ducta EF, cum arcus BF, GH, similes sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid.) ducatur recta IH, secans EB, in K, puncto, per quod ex E, circulus quoque describatur KL. Dico GI, esse Aequatorem, & KL, tropicum ♋, si ABCD, est tropicus ♑. Ductis enim rectis AB, GI, [c] quæ parallelæ sunt, cum latera EA, EB, secta sint proportionaliter in I, G, quippe cum ex æqualibus æqualia ablata sint. [d] Igitur alterni anguli BAF, IGO,*

*Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, si tropici Capricorni magnitudo data sit.*

c 2. sexti.
d 29. primi.

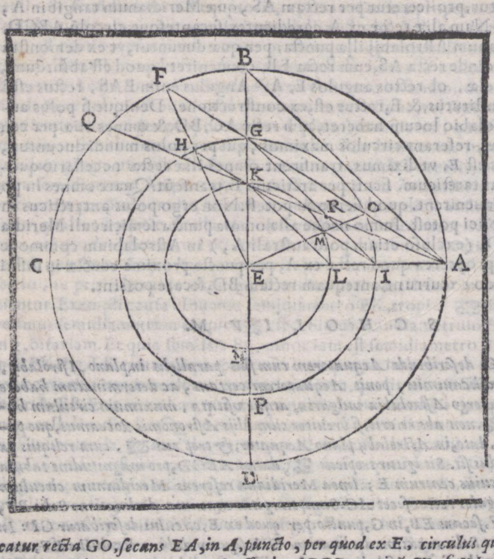
*æquales*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

æquales sunt: ideoque ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus BF, IO, similes erunt. Cum ergo BF, sit maxima Solis declinatio, etiam IO, maxima Solis declinatio erit. Si igitur GI, statuatur Aequator, atque idcirco Meridiano Analematis æqualis, & polus australis G, auferet recta GO, ex polo G, per maximam declinationem Solis ducta semidiametrum EA, tropici ♑, ita vt circulus ABCD, referat eum in sphæra, qui per maximam declinationem Solis ab Aequatore in austrum abest, vt demonstratum est. Posito igitur ABCD, tropico ♑, erit GI, Aequator, cum ille ab hoc per maximam Solis declinationem versus austrum distet, vt diximus, & res postulat. Recte ergo ex tropico ♑, Aequator inuentus est, quādoquidē idē Aequator inuentus exhibet nobis eundem tropicum ♑, propositū. Hinc perspicuū est, EK, esse semidiametrum tropici ♋, cum per Aequatorem GI, inuenta sit, vt supra docuimus, per rectam videlicet IH, ex I, polo australi per maximam declinationem Solis GH, ductam. Atque eadē ratione, inuēto Aequatore GI, alios oēs parallelos ipsius describemus in Astolabio, vt supra traditum est.

Aequatorem, eiusque perallelos in Astrolabio describere, si tropici Cancri magnitudo data sit.

2. SED quid oberit, si hoc loco etiam doceamus, qua ratione ex tropico ♋, descripto in Astrolabio, Aequator cum tropico ♑. & reliquis parallelis describatur? Sit igitur tropicus ♋, datus KL. cuiuscunque magnitudinis circa centrum E; linea Meridiana referens Meridianum circulum BD, quam ad angulos rectos secet AC. Sumpta ergo maxima Solis declinatione LM, ducatur recta KM, secans EA, in I, puncto, per quod ex E, circulus describatur IG: Atque in hoc sumpta quoque maxima declinatione Solis IO, (quam dabit recta ducta EM, quod arcus LM, IO, similes sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid.) ducatur recta GO, secans EA, in A, puncto, per quod ex E, circulus quoque describatur ABCD. Dico GI, Aequatorem esse, & ABCD, tropicū ♑, si KL, est tropicus ♋. Producta enim IK, ad H, quoniam arcus LM, IO, similes sunt, si addantur similes quadrantes LM, IP, erunt per lemma 6. toti quoque arcus NM, PO, similes. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. anguli NKM, PGO, æquales erunt; [a] ac propterea rectæ HI, GO, parallelæ erunt; ideoque ex scholio propos. 27. eiusdem lib. 3. arcus IO, GH, æquales




a 28. primi.

*æquales erunt. Cum ergo IO, sit maxima Solis declinatio, erit quoque maxima declinatio Solis GH. Si igitur GI, statuatur Aequator, ideoque Meridiano Analemmatis æqualis, & polus australis I; auferet recta IH, ex polo I, per maximam declinationem Solis ducta semidiametrum EK, tropici ♋, ita vt circulus KL, referat eum in sphæra, qui per maximam Solis declinationem ab Aequatore in boream distet, vt diximus, & res postulat. Recte ergo ex tropico ♋, Aequator inuentus est; quandoquidem idem Aequator inuentus exhibet nobis eundem tropicum ♋, propositum. Hinc liquido constat, EA, esse semidiametrum tropici ♑, cum per Aequatorem GI, inuenta sit, vt supra docuimus, nimirum per rectam GO, ex polo australi per maximam declinationem Solis IO, ductam. Eademque ratione, inuento Aequatore GI, alios omnes eius parallelos in Astrolabio describemus, vt supra traditum est.*

Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, ex data cuiuslibet paralleli magnitudine.

3\. QVOD *autem de tropico tam ♑, quam ♋, diximus, intelligendum quoq; est de quocũque parallelo alio siue australi, siue boreali. Nam si in Astrolabio descriptus sit quicunque parallelus, si in eo numeretur eius declinatio ab Aequatore, loco maximæ declinationis Solis BF, vel LM, reperietur ex eo Aequator, atque ex hoc omnes alij paralleli. Eadem enim demonstratio in eo erit, quæ in tropico ♑, & tropieo ♋.*

4\. QVAMVIS *autem per datum Aequatorem in plano Astrolabij omnes eius paralleli tam boreales, quam australes, & per quemuis parallelum in eodem plano descriptum Aequator, atque per hũc deinde omnes alij quoque paralleli describi possint, vt in hac propos. eiusque scholio demonstrauimus: per nullum tamen parallelum alius oppositus describi potest, etiamsi in illo supputetur distantia vnius ab altero, nisi prius Aequator describatur: quod operæ pretium fuerit aduertere, ne quis hac in re hallucinetur. Sint enim u.g. tres paralleli descripti in proxima figura, tropicus ♑, ABCD; Aequator GIP, tropicus ♋, KLN. Et quia si datus sit tropicus ♑, ABCD, inuenitur semidiameter Aequatoris EG, si sumatur maxima declinatio Solis BF, quam ab Aequatore tropicus ♑, habet, & recta ducatur AF, vt demonstratũ est: Dico hoc modo reperiri non posse semidiametrũ EK, tropici ♋, si nimirum à B, numeretur duplicata maxima Solis declinatio, & ad finem ex A, recta ducatur. Nã recta hæc nõ transibit per punctũ K, sed vel supra, vel infra. Quod in hunc modũ demonstrabimus. Sit, si fieri potest, arcus BQ, duplicatæ maximæ Solis declinationi æqualis, hoc est, FQ, sit maxima declinatio, cum BF, sit altera maxima declinatio, ex qua semidiameter Aequatoris EG, inuenta est, & recta AQ, per punctum K, transeat. Ducta ergo recta KL, quoniam FQ, est maxima declinatio, vt vult aduersarius, est autem & LM, maxima declinatio, vt supra patuit, quando ex tropico ♋, semidiametrum Aequatoris EI, inuenimus; erunt arcus FQ, LM, similes, ac proinde ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. anguli FAQ, IKL, æquales erunt.[a] Sed & totus angulus BAQ, toti angulo AKL, æqualis est, alternus alterno, [b] quod AB, KL, parallelæ sint, propterea quod latera EA, EB, in L, K, proportionaliter secta sunt; quippe cũ æqualia ex æqualibus abscissa sint. Igitur demptis illis, reliqui BAF, AKI, æquales quoque erunt. [c] Sed BAF, angulo AGI, æqualis est, alternus alterno, [d] quod etiam AB, GI, parallelæ sint, propterea quod latera EB, EA, proportionaliter secta sunt in G, I; quippe cũ ab æqualibus ablata sint æqualia, [e] & angulus AKI, angulo GAK, æqualis est, alternus alterno, [f] quod & AG, IK, parallelæ sint, propterea quod angulus EKI, angulo EGA, externus interno, æqualis est, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. cum insistant arcubus MN, OP, qui similes sunt. Nã cum similes sint arcus LM, IO, quod vterq; sit maxima declinatio Solis, vt supra patuit, additis similibus quadrantibus LN, IP, toti quoque arcus MN, OP, ex lemmate 6. similes fient. Igitur & anguli AGI, GAK, æquales inter se erunt; [g] ideoque rectæ GR, AR, æquales erunt. Rursus [h] quia anguli AKI, GIK, angulis æqualibus GAK, AGI, æquales sunt, alterni alternis, ipsi inter se æquales erunt; [i] ac pro-*

Nullum parallelum Aequatoris in Astrolabio describi posse ex data paralleli oppositi magnitudine, nisi prius Aequator describatur.

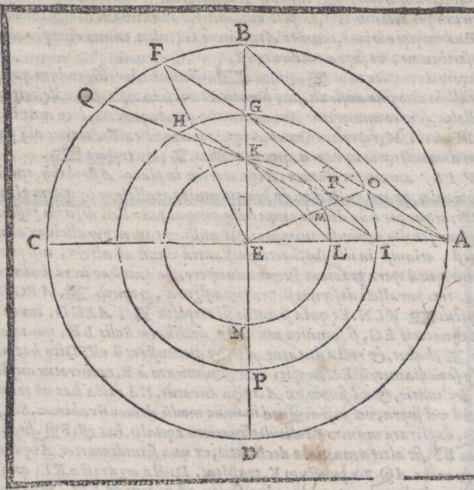
a 29. primi.
b 2. sexti.
c 29. primi.
d 2. sexti.
e 29. primi.
f 28. primi.
g 6. primi.
h 29. primi.
i 6. primi.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

*pterea rectæ quoque IR, KR, æquales erunt. Quoniam igitur duo latera GR, RK, duobus lateribus AR, RI, æqualia sunt, continentque angulos ad verticem R, æquales,[a] erunt anguli KGR, IAR, supra bases GK, AI, & lateribus æqualibus KR, IR, oppositi æquales. Fuerunt autem & anguli AGI, GAK, æquales. Igitur toti quoque anguli EGA, EAG, æquales erunt; [b] ideoque & latera EG, EA, æqualia erunt. Cum ergo EG, ipsi EI, æqualis sit, erunt quoque EI, EA, æquales, pars & totum. quod est absurdũ. Quocirca arcus BQ, nõ est duplicata Solis declinatio maxima: ac proinde cũ recta AQ, per K, transeat, non transibit recta ex A, ad finem maximæ Solis declinationis duplicatæ ducta per punctum K, sed vel supra, vel infra. quod erat demõstrandum. Ex quibus omnibus liquet, ex Aequatore quidem in plano Astrolabij dato, describi posse quemcunque parallelũ, ex quonis parallelo Aequatorem, sed ex nullo parallelo eius parallelum oppositum reperiri posse, nisi prius Aequator inuentus sit.*

a 4. primi.
b 6. primi.



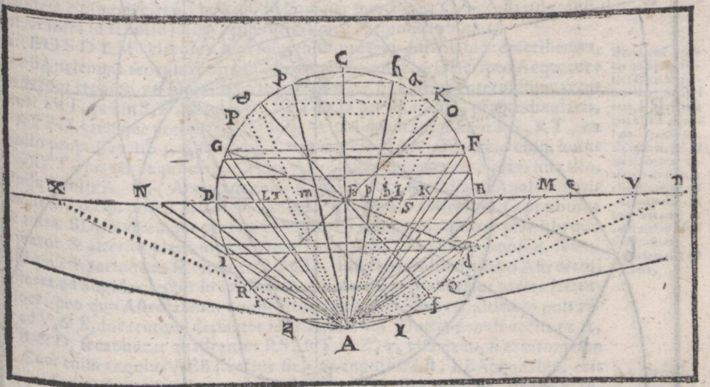

## PROBL. II. PROPOS. V.

HORIZONTEM quemlibet obliquum, Verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcunque alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, inclinationemque ad Aequatorem habeat notam, in Astrolabio describere, atque in gradus, hoc est, in partes inæquales, quæ eorum gradibus in sphæra æqualibus respondent, distribuere.

1. S

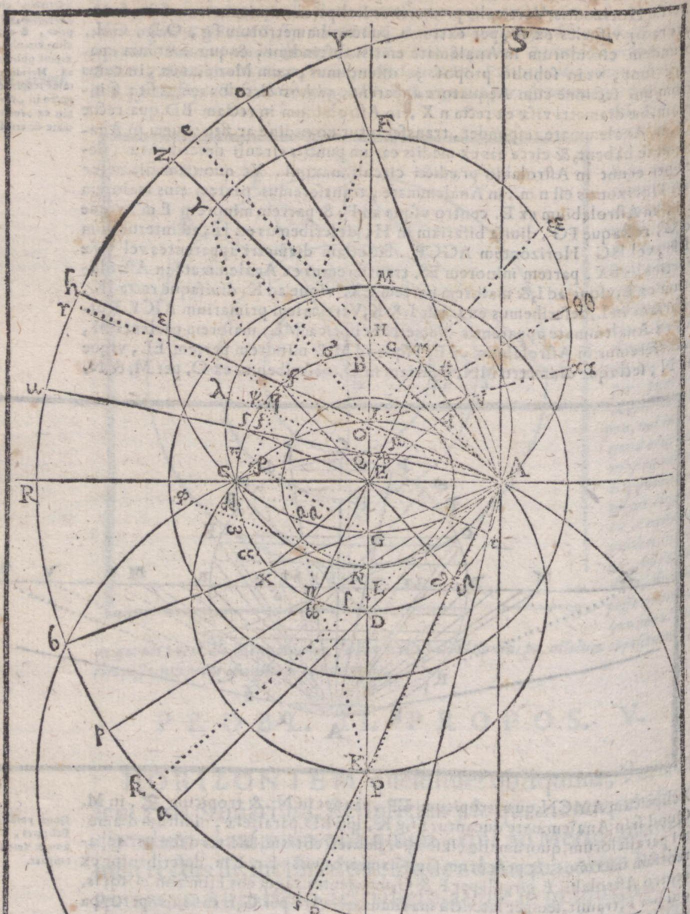
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

1. SI in Analemmate ad initium propos. 4. descripto ex recta n X, diametri visæ Horizontis, Verticalis primarii, & Eclipticæ, nimirum n m, S X, L M, quas radij visuales ex A, per extrema puncta diametrorum f g, O R, G H, eorundem circulorum in Analemate emissi abscindunt, & quæ omnium maximæ sunt, vt in scholio propos. 3. ostendimus, cum Meridianus, in cuius communi sectione cum Aequatore apparent, ad hos circulos rectus sit: si inquam, hæ diametri visæ ex recta n X, in Astrolabium in rectam BD, quæ rectæ n X, in Analemmate respondet, transferantur eo ordine ac situ, quem in Analemmate habent, & circa eas ex medijs earum punctis circuli describantur, descripti erunt in Astrolabio prædicti circuli maximi. Vt quoniam diameter visa Horizontis est n m, in Analemmate, transferemus partem eius maiorem E n, in Astrolabium ex E, centro vsque ad F; & partem minorem E m, vsque ad G, rectaque FG, diuisa bifariam in H, describemus ex H, ad interuallum H F, vel HG, Horizontem AGCF. Sic etiam diametri apparentes vel visæ Verticalis SX, partem minorem ES, transferemus ex Analemmate in Astrolabium ex E, vsque ad I, & maiorem partem EX, vsque ad K, diuisaque recta IK, bifariam in L, describemus ex L, per I, & K, Verticalem primarium AICK. Rursus ex Analemmate apparentis diametri Eclipticæ ML, maiorem partem EM, transferemus in Astrolabium ex E, vsque ad M, & minorem partem EL, vsque ad N, sectaque diametro MN, bifariam in O, describemus ex O, per M, & N, | Horizō obliquus Verticalis eius primarius, Ecliptica, & quiuis alius circulus maximus obliquus, ad Meridianum tamē rectus, quo pacto in Astrolabio ex Analemmate describātur




Eclipticam AMCN, quæ tropicum ♋, tanget in N, & tropicum ♑, in M. Quod si in Analemmate ducantur f i, g K, ipsi BD, parallelæ, nimirum diametri parallelorum, quorum ille est semper delitescentium, hic vero semper apparentium maximus, & per eorum semidiametros visas E n, E m, describantur ex centro Astrolabij E, circuli per F, & G, incedentes, tāget eos Horizon, eritq; is, qui per F, transit, semper latentiū maximus, qui vero per G, transit, semper apparentiū maximus erit. Pari ratione, si in eodē Analēmate ducātur OP, QR, eidem BD, parallelę, diametri videlicet parallelorū, quos Verticalis primarius tangit, | Quos parallelos Ecliptica, Horizon, & Verticalis tangant.

 & vnus


Y
S
F
Z
M
H
B
A
R
G
N
L
D
K
P
T

& vnus quidem per O, polum Horizontis siue Zenith, alter vero per R, alterum polum Horizontis, siue Nadir, ducitur, & per eorum semidiametros apparentes ES, EX, describantur ex E, centro Astrolabij circuli per I, K, tanget eos Verticalis primarius AICK, & is, qui per I, transit, referet eum, qui in sphęra per superiorem polum Horizontis, qui vero per K, incedit, eum, qui per inferiorem polum Horizontis ducitur. a Omnis enim circulus maximus obliquus ad Aequatorem tangit duos parallelos Aequatoris ęquales. Eadem prorsus ratione quilibet circulus maximus obliquus, qui ad Meridianum rectus sit, notamq; habeat inclinationem ad Aequatorem, in Astrolabio describetur, qua prædicti tres maximi circuli descripti sunt. Vt si describẽdus sit maximus circulus p polos Zodiaci ductus, & ad Meridianum rectus, qualis est ille, qui etiam per communes sectiones Aequatoris & Horizõtis ducitur, posito principio ♋, in Meridiano, & ad Aequatorẽ inclinatus est grad. 66. min. 30. ducemus in Analẽmate eius diametrum hZ, (Hanc, vt cõfusio vitaretur, nõ duximus) per puncta h, Z, quæ ab Aequatoris diametro BD, grad. 66. min. 30. absunt, & beneficio radiorũ visualium ex A, per extrema puncta h, Z, ductorũ diametrum apparentem in recta BD, inuestigabimus, &c. Ita vides in Astrolabio dictũ circulum descriptũ esse ex P, centro (quod qua ratione inquirendum sit, etiamsi totã diametrum visam non habeamus, paulo infra Num. 4. docebimus) per punctum Q, quod in Analemmate respõdet puncto P, per quod radius visualis Ah, ducitur. Eademque ratio est in cæteris. Omnes autem eiusmodi circuli maximi obliqui per puncta A, C, necessario transibunt, vt infra in scholio huius proposit. Num. 1. demonstrabimus. — a 8.2.Theo.

2. EOSDEM circulos maximos obliquos in Astrolabio describemus, etiamsi Analemma seorsum non sit cõstructum, hoc modo. Descripto Aequatore cum vtroq; tropico, vti supra, describatur ex A, ad quodlibet interuallum arcus circuli SRT, quẽ in S, T, secet recta ST, ducta per A, ad AC, perpendicularis, vel ipsi BD, vtrinque productæ parallela, vt duo quadrantes fiant RS, RT, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. ob rectos angulos ad A. Beneficio enim huius arcus SRT, magis exquisite puncta in Astrolabio inueniemus, quàm sine illo. Deinde à polis A, C, (Aequator enim ABCD, cum Meridiano Analemmatis sit æqualis, accipi potest pro Meridiano, & A, pro polo australi, & C, pro boreali, & recta BD, in vtramque partem extensa pro communi sectione plani, in quo Aequator, & alterius plani, in quo Meridianus ABCD, vt in propos. 4. Num. 5. dictum est; perinde ac si circulos ABCD, instar Meridiani, plano Astrolabij insisteret ad angulos rectos in recta BD.) numeretur in diuersas partes latitudo loci, pro quo Astrolabium construitur, siue (quod idem est) altitudo poli vsque ad V, & X, ducaturque diameter Horizontis VX. Ductis deinde rectis ex A, per B, & D, secabuntur quadrantes RS, RT, in Z, a, bifariam, si erratum non est. Cum enim angulus AEB, rectus sit, b & anguli EAB, EBA, æquales, erit vterque semirectus; c quòd omnes tres duobus rectis sint æquales. Igitur & reliquus angulus SAZ, ex recto semirectus erit, ideoque angulo RAZ, semirecto æqualis; d ac proinde arcus ZR, ZS, quibus insistunt, æquales erunt. Eodemque modo ostendes, æquales esse arcus aR, aT. Diuiso quoque vtroque quadrante RS, RT, in 180. partes æquales, numeretur in eis, ac si essent gradus, ex S, & R, versus R, & T, altitudo poli, vel (quod idem est) ex Z, & a, versus S, & R, complementum altitudinis poli, vsque ad Y, & b: vel certe per lemma 3. accipiantur arcus SY, Rb, semissi arcus AV, vel CX, altitudinis poli similes; vel arcus ZY, a b, semissi complementi altitudinis poli, hoc est, semissi arcus BV, vel DX, similes. Nam radij visuales AY, Ab, auferent diame-

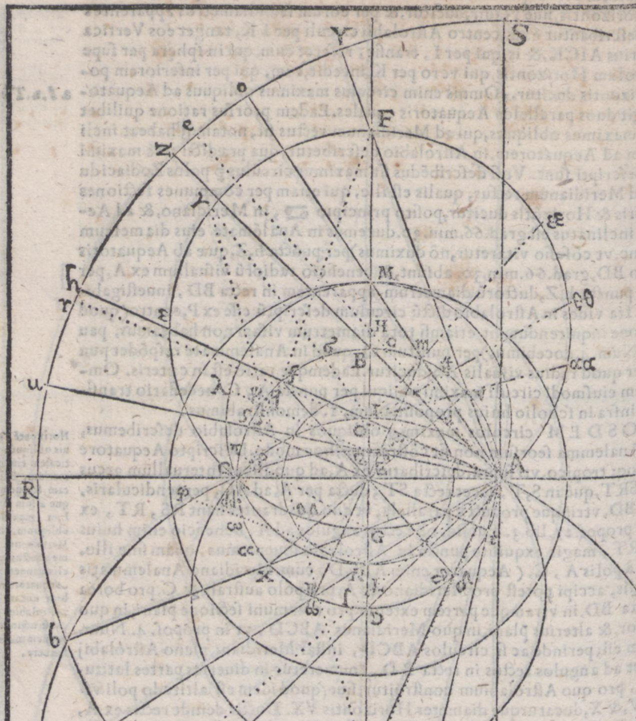
Horizontẽ quẽuis obliquũ, verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcunque alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, inclinationemq; ad Aequatorem habeat notam, in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere.

b 5. primi.

c 32. primi.

d 26. tertij.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281




diame-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

diametrum Horizontis visam FG, quippe qui transeant per extrema puncta V, X, diametri Horizontis, propterea quod per lemma 10. tam rectæ AS, AV, & AR, Ab, auferunt ex circulo SRT, arcus semissibus arcuum AV, CX, altitudinis poli similes, quales ex constructione sunt arcus SY, Rb, quàm rectæ AZ, AY, & Aa, Ab, ex eodem circulo SRT, intercipiunt arcus semissibus arcuum BV, DX, complementi altitudinis poli similes, quales accepti sunt arcus ZY, a b. Si igitur diameter inuenta FG, secetur bifariam in H, describetur ex H, per F, & G, Horizon AFCG. Recte autem inuentam esse visam diametrum FG, ex eo patet, quòd radij AV, AX, in iisdem prorsus punctis rectam BD, secant, in quibus eandem secarent, si circulus ABCD, plano Astrolabij, vel Aequatoris, ad rectos insisteret angulos in recta BD, ita vt situm Meridiani obtineret, vt constat. Vides igitur, arcum SRT, solum esse descriptum, vt radij ex A, per puncta circuli ABCD, (quæ alioquin sufficerent) rectius possint educi.

Centrum Horizontis in Astrolabio inuenire, etiamsi diameter eius visa inuenta non sit.

3. CENTRVM autem Horizontis apparentis, id est, punctum H, secans diametrum visam FG, bifariã, facile hoc modo inuenietur, etiamsi neutrum punctorum extremorum F, G, inuẽtum foret. Ducatur ex A, ad VX, diametrũ Horizontis perpendicularis A c e. Hæc enim, vt in lemmate 35. demonstratum est, bifariam secabit basem FG, trianguli AFG, à radijs AV, AX, emissis abscissi: adeo vt recta ex polo australi ad diametrum circuli maximi obliqui in Aequatore Astrolabij descriptam perpendicularis ducta cadat in centrum eiusdem circuli obliqui. Ita vero perpendicularis Ace, facile ducetur. Arcus AV, quo Horizon in sphæra à polo australi abest, hoc est, altitudo poli, duplicetur vsque ad c; Et vt res sit magis accurata, arcui quoque SY, qui semissi arcus AV, similis est, æqualis sumatur Yc. Nam recta A c e, perpendicularis erit ad diametrum Horizontis VX, in sphæra. Cum enim arcus Ac, secetur bifariam in V, secabitur quoque ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. recta Ac, bifariam in d; [a] ac proinde & ad angulos rectos. quod est propositum. Iam vero si ducatur axis Horizontis fg, ad VX, diametrum Horizontis perpendicularis, erit Cf, arcui VB, hoc est, complemento arcus AV, æqualis. Cum enim quadrantes æquales sint CB, fV, ablato communi arcu fB, reliqui arcus Cf, BV, æquales erunt. Ergo AV, Cf, quadrantem conflabunt; ac proinde & arcus Vc, fc, reliquum quadrantem semicirculi ABC, conficient Quare & arcus f c, complementum erit arcus cV, hoc est, arcus AV, ideoque ipsi Cf, æqualis. Quamobrem si complementum arcus AV, distantiæ Horizontis à polo, hoc est, si arcus VB, vel Cf, duplicetur ex altero polo C, inuenietur idem punctum c, per quod eiecta recta Ac, in H, centrum Horizontis apparentis cadit. Hoc autem posterius alio quoque modo demonstrauimus in lemmate 35.

Rectam ex polo australi ad diametrum circuli maximi obliqui in Aequatore descriptam, ad angulos rectos ductã, cadere in centrũ eiusdem circuli obliqui in Astrolabio.

a 3. *tertij*.

Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio inuenire, etiamsi eius diameter visa inuenta non sit.

4. HAC eadem ratione centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio reperietur, si nimirum ex polo australi A, ad eius diametrum perpendicularis linea ducatur: quod quidem fiet, si eius distantia à polo ex polo australi A, vel complementum eius distantiæ ex polo boreali C, duplicetur, &c. vt in Horizonte factum est.

Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse.

5. EX his constat, centrum obliqui circuli maximi in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse: quod & propos. 3. Num. 4. demonstratum est; quia cum perpendicularis ex A, ad diametrum circuli obliqui ducta cadat in centrum eiusdem circuli obliqui apparentis, vt ostendimus, non transibit ea perpendicularis per E, centrum Astrolabij, cum AE, rectos angulos faciens cum BD, oblique secet diametrum circuli obliqui, non autem ad angulos rectos. Idem hac ratione

per

perſpicuum fiet. Quoniam circulus maximus obliquus ſecat Aequatorem in duobus punctis, cum vnum extremum eius diametri ſit intra Aequatorem, & alterum extra, vt patet ex inuentione eius diametri, perſpicuumque eſt in diametro F G, erit eius centrum omnino diuerſum ab E, centro Aequatoris, [a] cum duo circuli ſe mutuo ſecantes non poſsint idem centrum habere.

*a 5. tertij.*

6. NON aliter alios circulos maximos obliquos ad Meridianum rectos deſcribemus. Sit enim diameter Verticalis primarij fg, ſecans Horizontis diametrum VX, ad angulos rectos, tranſiensque per f, g, polos Horizontis. Si igitur ex A, per f, g, radij viſuales ducantur, ſecabunt ij rectam BD, in I, K, polis Horizontis, per quos ex L, puncto medio diametri viſæ I K, Verticalis primarius AICK, deſcribendus eſt. Sed vt extrema puncta diametri viſæ IK, magis exquiſite reperiantur, præſertim remotius K, accipiendus eſt arcus Zh, ſimilis ſemiſsi arcus Bf, vel arcus Rh, ſimilis ſemiſsi arcus Cf. Item arcus a i, ſimilis ſemiſsi arcus Dg, vel arcus Ti, ſimilis ſemiſsi arcus Ag. Centrum quoque L, inuentum eſt per rectam Ak, ad diametrum fg, perpendicularem, quæ videlicet ducitur per l, terminum arcus A l, qui duplus eſt arcus Ag, nec non per k, terminum arcus Tk, qui arcus T i, duplus eſt, &c.

7. SIT rurſus diameter Eclipticæ m n, diſtans à BD, diametro Aequatoris per maximam declinationem Solis. Si igitur ex A, per m, n, radij viſuales ducantur ſecantes BD, in M, N, erit MN, diameter Eclipticæ apparens; quæ accuratius inuenietur, ſi ſemiſsibus arcuum Bm, Dn, ſimiles arcus ſumantur Z o, a p. Centrum etiam O, repertum eſt per rectam A r, ad m n, perpendicularem, quæ nimirum ducitur per q, terminum arcus A q, qui duplus eſt arcus A m, complementi maximæ declinationis, nec non per r, terminum arcus S r, qui duplus eſt arcus S o: quæ puncta q, r, habentur etiam per arcus C q, R r, quorum ille maximæ declinationis duplus eſt, hic vero ſemiſsi arcus C q, ſimilis.

*Eclipticam ſemper apparere circulum in Aſtrolabio, eiuſdemq; magnitudinis, etiamſi ad motũ diurnum in ſphæra continuo circumferatur.*

QVAMVIS autem Ecliptica vna cum Coluris in ſphæra motu diurno circumferatur, non tamen idcirco in Aſtrolabio eius circularis figura impeditur. Nam quemcunq; ſitum Colurus Solſtitiorum occupet, ſemper rectus eſt ad Eclipticam, ac proinde in eius communi ſectione cum plano Aequatoris ſiue Aſtrolabij, (quæ ad motum diurnum cum omnibus rectis per centrum Aſtrolabii ductis congruit) diameter viſa Eclipticæ ſemper maxima erit, ſemperque planum Aſtrolabij Aequaturiſue, in cono, cuius baſis eſt Ecliptica, ſubcontrariam ſectionem faciet, hoc eſt, circulum, vt demonſtratum eſt propoſ. 3. Ex quo fit, Eclipticam ſemper proiici in circulum eiuſdem magnituditidis in Aſtrolabium, quemcunque illa ſitum in ſphæra obtineat.

8. SIT denique diameter ſ t, circuli cuiuſuis obliqui, ad Meridianum tamen recti, nimirum eius, qui per polos Zodiaci ſ, t, ducitur, & per communes ſectiones Aequatoris & Horizontis, conſtitutis eiſdem polis in Meridiano. Si igitur ex A, per ſ, t, ducantur radij viſuales, ſecabit A ſ, rectam BD, in Q, polo Eclipticæ, per quem propoſitus circulus deſcribendus eſt. Sed vt exquiſitius hi radij educantur, accipiendi ſunt arcus Ru, Tα, ſemiſsibus arcuum C ſ, At, ſimiles. Et quia radius Aα, nimis procul cum BD, concurrit, ita vt alter polus Eclipticæ in plano ægre haberi poſsit, deſcripta eſt circuli propoſiti portio tantummodo AQC, ex centro P, quod inuenitur per rectam A γ, ad diametrum ſ t, perpendicularem, ductam videlicet per δ, terminum arcus Aδ, qui arcus At, duplus eſt, & per β, terminum Tβ, qui arcus Tα, duplus quoque eſt.

QVO

QVO modo autem maximus circulus obliquus ad Meridianum non rectus, sed rectus quidem ad Horizontem, in Astrolabio describendus sit, docebimus propos. 8. rectus vero ad Verticalem primarium, propos. 10. neque rectus deniq; ad Horizontem, aut Verticalem, propos. 12.

9. VT autem sciamus, quam in partem diameter cuiusuis circuli obliqui, sed ad Meridianum recti, ducenda sit, diligenter obseruanda est eius intersectio cum Meridiano in sphæra. Eodem enim modo eius diameter secare debet circulum ABCD, in Astrolabio, qui pro Meridiano sumitur, ita vt A, sit polus australis; C, borealis; & B, intersectio eius cum Aequatore in supero hemisphærio. Itaque quoniam Horizon secat in sphæra Meridianum inter Aequatorem in supero hemisphærio & polum antarcticum, ducenda est eius diameter inter B, & A; qualis est diameter VX. Quia vero Verticalis primarius in supero hemisphærio secat Meridianum inter Aequatorem, & polum arcticum, ducenda est eius diameter inter B, & C, vt factum est in diametro Verticalis fg, sic etiam quoniam Ecliptica (posito principio ♋, in Meridiano superi hemisphærij) secat Meridianum inter Aequatorem, & polum antarcticum, ducenda est eius diameter m n, inter B, & A, veluti Horizontis diameter. Denique quia circulus maximus per polos Eclipticæ in eo situ, & polos Meridiani ductus, secat Meridianum inter Aequatorem, & polum arcticum, ducenda est eius diameter s t, inter B, & C, quemadmodum diameter Verticalis. Atque ita de cæteris, habita semper ratione distantiæ circuli obliqui à polo A, vel polo C, aut certe ab Aequatoris intersectione B.

Diameter dati circuli maximi obliqui, & ad Meridianũ recti, qua ratione in Aequatore Astrolabij ducẽda sit, vt per eã circulus obliquus describatur in Astrolabio.

10. PORRO, [a] quoniam quilibet circulus maximus obliquus tangit duos parallelos Aequatoris æquales & oppositos, inuento puncto illo extremo diametri visæ cuiuscunque circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabij E, propius abest, (quod quidem commode haberi potest, cum radius visualis illud exhibens secet semper diametrum BD, intra Aequatorem) reperietur aliud extremum punctum remotius longe accuratius, si duabus rectis, quarum vna est portio rectæ BD, inter E, centrum Astrolabij, & extremum punctum propinquius, (hoc est, semidiameter paralleli borealis, quem maximus circulus obliquus eo in extremo tangit.) altera vero semidiameter Aequatoris, tertia proportionalis inueniatur, vt in lemmate 12. docuimus. Hæc enim dabit alterum extremum diametri visæ propositi circuli maximi obliqui, cum sit semidiameter paralleli australis, quem idem circulus maximus tangit, vt propos. 4. Num. 11. demonstrauimus. Vt in Horizonte, inuento puncto G, si duabus EG, EB, inueniatur tertia proportionalis EF, inuentum erit alterum punctum extremum F. Sic in Verticali, postquam inuentum fuerit punctum I, si duabus EI, EB, adiungatur tertia proportionalis EK, habebitur extremum alterum K. Item in Ecliptica, inuento puncto N, si duabus EN, EB, tertia proportionalis adiungatur EM, datum erit alterum extremum M. Denique in circulo AQC, inuento puncto Q, si duabus EQ, EB, reperiatur tertia proportionalis, offeret ea alterum punctum extremũ remotius diametri visæ eiusdem circuli. Et sic de cęteris.

a 8. 2. Theo.

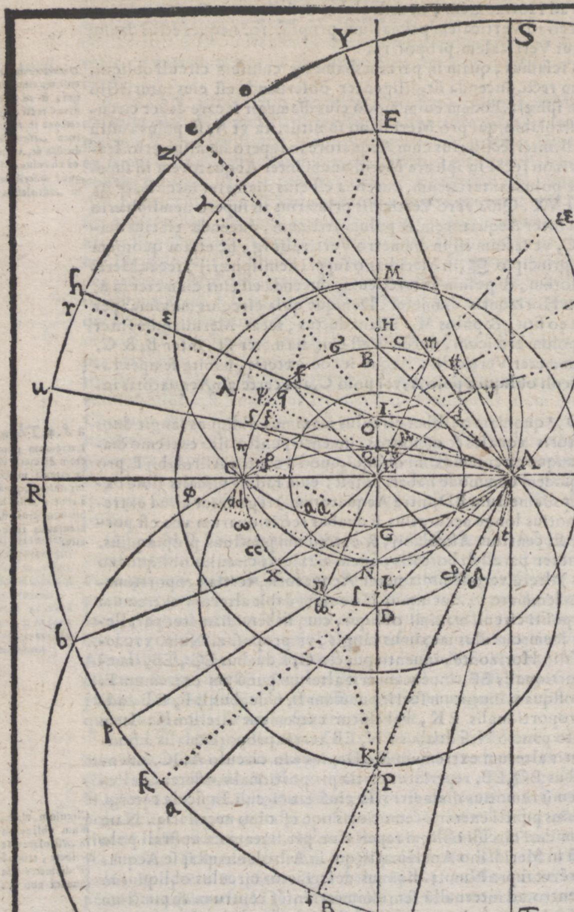
Extremum punctum diametri visæ circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabii remotius est, accuratius inuenire.

Verum inuentio huius puncti extremi remotioris non est oĩno necessaria. Nam si exquisite centrum dati circuli obliqui reperiatur per lineam ex australi polo A, ad eius diametrũ in Meridiano Analẽmatis (qui in Astrolabio est ipse Aequator.) perpendicularẽ, vt supra Num. 3. diximus, describetur circulus obliquus in Astrolabio ex eo centro, ad interuallũ semidiametri inter centrum, & punctum extremũ propinquius inuentum intercepto, exhibebitq; simul alterũ extremum remotius: Immo neque vicinius extremum erit necessarium omnino. Nam, vt

Circulum maximum obliquum in Astrolabio describere, etiam si eius diameter visa inuenta non sit.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

in scholio Num. 1. ostendemus, circulus obliquus per punctum A, necessario transit. Si ergo ex centro inuento per A, circulus describatur, erit is maximus quæsitus, & simul vtrumque extremum exhibebit.

Semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis alio modo, quam supra, & valde exquisite, inuenire.

11. IMMO eadem hac arte semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis nullo fere negotio eruemus. Nam si V. g. semidiameter paralleli, cuius declinatio australis sit BV, desideretur, ducemus diametrum circuli maximi VEX, & ad eam ducemus perpendicularem A d, quę rectam DB, productam secet in H. Si namque rectam HG, inter H, & punctum G, terminans semidiametrum paralleli borealis oppositi, (quod per rectam AX, indicatur, cum declinatio borealis DX, declinationi australi BV, æqualis sit) transferemus vsque ad F, erit EF, semidiameter quæsita, propterea quòd H, est centrum circuli maximi tangentis in G, & F, duos parallelos oppositos & æquales, quorum declinationes sunt DX, BV, vt ex dictis patet.

Poli cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio per quas rectas indicentur in linea meridiana.

12. POLVS quoque circuli cuiusuis maximi obliqui ad Meridianum recti, qui in sphæra à polo australi remotior est, indicat in BD, linea meridiana Astrolabij per radium visualem, qui ex A, ad medium punctum illius semicirculi ducitur, quem eius circuli diameter aufert, siue (quod idem est) qui tam cum angulum, quem radij per extrema puncta diametri ipsius circuli ducti, quàm eum, quem radij per centrum Astrolabij, hoc est, centrum circuli obliqui in sphæra, & centrum eiusdem in Astrolabio ducti comprehendunt, bifariam diuidit. Verbi gratia, radius A f, cadens in f, punctum medium semicirculi VfX, quem diameter Horizontis VX, abscindit, vel diuidens tam angulum VAX, quàm HAE, bifariam, exhibet I, polum Horizontis respondentem in sphæra polo f, qui à polo australi A, longius abest. Nam f, punctum æqualiter distans ab Horizonte per VX, ducto polus est Horizontis, ac propterea in I, apparebit. Rectam autem Af, diuidere bifariam tam angulum VAX, contentum sub radiis AV, AX, per extrema puncta diametri VX, ductis, quàm angulum HAE, quem radij AE, AH, per centrum Astrolabij, vel Horizontis in sphæra E, & centrum Horizontis H, in Astrolabio ducti constituunt, ita ostendemus. Quoniam arcus fV, fX, æquales sunt, [a] æquales quoque erunt anguli fAV, fAX. Deinde, [b] quia arcus CX, arcui AV, æqualis est, ob angulos in centro ad verticem æquales, & eidem arcui AV, sumptus fuit æqualis arcus Vc; erunt quoque arcus CX, Vc, æquales: quibus demptis ex quadrantibus fX, fV, reliqui arcus fC, fc, æquales etiam erunt; [c] ac proinde anguli EAf, HAf, illis arcubus insistentes, æquales erunt. Et quoniam poli per diametrum sunt oppositi in sphæra, cadet recta ducta fE, in alterum polum g; ac proinde radius Ag, ad Af, perpendicularis [d] (quod angulus fAg, in semicirculo fAg, rectus sit,) indicabit in Astrolabio alterum polum K, respondentem in sphæra polo g, qui à polo australi A, propius abest. Eademque ratio omnino est in aliis circulis obliquis maximis. Nam G, F, sunt poli Verticalis: Q, Eclipticæ, alter vero per radium Atα, indicaretur, si id plani angustia permitteret, & N, M, circuli AQC.

Radius ex polo australi per polũ circuli obliqui maximi remotiorem ductus, quos angulos secet bifariam.

a 27. tertij.
b 26. tertij.
c 27. tertij.
d 31. tertij.

Polum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio à centro Astrolabii diuersum esse.

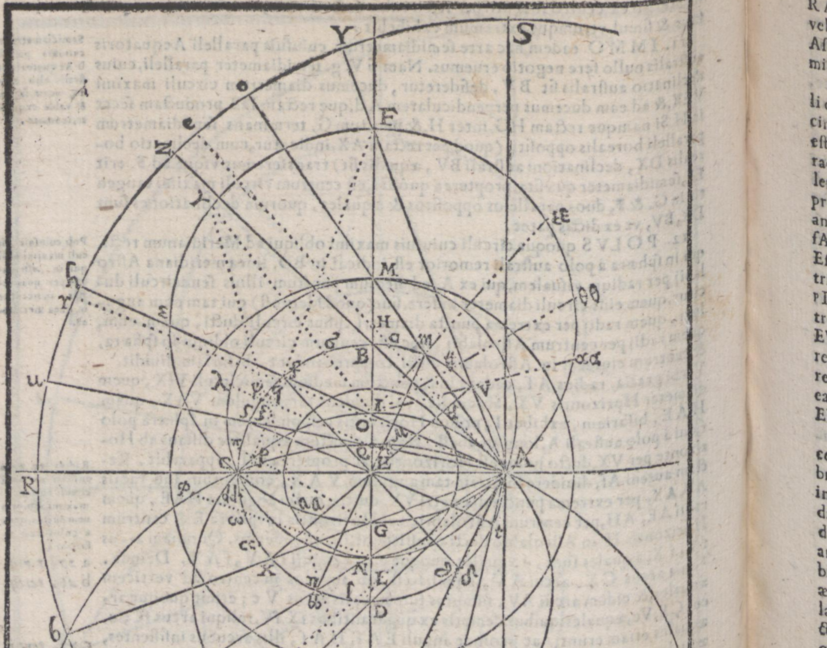
13. EX his liquet, in Astrolabio polum cuiuslibet circuli obliqui maximi à centro Astrolabij diuersum esse. Nam cum radius ex polo australi per polum circuli obliqui ductus non transeat per centrum Astrolabij, quod C, polus mundi non possit esse polus circuli obliqui, perspicuum est, polum circuli obliqui apparere extra centrum Astrolabij, ac proinde ab eo diuersum esse.

Centrum circuli maximi obliqui aliter reperire in Astrolabio.

14. ITAQVE ducto radio ex A, per f, polum Horizontis, secante arcum RS, in h, si arcui Rh, sumatur æqualis arcus hc, vel arcui Cf, æqualis arcus fc, cadet recta Ac, in H, centrum Horizontis in Astrolabio:



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

labio: [a] propterea quod anguli RAh, eAh, fiunt æquales; ac proinde angulus RAe, comprehensus duabus rectis, quarum AR, per E, centrum Astrolabij, vel centrum Horizontis in sphæra, at vero Ae, per H, centrum Horizontis in Astrolabio ducitur, bifariam secatur. Idemque contingit in aliis circulis maximis obliquis.

a 27. tertij.

Quas rectas æquales abscindat radius ex polo australi ad polum maximi circuli obliqui ductus.

EST quoq; obiter hic notandum, radiū Af, ex polo australi in polum circuli obliqui maximi cadētem, abscindere ex linea meridiana, & diametro eiusdem circuli maximi obliqui, duas lineas ęquales vsq; ad E, centrum Astrolabii; hoc est, rectam EI, vsq; ad I, polum visum, æqualem esse segmento rectę EV, vsq; ad radium Af: Eademq; ratione rectam EK, vsq; ad alterum polum visum K, æqualem esse segmento rectæ EV, productæ vsq; ad radium visualem KA, versus A, productum. [b] Quoniam enim tres anguli in triangulo AEI, æquales sunt tribus angulis trianguli à rectis Ef, fA, EV, constituti vsq; ad intersectionem rectarum fA, EV; suntq; tam ablati anguli recti AEI, fEV, æquales, [c] quàm anguli EAf, EfA, in Isoscele AEf: erit quoque reliquus EIA, trianguli AEI, reliquo in alio triangulo, quem rectæ EV, fA, in communi earum sectione constituunt, ęqualis. [d] Igitur recta EI, æqualis est segmēto rectæ EV, vsq; ad radium Af. [e] Rursus quia tres anguli in triāgulo AEK, ęquales sunt tribus angulis triāguli à rectis Eg, gA, EV, cōstituti vsq; ad intersectionem rectarum gA, EV; suntq; tam ablati anguli recti AEK, gEV, æquales, [f] quam anguli EAg, AgE, in Isoscele AEg: erit quoq; reliquus EKA, trianguli AEK, reliquo in alio triangulo, quem rectæ gA, EV, in earum concursu efficiunt, æqualis. [g] Igitur recta EK, æqualis est segmento rectæ EV, productæ vsque ad radium gA, productum versus A. quod est propositum.

b 32. primi.

c 5. primi.

d 6. primi.

e 32. primi.

f 5. primi.

g 6. primi.

Polum circuli maximi obliqui ab eius centro differre in Astrolabio.

15. EX his etiā constat, polum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio à suo centro esse diuersum. Id quod in datis exēplis vel facile videri potest. Quod tamē breuiter sic demōstrari poterit. Sit f, polus V. g. Eclipticę, apparens per radiū Af, in Q. Dico Q, non esse centrū Eclipticę. Quoniā enim centrum indicatur per radium perpendicularē ad diametrum Eclipticæ, vt Num. 3. demonstratū est; si Q, dicatur esse centrū Eclipticæ, erunt anguli ad θ, recti, & æquales: Sunt autem & anguli mAθ, nAθ, æquales, ꝙ radius Aθ, per polum ductus secet angulum mAn, bifariā, vt Num. 12. ostensum est. Igitur duo anguli mθA, mAθ, trianguli Aθm, æquales sunt duobus angulis nθA, nAθ, trianguli Aθn. Cum ergo illis adiaceat latus commune Aθ; [h] erunt quoque latera mθ, nθ, æqualia; ac proinde cum nθ, recta maior sit, quàm nE, hoc est, quàm mE, erit quoque mθ, maior quàm mE, pars quàm totum. quod est absurdum. Non ergo Q, polus Eclipticæ centrum est eiusdem. Pari ratione sit O, centrum Eclipticæ, quod exhibet Aμ, ad mn, perpendicularis. Dico O, non esse polum Eclipticæ. Quoniam enim polus indicatur per radium, qui angulum mAn, diuidit bifariam, vt Num. 12. ostendimus; si O, dicatur esse polus Eclipticæ, erunt anguli mAμ, nAμ, æquales: sunt autem & anguli ad μ, æquales, quia recti. Igitur duo anguli mμA, mAμ, trianguli Aμm, duobus angulis nμA, nAμ, trianguli Aμn, æquales sunt. Cum ergo illis adiaceat latus commune Aμ; [i] erunt quoque rectæ mμ, nμ, æquales; ac proinde cum nμ, maior sit, quam nE, hoc est, quam mE, erit quoque mμ, pars maior, quā totum mE. quod est absurdum. Nō ergo O, centrum Eclipticæ, polus est eiusdē. Eadēq; ratio est in aliis circulis maximis. Quod tamē ita quoq; potest cōfirmari. Quoniā demonstratum supra est Nu. 12. radiū per polum ductū secare bifariā angulum contentū radijs duobus per centrū Astrolabij, & centrū circuli obliqui ductis, necessariò differet radius per polū ductus à radio per centrū circuli obliqui ducto, ideoq; duo hi radij diuersa puncta in Astrolabio indicabunt.

h 26. primi.

i 26. primi.

16. SED

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

16. SED iam, quomodo quilibet circulus maximus obliquus in Aſtrolabio deſcriptus in gradus diſtribuatur, doceamus. Quoniam enim eorum arcus non ſemper in arcus ſimiles proiiciuntur, vt propoſ. 3. Num. 2. & 3. demonſtrauimus, non erunt eorum arcus ſingulis gradibus eorundem in ſphæra reſpondentes, inter ſe æquales: alias ſimiles eſſent arcus in Aſtrolabium proiecti arcubus in ſphæra, qui proiiciuntur. Aliam ergo viam ac rationem inire oportet, qua gradus circulorum maximorum obliquorum in Aſtrolabio deſcriptorum habere poſsimus. Quamuis autē in gradus diuidi poſsint per circulos maximos, qui per eorum polos ducuntur, vt Horizon per circulos Verticales, & Ecliptica per maximos circulos, qui per eius polos ducuntur, & circuli latitudinum dici ſolent, & ſic de cæteris: quia tamen nondū docuimus, qua ratione huiuſmodi circuli maximi deſcribantur in Aſtrolabio, & eorum nonnulli in immenſam ferme quantitatem excreſcunt, vt vix ſine errore delineari poſsint, diuidemus eoſdem cōmodiſsime per lineas rectas, idq; pluribus viis, quarum prima omniū eſt pulcherrima ac facillima, ac proinde eā inter alias eligendā cenſeo, cuius prior pars (quoniam duas continet, hoc eſt, duobus modis fieri poteſt,) ſic ſe habet.

Horizontem in Aſtrolabio ex eius polo ſuperiore in gradus diſtribuere.

17. INVENTO polo Horizontis, vel cuiuſuis circuli obliqui maximi, (Eadem enim in omnibus eſt ratio, vt Num. 23. dicetur,) qui intra Aequatorem exſtit, (qui quidem eū exprimit, qui in ſphæra a polo auſtrali remotior eſt) ſi ex eo per ſingulos gradus Aequatoris rectę lineæ ducantur vſq. ad circulū obliquū, diſtributus erit obliquus circulus in gradus, hoc eſt, in arcus, qui quamuis inter ſe inæquales ſint, reſpōdent tamen gradibus æqualibus illorum circulorum maximorum obliquorum, quos in ſphæra referunt. Verbi gratia, ſi ex I, polo Horizontis per quodcunque punctum δ, Aequatoris recta ducatur I δ, ſecans Horizontem in γ, reſpondebit arcus F γ, tot gradibus Horizontis in ſphæra, quot gradus in arcu Aequatoris B δ, continentur, hoc eſt, arcus F γ, repreſentabit arcum Horizontis in ſphæra arcui Aequatoris B δ, æqualem; adeo vt ſi B δ, arcus fuerit grad. 1. etiam arcus F γ, ſit grad. 1. ſi arcus B σ, fuerit 2. grad. etiam arcus F γ, ſit 2. grad. &c. Quod ſic demonſtrabimus. Planum, quod in ſphæra per polum antarcticum, & polum Horizontis ab eo remotiorem, nimirum per Zenith, ducitur, abſcindit ex Aequatore, & Horizonte arcus æquales, initio facto in Aequatore quidē à ſemicirculo Meridiani ſuperiore, in quo Zenith exiſtit, in Horizonte vero a ſectione auſtrali, quam cum Meridiano facit; vel in Aequatore a Meridiani ſemicirculo inferiori, in Horizonte vero à ſectione boreali, vt in lemmare 23. demonſtrauimus. Igitur illud idē planum (a quod quidē in ſphęra circulū facit) in Aſtrolabiū proiectū auferre conſpicietur ex polo auſtrali eoſdē illos arcus æquales ex Aequatore. & Horizōte in Aſtrolabio cōſpectis, illos videlicet, qui abſciſsis arcubus in ſphęra reſpondent. Cū ergo planū, ſeu potius circulus, quē in ſphęra efficit, per polū auſtralē trāſiens faciat in Aſtrolabio per propoſ. 1. Num. 1. lineam rectam per polum I, tranſeuntem, referet recta I δ, circulum illum per polum Horizontis I, & punctum Aequatoris σ, ductū. Hæc igitur producta ſecabit Horizontem in puncto γ, quod illi in ſphæra reſpōdet, per quod circulus ille ducitur; adeo vt in puncto γ, circulus ille Horizontem ſecare conſpiciatur ex polo auſtrali, Aequatotem vero in puncto δ cū radius viſualis in illius circuli plano per omnia puncta circumductus ab eo non recedat, ideoque in I γ, communi eius ſectione cum plano Aſtrolabii ſemper exiſtat. Arcus ergo Horizontis F γ, illum in ſphæra repreſentat, qui arcui Aequatoris B δ, æqualis eſt. Idem dicendum eſt de omnibus aliis rectis lineis ex Horizontis polo I, egredientibus, & tam Aequatorem, quam Horizontem ſecantibus.

a 1.1.Theo.

Nam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Nam & recta I$\varepsilon$, aufert ex Horizonte arcuum F$\varepsilon$, tot graduum, quot in arcu Aequatoris Bf, continentur; & recta IA, abscindit arcum Horizontis FA, tot graduum, quot quadrans Aequatoris BA, complectitur, nimirum 90. ita vt FA, referat quadrantem Horizontis in sphæra. Denique quælibet recta ex I, polo Horizontis educta, & meridiana linea BD, in vtramque partem extensa, si opus sit, intercipient semper in Aequatore & Horizonte duos arcus æquales, hoc est, qui gradus numero æquales complectantur; initio semper sumpto vel a duobus punctis B, F, vel a duobus D, G, quorum priorum duorum punctum B, in Aequatore est superius, & F, in Horizonte australe; posteriorum vero duorum punctum D, in Aequatore est inferius, & G, in Horizonte boreale. Id quod seruandum esse in maximis circulis præcepimus in lemmate 23. quando polus Horizontis a polo australi remotior assumitur, qualis est polus assumptus I. Eademque ratione duæ quælibet rectæ ex I, emissæ includant in Aequatore, Horizonteque duos arcus æquales, cuiusmodi sunt duo arcus $\gamma\varepsilon$, $\sigma f$, inter duas rectas I$\gamma$, I$\varepsilon$: Item duo arcus $\gamma$C, $\sigma$C, inter duas rectas I$\gamma$, & IC, (si duceretur) interiecti. Itaque si ex I, per singulos gradus Aequatoris rectæ lineæ ducerentur, distribueretur Horizon in 360. arcus, qui singulis gradibus Horizontis in sphæra responderent.

SED quoniam accidit interdum, polum I, esse valde propinquum puncto B, ac proinde vix posse ex eo per gradus Aequatoris prope B, rectas sine errore educi, quæ gradus in circulo obliquo nobis exhibeant; afferemus huic incommodo remedium facillimum propos. 6. ad finem Num. 21. vbi docebimus, quo pacto alius circulus cuiusuis magnitudinis ex certo quodam centro describi possit, ita vt rectæ ex I, per eius gradus emissæ indicent gradus respondentes in circulo obliquo, non secus ac rectæ ex I, per gradus Aequatoris egredientes, vt demonstratum est.

*Quo pacto exquisitus obliquus circulus in gradus distribuatur, quando polus I, valde propinquus est Aequatoris circumferentiæ.*

18. ITAQVE si desideretur in Horizonte gradus quicunque, hoc est, arcus quotuis graduum, cuius initium sit vel in altera sectionum eius cum Meridiano, vt in F, vel G, vel in altera eius intersectione cum Aequatore, vt in A, vel C, numerandi sunt illi gradus a puncto Aequatoris correspondente, nimirum à B, vel D, aut ab A, vel C, in illam partem, in qua arcus abscindedus est. Recta enim ex I, polo Horizontis per finem numerationis in Aequatore emissa secabit Horizontem in gradu, qui desideratur. Vt si quis cupiat arcum grad. 25. initium sumentem ab intersectione Horizontis cũ Aequatore orientali, qualis in Astrolabio solet esse punctum C, (quamquam & A, accipi posit pro orientali, & C, pro occidentali.) & tendentem versus boream, supputandi sunt gradus 25. à C, versus D, in Aequatore. (Punctum enim G, Horizontis est boreale, cum referat extremum punctum X, diametri Horizontis, quod remotius est a polo australi A: at punctum F, australe est, cum respondeat puncto extremo V, eiusdem diametri, quod propius ab eodem polo australi abest.) Recta namque ex I, per finem grad. 25. ducta offeret punctum in Horizonte gradui 25. respondens, atque ita de cæteris. Sic etiam, si quis velit in Horizonte arcum grad. 15. cuius principiũ sit in quadrante orientali australi, & in grad. 22. ab eius intersectione australi cum Meridiano; numerandi sunt primum grad. 22. à B, vsque ad $\sigma$, ducendaque recta I$\sigma$, secans Horizontem in $\gamma$, puncto, quod gradibus 22 ab australi sectione F, distat. Deinde à puncto $\sigma$, numerandi sunt propositi grad. 15. vel versus B, vel versus C, prout arcus Horizontis abscindendus vergere debet in austrum, vel in boream. Nam recta ex I, per finem grad. 15 ducta transibit in Horizonte per grad. 15. &c.

*Gradus quilibet propositus quo pacto in Horizõte ex eius polo superiore inueniatur in Astrolabio.*

*Pars orientalis, occidentalis, borealis, & australis in Horizonte Astrolabii quæ.*

IMMO

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Datum arcũ maximi circuli obliqui in Astrolabio diuidere bifariam.

IMMO eadem prorſus ratione datum quemcunque arcum circuli maximi obliqui bifariã ſecabimus. Sit enim datus arcus, verbi gratia Horizontis αα εε, diuidendus bifariam. Ductis ex eius polo I, rectis I αα, I εε, ſecantibus Aequatorem in V, m, partiemur arcum V m, bifariam in tt. Nam recta I tt, ſecabit arcum datum in θθ, bifariam, id eſt, arcus αα θθ, θθ εε, continebunt gradus numero æquales. Id quod ex demonſtratis liquet, cum hi arcus arcubus æqualibus u tt, tt m, in Aequatore reſpondeant. Idem effici poterit aliis viis, quibus circulos maximos obliquos in gradus partiri in iis, quæ ſequuntur, docebimus, quod ſemel monuiſſe ſatis ſit.

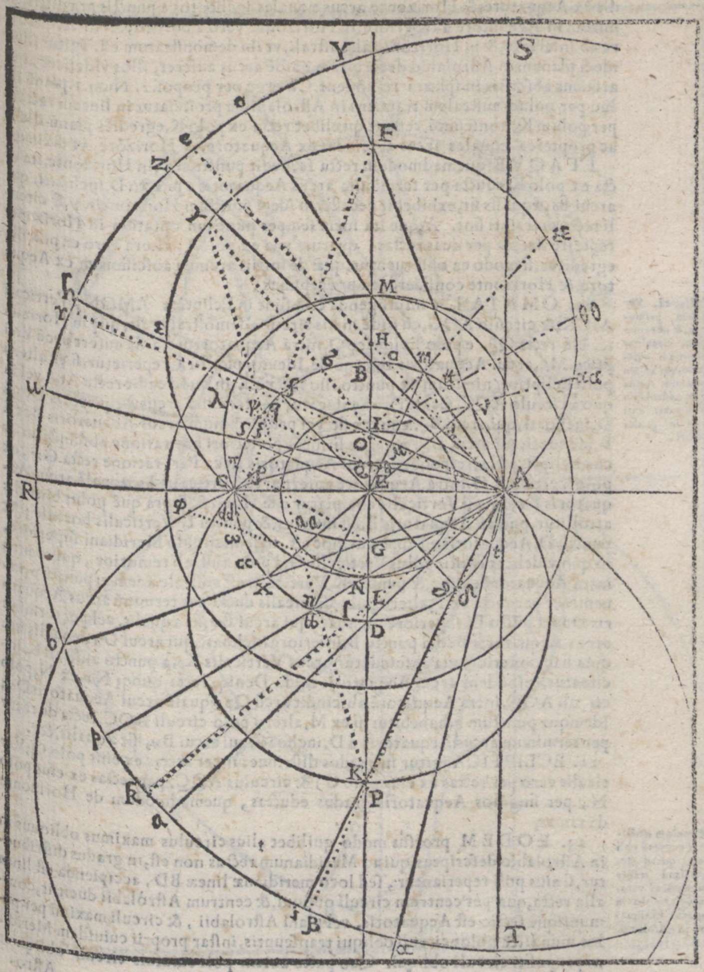
Quot gradus in dato arcu Horizontis Astrolabii contineantur, ex eius polo ſuperiore cognoſcere.

19. VICISSIM ſi ſcire quis cupiat, quot gradus in quolibet arcu Horizontis propoſito contineantur, ducendæ ſunt ab extremis punctis dati arcus duæ rectæ ad I, polum Horizontis, ſecantes Aequatorem verſus eandem partem Horizontis, in qua datus arcus exiſtit. Hæ etenim in Aequatore intercipient tot gradus, quot in dato arcu continentur. Si ergo per lemma 3. inquiratur, quot gradus in illo arcu Aequatoris includantur, numerus graduum in dato arcu Horizontis contentorum ignorari non poterit. Poſterior autem pars huius primæ viæ hæc eſt.

Horizontem in Aſtrolabio ex eiꝰ polo inferiore in gradus diſtribuere.

20. INVENTO altero polo circuli obliqui extra Aequatorem, (qui nimirum illum in ſphæra repreſentat, qui a polo auſtrali propius abeſt.) ſi ex eo per ſingulos gradus Aequatoris rectæ lineæ ducantur, ſecantes circulum obliquum, erit iterum obliquus circulus in gradus diſtinctus: ſed ordo graduum in Aequatore, & circulo obliquo aliter nunc ſumendus eſt, quàm prius. Nam ſi in Aequatore incipiunt a puncto ſuperiore B, iidem in Horizonte inchoandi ſunt a puncto boreali G: ſi vero in Aequatore incipiunt ab inferiore puncto D, inchoandi ſunt in Horizonte a ſectione eius auſtrali F, cum Meridiano, vt in lemmate 23. faciendum eſſe monuimus. Exempli cauſa, ſi ex K, polo Horizontis extra Aequatorem exiſtente per quodcunque punctum b b, quadrantis Aequatoris DC, recta K b b, ducatur, abſcindet ea ex Horizonte arcum F γ, a puncto F, inchoatum tot graduum, quot in arcu Aequatoris inter punctum D, & punctum b b, aſſumptum, per quod linea recta K b b, ducta eſt, cõtinentur: quia punctum D, Aequatoris in Meridiano eſt inferius, & punctum F, Horizontis auſtrale. Sic etiam arcus Horizontis à puncto G, boreali per C, vſque ad punctum aa, vbi a dicta recta K b b, ſecatur, æqualis eſt (quod ad numerum graduum attinet) arcui Aequatoris a pũcto B, ſuperiore Aequatoris vſq ad punctũ ψ, in quadrante CB, per quod recta linea A b b, ducta fuit. Quod ſi arcus æquales abſciſſi incipere debeant a puncto A, vel C, ſumendi ſemper erunt in contrarias partes, ita vt arcus Aequatoris à C, verſus B, æqualis ſit arcui Horizontis à C, verſus G, ſi vterque inter eandem rectam ex K, emiſſam, & punctum C, intercipiatur. Nam hac ratione arcus ex Aequatore abſciſſus tendit verſus punctum ſuperius B, arcus vero ex Horizonte abſciſſus verſus punctum boreale G. Sic etiam eadem recta abſcindet duos arcus æquales a puncto A, vel C, inchoatos, quorum s, qui in Aequatore ſumitur, verſus D, punctum inferius, qui vero in Horizonte verſus F, punctum auſtrale tendit, vt ratio poſtulat. Sed quoniam eadem recta cadens extra puncta A, C, ſecat tam Aequatorem, quàm Horizontem in duobus punctis, (niſi quando vtrumque circulum tangit, vt in ſcholio Num. 15. 16. & 17. dicetur) reſpondebunt inter ſeſe illa puncta, quæ ſunt puncto A, vel C, propinquiora, vel remotiora ab eodem. Hæc autem omnia ex eodem lemmate 23. demonſtrabuntur hoc modo. Planũ in ſphæra per polum antarcticum, & polum Horizontis ei propinquiorem, qualis eſt, quem refert polus K, ductum abſcindit ex

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281


Y
S
F
Z
M
H
B
I
O
C
E
A
R
G
N
L
D
K
P
T
V
X

dit ex Aequatore, & Horizonte arcus æquales inchoatos a punctis prædictis, nimirum in Aequatore à ſuperiore, in Horizonte vero a boreali; vel in Aequatore ab inferiore, & in Horizonte ab auſtrali, vt ibi demonſtratum eſt. Igitur illud idem planum in Aſtrolabio deſcriptum eoſdē arcus auferet, illos videlicet, qui arcubus abſciſsis in ſphæra reſpōdent. Cū ergo per propoſ. 1. Num. 1. planū illud per polum auſtralem tranſiens in Aſtrolabium proiiciatur in lineam rectam per polum K, tranſeuntē, referet quælibet recta ex polo K, egrediēs planū illud, ac propterea æquales arcus abſcindet ex Aequatore, & Horizōte, vt diximus.

ITAQVE quemadmodum recta Iσ, dedit punctum γ, in Horizonte, ita recta ex polo K, educta per terminum arcus Aequatoris a puncto D, inchoati, qui arcui Bσ, æqualis ſit, exhibebit neceſſario idem punctum Horizontis. γ, ſi circuli recte deſcripti ſint. Atque ita idem ſemper punctum optatum in Horizonte reperire licebit per duas rectas, quarum vna ex polo I, altera vero ex polo K, egreditur, ſi modo ea obſeruentur, quæ de initiis arcuum abſciſſorum ex Aequatore, & Horizonte conſideranda præcepimus.

Eclipticā, Verticalem primarium, & quemuis alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus ſit, in Aſtrolabio ex vtrouis eius polo in gradus partiri.

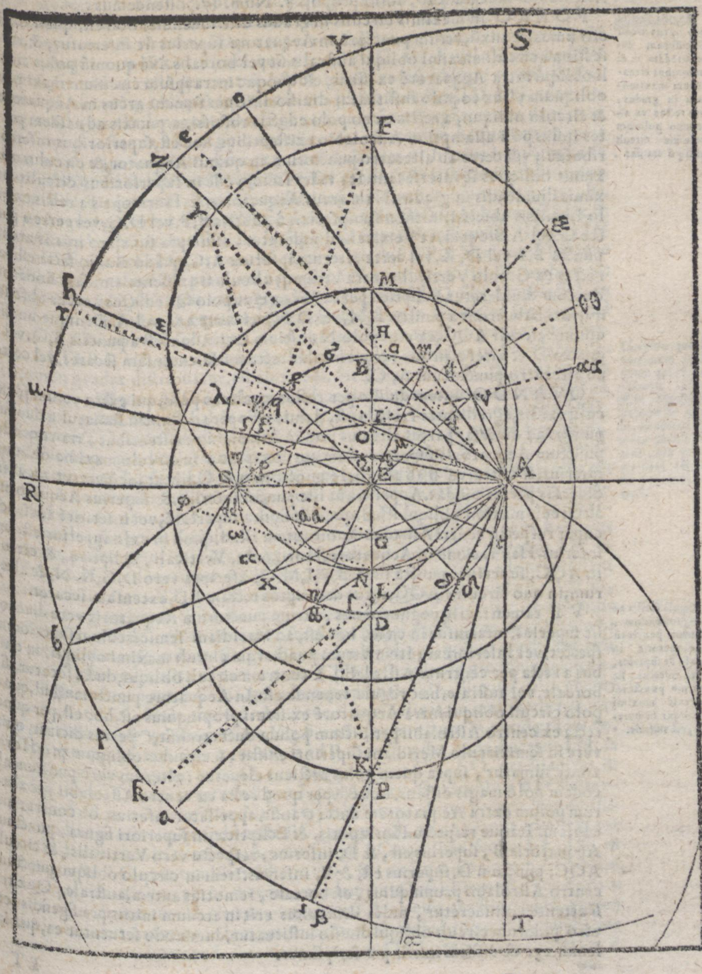
21. OMNIA hæc intelligenda etiā ſunt in Ecliptica AMGN, Verticali AICK, & circulo AQG, cū eadē in his circulis demōſtratio ſit, quę in Horizonte. Nā recta Qξ, e polo Eclipticę Q, intra Aequatorem emiſſa aufert arcū Eclipticę Mλ, arcui Aequatoris Bξ, æqualē. Idemq. punctū λ, reperietur, ſi ex altero polo Eclipticę (nimirum ex puncto illo rectæ EK, in quod cadit recta Atα, vel in quo à circulo AQC, ſecatur) recta ducatur per terminū arcus Aequatoris Dcc, à D, inchoati, qui arcui Bξ, æqualis ſit; vel per terminum arcus Aequatoris Bcc, à B, inchoati, qui arcui Dξ, æqualis ſit: quia poſteriori hac ratione abſcindetur arcus Eclipticę Nλ, reſpondens arcui Aequatoris Bcc. Pari ratione recta Gπ, ex polo Verticalis G, intra Aequatorē aufert arcū Verticalis Iρ, æqualē arcui Aequatoris Bπ; quia ſi Verticalis cōcipiatur eſſe Horizō, ſupra quē polus borealis attollitur, punctū Aequatoris B, eſt inferius, & punctū I, Verticalis boreale: At punctū D, Aequatoris eſt ſuperius, hoc eſt, in ſemicirculo Meridiani ſuperiore, in quo videlicet exiſtit polus Verticalis G, à polo auſtrali remotior, qui nimirū intra Aequatorē exiſtit, & punctū K, Verticalis eſt auſtrale. Idemq; punctū ρ, inuenietur per rectā ex F, altero polo Verticalis ductā per terminū arcus Aequatoris Ddd, à pūcto D, ſuperiore inchoati, qui arcui Bπ, ſit æqualis, vel per terminū arcus Aequatoris Bdd, à puncto B, inferiore inchoati, qui arcui Dπ, æqualis ſit: quia hac poſteriori via abſcindetur arcus Verticalis Kρ, a puncto auſtrali K, inchoatus, reſpōdens arcui Aequatoris Bdd. Deniq; recta quoq; Nω, ex N, polo circuli AQC, intra Aequatorē abſcindit arcū Qφ, ęqualē arcui Aequatoris Dω; Idemque punctum φ, habebitur, ſi ex M, altero polo circuli AQC, recta ducatur per terminum arcus Aequatoris à D, inchoati, qui arcui Bω, ſit æqualis, &c.

22. ECLIPTICA igitur in gradus diſtribuetur per rectas ex eius polo Q; Verticalis vero per rectas ex eius polo G; & circulus AQC, per rectas ex eius polo N, per ſingulos Aequatoris gradus eductas, quemadmodum de Horizonte diximus.

Circulum quēlibet maximū obliquū qui ad Meridianū rectus non eſt, ex vtrouis eius polo in gradus diſtribuere in Aſtrolabio.

23. EODEM prorſus modo quilibet alius circulus maximus obliquus in Aſtrolabio deſcriptus, qui ad Meridianum rectus non eſt, in gradus diſtribuetur, ſi eius poli reperiantur; ſed loco meridianæ lineæ BD, accipienda eſt linea alia recta, quæ per centrum circuli obliqui, & centrum Aſtrolabii ducitur, communiſque ſectio eſt Aequatoris, vel plani Aſtrolabii, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui tranſeuntis, inſtar proprii cuiuſdam Meridiani propoſiti circuli obliqui. Quo pacto autem poli cuiuſuis circuli obliqui in

Aſtro-






Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.281

Astrolabio inueniantur, infra propos. 8. Num. 17. ostendemus.

Regula facilis pro initiis arcuũ abscissorum determinãdis in diuisionibus circulorum maximorum in gradus, per rectas ex alterutro polorum cuiusuis circuli obliqui emissas.

PORRO in maximis circulis in gradus distribuendis, non est, quod solliciti simus,& anxii, vtrum punctorũ in Aequatore superius sit, inferiusue, & vtra sectionũ circuli maximi obliqui australis sit vel borealis. Nã quoniã polus circuli obliqui intra Aequatorẽ existens, est quoque intra ipsum circulum maximum obliquum; si ex eo polo instituatur diuisio, initium sument arcus in Aequatore, & circulo obiiquo, a rectis ex eo polo eductis abscissi, a punctis ad easdem partes ipsius poli assumpti in Astrolabio existentibus, hoc est, superioribus inferioribusue; vel certe ab alterutro punctorum, in quibus Aequator, & circulus maximus obliquus se intersecant. Ita vides factum esse in superioribus circulis maximis diuidendis in gradus. Nam arcus Aequatoris, & Horizontis a rectis ex polo I, emissis abscissi, initium sumpserunt à punctis B, F, vel D, G, vel certe a puncto C, vel A. Sic etiã, vt Verticalis diuideretur, assumpta sunt pro initiis arcuũ puncta B, I, vel D, K, vel certe alterum ipsorum A, C, quãdo diuisio facta est per rectas ex G, polo Verticalis intra vtrumq; circulum existente emissas. Eodẽ modo, cum diuideretur Ecliptica per rectas ex eius polo Q, eductas, arcus abscissi initium habuerunt a punctis B, M, vel D, N, vel certe a C, vel A. Denique in diuisione circuli AQC, ex eius polo N, initium faciendum est à punctis B, Q, vel a puncto D, & altero, in quo idem circulus rectam BD, extensam secaret, vel certe ab alterutro punctorum A, C.

QVANDO autem diuisio per rectas ex altero polo, qui extra vtrumq; circulũ existit, egredientes faciẽda est, danda est opera, vt initiũ sumatur a duobus punctis ad diuersas partes alterius poli in Astrolabio existentibus, ita vt quãdo punctum Aequatoris superius assumitur, accipiatur in circulo maximo obliquo inferius, & cõtra; vel si ab alterutro punctorum A, C, libeat incipere, vt arcus in diuersas partes tendãt. Appello aũt hic punctũ inferius, & superius Aequatoris, ac circuli maximi obliqui illud, quod in figura superiorẽ, vel inferiorẽ locũ occupat respectu centri Astrolabii, non autem illud, quod in cælo superius est, aut inferius. Hac ratione in Aequatore, Horizonte, Verticali, Ecliptica, & circulo AQC, superiora puncta sunt B, F, I, M, Q, inferiora vero D, G, K, N, & alterum, in quo circulus AQC, totus descriptus rectam BD, extensam secaret.

Regula facilis ad cognoscendum, vtrum punctorũ Aequatoris in cælo sit superius, vel inferius: Et vtrum punctorũ circuli maximi obliqui sit boreale, vel australe.

VT tamen facile cognoscamus, vtrum punctorum Aequatoris vere dici possit superius, inferiusue in cælo, hoc est, ad Meridiani semicirculum superiorem spectet, vel inferiorem; Item vtrum punctorum circuli maximi obliqui, in quibus a recta per centrum Astrolabij, & centrum circuli obliqui, ducta secatur, sit boreale, vel australe, hæc regula tenenda est. In Aequatore punctum illud, quod polo circuli obliqui intra Aequatorẽ existenti propinquius est, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabii per dictum polum ducta transit, superius dicitur, quia vere in semicirculo Meridiani superiori existit, si circulus obliquus pro Horizonte sumatur, supra quem polus arcticus eleuetur: alterum vero punctum ab eodem polo magis distans, hoc est, per quod recta ex centro Asttolabii per alterum polum extra Aequatorem ducta transit, appellatur inferius, ob contrariam causam. Itaque respectu Horizontis, & Eclipticæ, in superiori figura, punctum Aequatoris B, superius est, & D, inferius; respectu vero Verticalis, & circuli AQC, punctum D, superius est, & B, inferius. Item in circulo obliquo punctum centro Astrolabii propinquius, est boreale, remotius autem, australe. Quæ res si attente consideretur, nulla difficultas erit in arcuum initiis præfigendis, ex vtro polorum circuli obliqui diuisio instituatur, dummodo seruentur ea, quæ in lemm. 23. de eisdem initiis præscripsimus.

ET